

УДК 624.014.2

**ІМОВІРНІСНА МОДЕЛЬ СНІГОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ НА
СТАЛЕВІ ЕЛЕМЕНТИ ПОКРИТТЯ БУДІВЕЛЬ**

**ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ СНЕГОВОЙ НАГРУЗКИ НА
МЕТАЛЛИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ ПОКРЫТИЯ ЗДАНИЙ**

**PROBABILISTIC OF SNOW LOAD MODELS ELEMENTS FOR STEEL
BUILDING COVERAGE**

Северин В.А., к.т.н., доц., Карабаш Л.В., к.т.н., доц., Матвеєнко О.А., студент групи 402-БП (Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка, м. Полтава).

Северин В.А., к.т.н., доц., Карабаш Л.В., к.т.н., доц., Матвеенко А.А., студент группы 402-БП, (Полтавский национальный технический университет им. Ю. Кондратюка, г. Полтава).

Severyn V.A., candidate of technical sciences, docent, Karabash L.V., candidate of technical sciences, docent, Matveenko O.A., student of group 402-BP (The Poltava National Technical University of Yury Kondratyuk, Poltava)

У статті представлені результати досліджень, пов'язаних із розробкою універсальної імовірнісної моделі снігового навантаження для території України. Викладена модель придатна як для імовірнісних розрахунків сталевих конструкцій при проектуванні або реконструкції унікальних будівель та споруд, так і для імовірнісних розрахунків сталевих конструкцій масового виробництва.

В статье представлены результаты исследований, связанных с разработкой универсальной вероятностной модели снеговой нагрузки для территории Украины. Изложенная модель может использоваться как для вероятностных расчетов стальных конструкций при проектировании или реконструкции уникальных зданий и сооружений, так и для вероятностных расчетов стальных конструкций массового производства.

The article deals with the results of research related to the development of a universal probabilistic model for snow load Ukraine. Suitable model for probabilistic calculations of steel structures in the design and reconstruction of unique buildings and probability calculations for steel constructions of mass production has been described.

Ключові слова:

Снігове навантаження, надійність, імовірнісна модель, випадковий процес, щільність розподілу.

Снеговая нагрузка, надёжность, вероятностная модель, случайный процесс, плотность распределения.

Snow load, reliability, probabilistic model, random process, the density distribution.

Актуальність досліджень. Актуальність даної теми обумовлена тим, що розроблена універсальна імовірнісна модель снігового навантаження дає змогу використати її в розрахунках надійності сталевих конструкцій покриття у відповідності до чинних норм [1].

Алгоритм розробки моделювання випадкових навантажень. Моделювання випадкових навантажень виконуємо в три етапи. На першому (підготовчому) етапі встановлюється:

- коло імовірнісних характеристик, необхідних для створення імовірнісної моделі навантаження;
- припущення про стаціонарність (нестационарність) та ергодичність процесу навантаження, що моделюється;
- необхідна та достатня точність моделі (задається імовірність неперевищення граничної похибки при оцінці імовірнісних характеристик, при цьому слід прямувати до одного порядку похибки на всіх етапах моделювання);
- закони розподілу ординат процесу навантаження;
- можливість застосування кореляційної теорії;
- обґрунтування заданого часу однієї реалізації;
- необхідна та достатня кількість реалізацій для отримання заданої точності моделі процесу;
- величина кроку квантування по рівню та часу для достатньої точності досліджень.

На наступному етапі розробляється загальний алгоритм аналітичного або чисельного моделювання, який реалізують на ПЕОМ в найбільш придатному для цього середовищі. Останній етап зводиться до визначення адекватності моделі реальним процесам навантаження, після чого вона є цілком придатною для практичного застосування.

Аналіз існуючих даних по сніговому навантаженню. Основним джерелом експериментальних даних про снігове навантаження на горизонтальну поверхню слід вважати дані снігозйомок, що проводяться на метеостанціях, метеопостах та лінійних маршрутах. Аналіз даних спостережень за значенням снігового навантаження на ряді метеостанцій, рівномірно розташованих по території України, підтвердив, що для річного циклу снігового навантаження специфічним є наявність на початку (між

датою появи снігового покриву та датою утворення стійкого снігового покриву) та в кінці зими (між датою руйнування стійкого снігового покриву та датою сходу снігового покриву) ділянок з нульовим значенням снігового навантаження, які для території України досить вагомі. Основна частина зими (від середньої дати початку $t_{поч}$ до середньої дати кінця $t_{кін}$) характеризується стабільним сніговим покривом з відносно високими значеннями навантаження, яка і буде представляти головний інтерес при імовірнісних розрахунках конструкцій. На рис. 1 наведені приклади реалізацій снігового навантаження за даними строкових спостережень в період зі стабільним сніговим покривом для метеостанції Семенівка ($52^{\circ}12'$ пн.ш., $32^{\circ}36'$ сх.д., $h=160$ м., Чернігівська обл.)

Обробка для ряду метеостанцій підтвердила наступні особливості снігового навантаження, виявлені в роботах [2, 3, 4, 5]:

- 1) наявність річного тренда математичного сподівання (див. рис. 1);
- 2) коефіцієнт варіації та асиметрії на протязі року змінюється незначно, тому їх можна вважати за константи в межах окремих метеостанцій;
- 3) найбільш придатною для опису кореляційної залежності є нормована кореляційна функція (НКФ) вигляду $r(\tau) = \exp(-\alpha\tau)$, де α – параметр НКФ (див. рис. 2);
- 4) стаціонарність випадкового процесу снігового навантаження за частотними характеристиками, що дає можливість прийняти в межах окремої метеостанції постійними значення параметру НКФ, ефективної частоти та частоти за максимумами;
- 5) можливість опису ординат випадкового процесу снігового навантаження поліномо-експоненційним законом розподілу з поліномом третього ступеня (див. рис. 3).

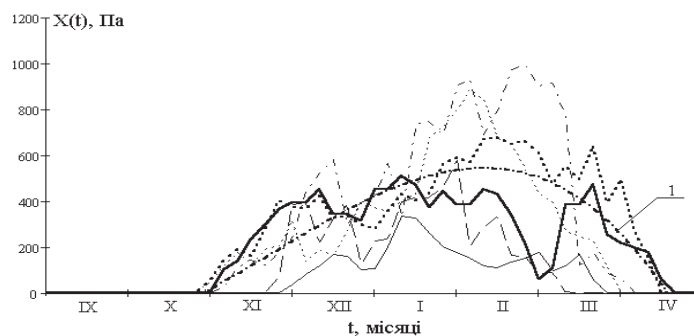


Рис. 1. Реалізації випадкового процесу снігового навантаження та функція тренду математичного сподівання за даними метеостанції Семенівка Чернігівської області

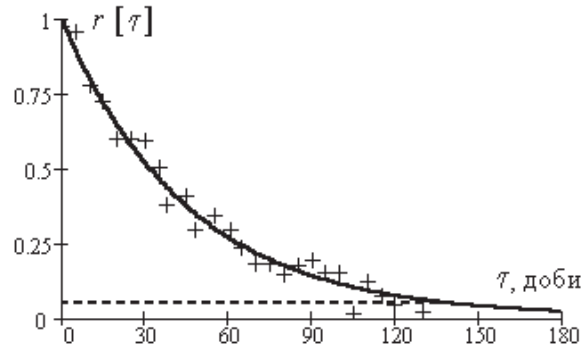


Рис.2. Нормована кореляційна функція випадкового процесу снігового навантаження для метеостанції Семенівна Чернігівської області

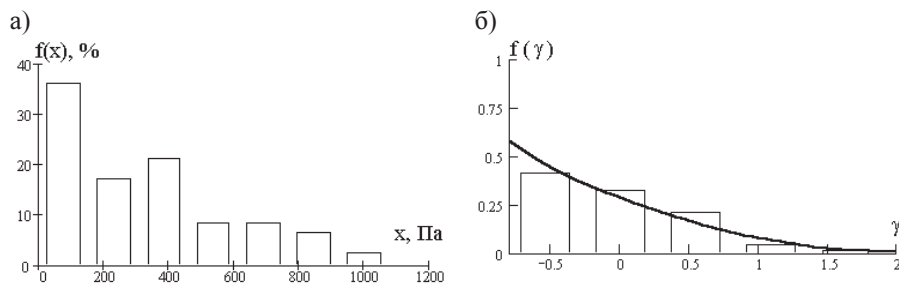


Рис. 3. а) – гістограма снігового навантаження за всіма спостереженнями;
 б) – розподіл ординат випадкового процесу снігового навантаження в нормованій формі для метеостанції Семенівна Чернігівської області

Імовірнісні характеристики моделі снігового навантаження. Для окремих метеостанцій узагальнена річна щільності розподілу дорівнює сумі щільностей розподілу ординат снігового навантаження для кожного перерізу випадкового процесу. Отримані таким чином для метеостанції Семенівна Чернігівської області параметри моделі снігового навантаження у формі випадкового процесу з узагальненою річною щільністю розподілу наведені в табл. 1.

Узагальнені річні щільності розподілу снігового навантаження представимо як:

$$f_{SUM}(\gamma) = K_{tr}(\gamma) f_0(\gamma), \quad (1)$$

де $K_{tr}(\gamma)$ – коефіцієнт тренда снігового навантаження для рівня γ ;
 $f_0(\gamma)$ – щільність розподілу снігового навантаження, що відповідає максимуму тренда.

Таблиця 1

Вихідні дані для моделі випадкового процесу снігового навантаження для метеостанції Семенівна Чернігівської області

№ п/п	Назва параметрів	Числові значення параметрів
1	2	3
1	Дата появи стійкого снігового покрову t_n	30.X
2	Дата сходу стійкого снігового покрову t_k	27.IV
3	Параметр НКФ α , 1/добу	0.0219
4	Зона кореляції $t_{кор}$, діб	136
5	Ефективна частота ω_e , 1/добу	0.0809
6	Частота за екстремумами ω_m , 1/добу	0.2185
7	Коефіцієнт варіації V	1.540
8	Асиметрія A	0.811
9	Математичне сподівання \bar{X}_{max} , Па	535.44
10	Коефіцієнти поліному тренда математичного сподівання $P_0 = -174.744$; $P_1 = -1.9629$; $P_2 = 0.10741$; $P_3 = -4.2 \cdot 10^{-4}$	
11	Коефіцієнти поліномо-експоненційного розподілу $C_0 = -1.2625$; $C_1 = -0.9326$; $C_2 = -0.1924$; $C_3 = -0.1849$	

Зважаючи на те, що випадковий процес снігового навантаження є стаціонарним за нормованим законом розподілу ординат [2], отримаємо:

$$K_{tr}(x) = \frac{\sum_{t_{поч}}^{t_{кш}} \exp \left[C_0 + C_1 \left(\frac{x - \bar{X}(t)}{V \bar{X}(t)} \right) + C_2 \left(\frac{x - \bar{X}(t)}{V \bar{X}(t)} \right)^2 + C_3 \left(\frac{x - \bar{X}(t)}{V \bar{X}(t)} \right)^3 \right]}{t_0 \exp \left[C_0 + C_1 \left(\frac{x - \bar{X}(t_0)}{V \bar{X}(t_0)} \right) + C_2 \left(\frac{x - \bar{X}(t_0)}{V \bar{X}(t_0)} \right)^2 + C_3 \left(\frac{x - \bar{X}(t_0)}{V \bar{X}(t_0)} \right)^3 \right]}, \quad (2)$$

де x – випадкове значення снігового навантаження;

$\bar{X}(t)$ – функція математичного сподівання з максимумом при $t_0 = 165$ діб.

Узагальнені річні розподіли снігового навантаження знаходимо за допомогою чисельних методів на ПЕОМ за формулою:

$$f_{SUM}(x) = K_{tr}(x) f_0(x) = \frac{1}{t_0} \sum_{t_{поч}}^{t_{кш}} \exp \left[C_0 + C_1 \left(\frac{x - \bar{X}(t)}{V \bar{X}(t)} \right) + C_2 \left(\frac{x - \bar{X}(t)}{V \bar{X}(t)} \right)^2 + C_3 \left(\frac{x - \bar{X}(t)}{V \bar{X}(t)} \right)^3 \right], \quad (3)$$

Імовірнісна модель снігового навантаження. В основу моделі снігового навантаження покладено нормований поліномо-експоненційний стаціонарний випадковий процес $\xi(\gamma_y; t)$ із заданою нормованою кореляційною функцією $r(\tau)$. У дослідженнях [2, 3, 4] виявлено, що найбільш доцільно застосовувати поліномо-експоненційну функцію з третім ступенем поліному. Тоді в нормованій формі інтегральна (4) та диференціальна (5) функції даного розподілу будуть мати наступний вигляд:

$$W(\gamma_y) = \int_{a_L}^{\gamma_y} \exp(C_0 + C_1 \gamma_y + C_2 \gamma_y^2 + C_3 \gamma_y^3) d\gamma_y, \quad (4)$$

$$w(\gamma_y) = \exp(C_0 + C_1 \gamma_y + C_2 \gamma_y^2 + C_3 \gamma_y^3), \quad (5)$$

де a_L – ліва межа розподілу; C_0, C_1, C_2, C_3 – коефіцієнти поліному.

Функцію перетворення $\gamma_y = f(\gamma_x)$ визначається як:

$$\int_{a_L}^{\gamma_y} \exp(C_0 + C_1 \gamma_y + C_2 \gamma_y^2 + C_3 \gamma_y^3) d\gamma_y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{b_L}^{\gamma_x} \exp\left(-\frac{\gamma_x^2}{2}\right) d\gamma_x. \quad (6)$$

Рівняння (6) не має аналітичного вирішення, тому його необхідно розв'язати чисельно. Для цього функцію щільності нормованого нормального розподілу замінюють зрізаною функцією в деякому інтервалі $[b_L; b_R]$, імовірність P_b виходу за який дуже мала (наприклад, при значенні $b_L = -4.0 - P_b = 6.334 \cdot 10^{-5}$, а при $b_L = -5.0 - P_b = 5.733 \cdot 10^{-7}$). Задавшись дискретними значеннями γ_x в інтервалі $[b_L; b_R]$ отримаємо відповідні значення γ_y . Отримана залежність може бути представлена в табличній формі, яка не зовсім зручна для подальшого використання. Як показали дослідження, найбільш зручною та точною для апроксимації даної залежності є функція $\gamma_y = f(\gamma_x)$ яка має вигляд:

$$\gamma_y = f(\gamma_x) = P_0 + P_1\gamma_x + P_2\gamma_x^2 + P_3\gamma_x^3 + P_4\gamma_x^4 + P_5\gamma_x^5, \quad (7)$$

де P_i ($i = 0 \dots 5$) – коефіцієнти поліному, значення яких визначаються за методом найменших квадратів.

Моделювання нормованого поліномо-експоненційного стаціонарного випадкового процесу $\xi(t)$ з нормованою кореляційною функцією $r(\tau)$ зводиться до формування дискретних реалізацій $\xi_0[n]$ нормованого нормального випадкового процесу $\xi_0[t]$ та їх перетворення за формулою:

$$\xi(\gamma_y) = P_0 + P_1[\xi_0(\gamma_x)] + P_2[\xi_0(\gamma_x)]^2 + P_3[\xi_0(\gamma_x)]^3 + P_4[\xi_0(\gamma_x)]^4 + P_5[\xi_0(\gamma_x)]^5. \quad (8)$$

Перехід від нормованої форми процесу до випадкового процесу з реальним розподілом ординат виконується за формулою:

$$\xi(x; t) = [V_{snow}\xi(\gamma_y; t) + 1] \bar{X}_{snow}(t), \quad (9)$$

де V_{snow} – коефіцієнт варіації розподілу ординат снігового навантаження;

$\bar{X}_{snow}(t)$ – функція тренда математичного сподівання снігового навантаження.

Випадкове значення снігового навантаження завжди невід'ємне, тобто $\xi(x; t) \geq 0$, тому $\gamma_y \geq (-1/V_{snow})$.

Висновок. Таким чином, для вирішення задач надійності з використанням теорії викидів модель снігового навантаження доцільно представити у формі стаціонарного випадкового процесу з узагальненим річним розподілом ординат як в межах окремої метеостанції, так і для снігового району в цілому.

1. ДБН В.1.2-2:2006. Навантаження і впливи / Мінбуд України. – Київ: Мінбуд України, 2006. – 75 с.
2. Пичугин, С.Ф. Надежность стальных конструкций производственных зданий: монография / С.Ф. Пичугин. – Полтава: ООО «Асми», 2009. – 452 с.
3. Северин, В.О. Імовірнісний розрахунок сталевих конструкцій на сумісну дію випадкових навантажень: Автореф. дис. . канд. техн. наук / В.О. Северин. – Полтава: ПолНТУ, 2001. – 19 с.
4. Северин, В.О. Імовірнісний розрахунок конструкцій покриття на снігове навантаження / В.О. Северин // Тези 66-ї наукової конференції професорів, викладачів, наукових працівників, аспірантів та студентів університету. Том 1. – Полтава: ПолНТУ, 2014. – С. 114–117.
5. Аугусти, Г. Вероятностные методы в строительном проектировании / Г. Аугусти, А. Баратта, Ф. Кашиати: пер. с англ. – М.: Стройиздат, 1988. – 584 с.: ил.