

УДК 624.014

УРАХУВАННЯ ЗМІНИ ЖОРСТКОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ ПІД ЧАС ВИЗНАЧЕННЯ ЗУСИЛЬ У ПРОЦЕСІ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТУВАННЯ ПІДСИЛЕННЯ СТРИЖНЕВИХ МЕТАЛЕВИХ КОНСТРУКЦІЙ

УЧЕТ ИЗМЕНЕНИЯ ЖЕСТКОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ В ПРОЦЕССЕ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ УСИЛЕНИЯ СТЕРЖНЕВЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

CONSIDERING CHANGE OF THE ELEMENTS' STIFFNESS DURING DETERMINING FORCES IN PROCESS OF THE OPTIMAL DESIGNING OF REINFORCING METAL STRUCTURES

Пелешко І.Д., к.т.н., доц., Бліхарський З.Я., д.т.н., проф., Балук І.М., асист. (Національний університет "Львівська політехніка", м. Львів)

Пелешко И.Д., к.т.н., доц., Блхарский З.Я., д.т.н., проф., Балук И.М., ассист. (Национальный университет "Львовская политехника", г. Львов)

Peleshko I.D., candidate of technical sciences, associate professor, Bliharisky Z. Y., doctor of technical sciences, professor, Baluk I.M., lecturer (National University "Lviv Polytechnic", Lviv)

У роботі запропоновано спосіб визначення зусиль у металевих конструкціях після зміни жорсткості деяких стрижнів під час підсилення. Спосіб зменшує обсяг обчислень у процесі оптимального проектування підсилення конструкцій.

В работе предложен способ определения усилий в металлических конструкциях после изменения жесткости некоторых стержней при усилении. Способ уменьшает объем вычислений в процессе оптимального проектирования усиления конструкций.

The paper presents the method of determining the forces of steel structures after changing the stiffness of some bars during reinforcement. The method decreases the amount of computation in the optimal design of reinforcement structures.

Ключові слова:

Металеві конструкції, підсилення, стрижнева система, розрахункова схема.

Металлические конструкции, усиление, стержневая система, расчетная схема.

Steel structures, reinforcement, rod system, the design scheme.

Стан питання та задачі дослідження. Під час оптимального проектування реконструкції й підсилення стрижневої металеві конструкції (СМК) багаторазово аналізують її напружено-деформований стан (НДС), зокрема, до й після зміни жорсткості її елементів. Тому виникає потреба в розробленні способу визначення НДС СМК, який би зменшував обсяг обчислень під час проектування підсилення, зокрема, шляхом збільшення площі поперечних перерізів деяких стрижнів.

Серед робіт, що розглядають підсилення стрижневих конструкцій чи їхні модифікації шляхом зміни жорсткості стрижнів, є низка праць, що досліджують зменшення обсягів обчислень під час аналізу НДС, зокрема, [1-5]. Для визначення зусиль і переміщень запропоновано схеми послідовного перерахунку статично невизначуваної стрижневої системи при поетапній зміні відносної жорсткості її елементів [1, 2], теореми про структурні зміни [3]. Ці підходи не забезпечують комплексного врахування всіх видів змін конструктивної схеми – видалення й приєднання стрижнів, накладання в'язей, уведення шарнірів, а також регулювання зусиль і зміни жорсткості елементів.

У [5] розглянуто зміни конструкції, що пов'язані з монтажем системи й процесом попереднього напруження. Під час розрахунку відповідно до зміни розрахункової схеми змінюється матриця жорсткості.

У [6] розроблено й обґрунтовано спосіб визначення зусиль від попереднього напруження “зайвих” в'язей у статично невизначуваних стрижневих системах. Показано, що для аналізу НДС подібних конструкцій із розрахунковими схемами, що відрізняються відкинутими “зайвими” в'язями, можна формувати й розв'язувати лише одну систему рівнянь методу скінченних елементів (МСЕ) з декількома правими частинами.

У [7] розглянуто формалізацію процесу реконструкції й підсилення СМК як послідовності елементарних змін розрахункової схеми, змін навантажень і регулювання зусиль. У [8] описано спосіб розрахунку конструкції для розглянутих в [7] змін, що формує й розв'язує тільки одну матричну систему рівнянь МСЕ. Цей спосіб не враховує змін жорсткості стрижнів.

Мета роботи. Розробити ефективний спосіб визначення НДС СМК після зміни жорсткості її елементів на підставі детальної інформації про НДС СМК до зміни жорсткості й нових параметрів жорсткості для оптимального проектування реконструкції й підсилення.

Методика досліджень. Спосіб підсилення елемента СМК збільшенням площі його поперечного перерізу передбачає приєднання елементів підсилення за симетричною чи несиметричною схемою й включення їх у спільну роботу [4]. Прийmemo, що підсилення здійснюють за симетричною

схемою, яка передбачає збіжність нейтральних осей поперечних перерізів до й після підсилення, або за несиметричною схемою при незначній розбіжності цих осей за умови відсутності практичного впливу на розподіл зусиль у СМК. Уважатимемо, що прийнята технологія виконання робіт забезпечує нерозривність епюр напружень у поперечних перерізах підсиленого елемента.

Нехай задано деяку $n \geq 1$ разів статично невизначувану стрижневу систему до підсилення з розрахунковою схемою C , що завантажена довільним статичним навантаженням P . Нехай C' – розрахункова схема для стрижневої системи після підсилення. Задано також статично невизначувані схеми C_0 і C_0' , що одержуються відповідно з розрахункових схем C і C' відкиданням деяких “зайвих” в’язей. Мінімальну кількість k ($k \leq n$) цих в’язей, їхнє місце розташування й тип задано так, що: 1) схеми C_0 і C_0' є геометрично незмінюваними й нерухомими; 2) для визначення зусиль в C_0 і C_0' в межах підсилюваних стрижнів достатньо рівнянь рівноваги. Зауважимо, що в підсилюваних стрижнях зусилля будуть дорівнювати нулю, якщо навантаження будуть прикладені до C_0 і C_0' поза цими стрижнями.

Задано епюри S і S_0 , що виникають від дії навантаження P на розрахункові схеми C і C_0 відповідно, а також одиничні епюри S_{0i} ($i = \overline{1, k}$). Епюра S_{0i} визначена для системи C_0 від дії пари позавузлових протилежних за напрямком одиничних сил, що прикладені в перерізах, що знаходяться нескінченно близько від i -ї відкинутої “зайвої” в’язі. Відмітимо, що епюри S_0 і S_{0i} ($i = \overline{1, k}$) можна ефективно визначити на основі епюр S й інформації про схему C і k “зайвих” в’язей з урахуванням властивостей епюр у лінійно деформованих стрижневих системах згідно з [6, 8].

Необхідно визначити епюри S' для розрахункової схеми C' від дії навантаження P .

Для розв’язування сформульованої задачі використаємо метод сил, оскільки системи C_0 і C_0' можна прийняти за основні статично невизначувані системи [9] для розрахункових схем C і C' , а епюри S_0 і S_{0i} ($i = \overline{1, k}$) – відповідно за вантажні і одиничні епюри, що визначені для

основної системи C_0 . Невідомі реакції відкинутих в'язей X_i і X_i' прикладемо до систем C_0 і C_0' відповідно.

Шукані епюри S' можна знайти за формулою:

$$S' = S_0' + \sum_{i=1}^k (S_{0i}' \cdot X_i') \quad (1)$$

де S_{0i}' і S_0' – епюри, що виникають в основній системі C_0' від дії одиничних значень невідомих X_i' і навантаження P відповідно.

Оскільки основні системи C_0 і C_0' задані так, що жорсткості підсилювальних стрижнів не впливають на розподіл зусиль, то одиничні епюри S_{0i}' і вантажні епюри S_0' збігаються з відповідними заданими епюрами S_{0i} і S_0 . З урахуванням цього формулу (1) запишемо у вигляді:

$$S' = S_0 + \sum_{i=1}^k (S_{0i} \cdot X_i') \quad (2)$$

Невідомі X_i' можна визначити із системи канонічних рівнянь методу сил [10], яка в матричному вигляді для основної системи C_0' і навантаження P має вигляд:

$$B' \bar{X}' + \bar{\Delta}' = 0 \quad (3)$$

де $\bar{X}'^T = |X_1' X_2' \dots X_i' \dots X_k'|$ – вектор невідомих, $\bar{\Delta}'^T = |\Delta_1' \Delta_2' \dots \Delta_i' \dots \Delta_k'|$ – вектор вантажних переміщень, B' – матриця податливості основної системи C_0' в напрямках відкинутих в'язей:

$$B' = \|\delta_{ij}'\|, \quad i = \overline{1, k}, \quad j = \overline{1, k} \quad (4)$$

де δ_{ij}' – одиничне переміщення в основній системі C_0' за напрямком невідомого X_i' від дії одиничного значення невідомого X_j' .

З (3) визначимо X_i' :

$$\bar{X}' = -(B')^{-1} \bar{\Delta}' \quad (5)$$

Для визначення δ_{ij}' і Δ_i' використаємо у формулі Максвелла-Мора [10] параметри жорсткості стрижнів після підсилення, а також епюри S_{0i} і S_0 , що виникають в основній системі C_0 для конструкції до підсилення.

Під час визначення невідомих X_i' значна частина обчислень припадає на розрахунок коефіцієнтів системи канонічних рівнянь δ_{ij}' і Δ_i' .

З метою зменшення обсягу обчислень визначимо X_i' , ураховуючи подібність основних систем C_0 і C_0' й особливості їхнього задавання. Для цього умовно поділимо стрижневу систему на дві частини: частину I утворюють стрижні, що підлягають підсиленню, частину II – усі інші елементи цієї системи. Зауважимо, що при такому поділі стрижневої системи її розрахункові схеми C і C' відрізняються тільки жорсткістю стрижнів, що належать до частини I.

Відомо, що одиничні й вантажні переміщення визначаються як суми переміщень для всіх стрижнів. Тоді переміщення Δ_i' можна записати так:

$$\Delta_i' = \Delta_i^I + \Delta_i^{II}, \quad (6)$$

де Δ_i^I – складова переміщення за напрямком в'язі i від навантаження P , що виникає в основній системі C_0' і визначена за формулою Максвелла-Мора від зусиль у межах частини I конструкції; Δ_i^{II} – те ж, у межах частини II конструкції.

Ураховуючи залежність (6), запишемо вектор вантажних переміщень так:

$$\bar{\Delta}' = \bar{\Delta}^I + \bar{\Delta}^{II}, \quad (7)$$

$$\text{де } \bar{\Delta}^{I,T} = \left| \Delta_1^I, \Delta_2^I, \dots, \Delta_i^I, \dots, \Delta_k^I \right|, \quad \bar{\Delta}^{II,T} = \left| \Delta_1^{II}, \Delta_2^{II}, \dots, \Delta_i^{II}, \dots, \Delta_k^{II} \right|.$$

Аналогічно до формул (6) і (7) представимо вантажні переміщення для основної системи C_0 :

$$\Delta_i = \Delta_i^I + \Delta_i^{II}, \quad (8)$$

$$\bar{\Delta} = \bar{\Delta}^I + \bar{\Delta}^{II}, \quad (9)$$

де Δ_i^I , Δ_i^{II} , $\bar{\Delta}$, $\bar{\Delta}^I$ і $\bar{\Delta}^{II}$ відповідають Δ_i^I , Δ_i^{II} , $\bar{\Delta}'$, $\bar{\Delta}^{I'}$ і $\bar{\Delta}^{II'}$, але визначені для основної системи C_0 .

Запишемо системи рівнянь методу сил для основних систем C_0 і C_0' і навантаження P з урахуванням формул (3), (7) і (9):

$$B\bar{X} + \bar{\Delta}^I = -\bar{\Delta}^{II}, \quad (10)$$

$$B'\bar{X}' + \bar{\Delta}'^I = -\bar{\Delta}'^{II}, \quad (11)$$

де \bar{X} , $\bar{\Delta}$ і B відповідають \bar{X}' , $\bar{\Delta}'$ і B' , але визначені для системи C_0 .

Оскільки всі параметри частини II схеми C_0 збігаються з параметрами частини II схеми C_0' , а епюри S_{0i} і S_0 збігаються з епорами S_{0i}' і S_0' відповідно, то можна записати:

$$\bar{\Delta}^{II} = \bar{\Delta}'^{II}. \quad (12)$$

З урахуванням (12) прирівняємо ліві частини рівнянь (10)-(11):

$$B\bar{X} + \bar{\Delta}^I = B'\bar{X}' + \bar{\Delta}'^I. \quad (13)$$

З формули (13) визначаємо невідомі \bar{X}' :

$$\bar{X}' = (B')^{-1} B\bar{X} + (B')^{-1} (\bar{\Delta}^I - \bar{\Delta}'^I), \quad (14)$$

У формулі (14) невідомим залишається вектор \bar{X} . Його можна визначити за епорами S , S_0 і S_{0i} із системи рівнянь, що будується з використанням залежності:

$$S = S_0 + \sum_{i=1}^k (S_{0i} \cdot X_i). \quad (15)$$

Якщо на підсилювані стрижні не діють локальні навантаження, то $\bar{\Delta}^I = \bar{\Delta}'^I = 0$. У цьому разі формула (14) спрощується:

$$\bar{X}' = (B')^{-1} B\bar{X}. \quad (16)$$

Зауважимо, що за відсутності локальних навантажень на підсилювані стрижні для побудови шуканих епюр S' достатньо визначити матриці B і B' розміром $k * k$ і скористатися формулами (2), (12) і (13).

Для одиничних переміщень δ_{ij} і δ_{ij}' можна записати залежності, що аналогічні до формул (7), (9) і (12). Тоді для зменшення обсягу обчислень матриці B і B' можна знаходити за формулами:

$$B = B^I + B^{II}, \quad (17)$$

$$B' = B'^I + B'^{II}, \quad (18)$$

де B^I і B^{II} – складові матриці податливості, що визначаються відповідно для частин I і II системи C_0 , $B^{I'}$ – те ж, для частини I системи C_0' .

Результати досліджень. Формули (14)-(18) забезпечують зменшення обсягу обчислень під час визначення X_i' .

Запропонований спосіб розрахунку СМК з урахуванням зміни жорсткості використано в програмі оптимального проектування OptCAD. Для задавання параметрів жорсткості в програмі використовується тип жорсткості [11], що використовує тип поперечного перерізу “Переріз із підсиленням” зі змінною жорсткістю в процесі реконструкції й підсилення.

Висновки. Розроблено економний в обчислювальному плані спосіб визначення НДС, що виникає в СМК після зміни жорсткості її елементів. Цей спосіб ураховує детальну інформацію щодо НДС СМК до підсилення й параметри жорсткості стрижнів після підсилення. Спосіб можна використовувати в процесі оптимального проектування реконструкції й підсилення. Запропонований спосіб потребує подальшого вдосконалення з метою врахування можливих розривів епюри напружень у поперечному перерізі в точках з’єднання підсилюваного елемента й елементів підсилення.

1. Сергеев Н.Д. Расчет статически неопределимых систем при их многоэтапной последовательной модификации [Текст] / Н.Д. Сергеев // Строительная механика и расчет сооружений. – М., 1975, № 6. – С. 11-16. **2.** Сергеев Н.Д. К расчету статически неопределимых систем при их многоэтапной последовательной модификации [Текст] / Н.Д. Сергеев // Строительная механика и расчет сооружений. – М., 1976, № 4. – С. 26-31. **3.** Мажид К.И. Оптимальное проектирование конструкций : пер. с англ. [Текст] / К.И. Мажид. – М.: Высшая школа, 1979. – 237 с. **4.** Ребров И. С. Усиление стержневых металлических конструкций: Проектирование и расчет [Текст] / И. С. Ребров – Л.: Стройиздат, 1988 – 288 с. **5.** Перельмутер А.В. Управление поведением несущих конструкций [Текст] / А.В. Перельмутер. – Москва: Изд-во АСВ, 2011. – 184 с. **6.** Пелешко І.Д. Про один спосіб визначення зусиль від попереднього напруження при оптимізації стрижневих металевих конструкцій [Текст] / І.Д. Пелешко // Вісник Національного університету “Львівська політехніка” Теорія і практика будівництва, № 495 – Л.: Вид-во НУЛП, 2004. – С. 151-153. **7.** Пелешко І. Д. Формалізація процесу реконструкції та підсилення стрижневих металевих конструкцій [Текст] / І.Д. Пелешко, І.М. Балук // Вісник Національного університету “Львівська політехніка” Теорія і практика будівництва, № 742 – Л.: Вид-во НУЛП, 2012. – С. 149-154. **8.** Пелешко І.Д., Бліхарський З.Я., Балук І.М. Формування розрахункових схем і визначення напружено-деформованого стану стрижневих металевих конструкцій у процесі реконструкції й підсилення // Металеві конструкції. – 2013. – Том 19, № 1. – С. 37-47. **9.** Дарков А.В. Строительная механика: Учеб. для строит. спец. вузов [Текст] / А. В. Дарков, Н. Н. Шапошников. – М.: Высш. шк., 1986. – 607 с. **10.** Баженов В. А., Перельмутер А. В., Шишов О. В. Будівельна механіка. Комп’ютерні технології: Підручник / За заг. ред. д. т. н., проф. В. А. Баженова. – К.: Каравела, 2009. – 696 с. **11.** Пелешко І. Д., Балук І. М., Ковальчук Ю. Є. Оптимізація стрижневих конструкцій з урахуванням скорочених сортаментів металопрокату // Збірник наукових праць “Геодезія, архітектура та будівництво: Матеріали II Міжнародної конференції молодих вчених ГАС-2009”. – Л.: НУ “ЛП”, 2009. – С. 95-97.