

РОЗРАХУНОК МІЦНОСТІ НА КОСЕ ЗГИНАННЯ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ ТАВРОВОГО ПРОФІЛЮ ЗА СПРОЩЕНОЮ ДЕФОРМАЦІЙНОЮ МОДЕЛЛЮ

STRENGTH ANALYSIS OF BIAXIAL BENDED REINFORCED CONCRETE T-SECTION ELEMENTS BY SIMPLIFICATED DEFORMATION MODEL

Павліков А.М., д.т.н., професор, ORCID: 0000-0002-5654-5849, Гарькава О.В., к.т.н., ORCID: 0000-0003-2214-3128, Баріляк Б.А. ORCID: 0000-0002-5906-6763, Приходько Ю.О. ORCID: 0000-0001-8039-182X (Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка, м. Полтава)

Pavlikov A.M., ScD, Professor, ORCID: 0000-0002-5654-5849, Harkava O.V., PhD, ORCID: 0000-0003-2214-3128, Barylyak B.A. ORCID: 0000-0002-5906-6763, Prykhodko Yu.O. ORCID: 0000-0001-8039-182X (Poltava National Technical Yuri Kondratyuk University, Poltava)

Розроблена методика розрахунку несучої здатності в нормальному перерізі з при косому згинанні залізобетонних елементів таврового профілю для випадків трапецієподібної форми стиснутої зони бетону. Методика розроблена на основі спрощеної деформаційної моделі з рівномірним розподілом напружень в стиснутій зоні бетону та дозволяє виконувати обчислення без застосування чисельних методів.

Reinforced concrete T-shape and I-shape profiles are widely used in the design of various buildings, in particular in residential, civil, industrial and special engineering. Taking into account the phenomenon of biaxial bending when calculating the strength of all bending elements is hampered by the absence of simple and sufficiently precise engineering techniques for calculating the strength of biaxial bended elements corresponding to the requirements of the current normative documents on the design of reinforced concrete structures. In relation to the T-section, the problem is further complicated by the variety of geometric shapes that can be acquired by the compressed area of the section in the case of biaxial bending. Thus, obtaining analytical calculation dependences for each of the forms of the compressed area of concrete will allow to develop a general methodology for calculating the strength of biaxial bended elements, which will include calculation for simpler profiles, in particular, rectangular.

The method of calculating the bearing capacity in the normal section of biaxial bended reinforced concrete T-section elements is developed. The problem of difficulty applying the deformation model in the study of biaxial deformed elements is successfully solved by the introduction of the rectangular stress distribution in a concrete compressed area and deformative criterion of strength. Analytical formulas are derived for the determination of all unknown parameters when calculating for biaxial bending: the neutral axis depth, the angle of inclination of the neutral axis, and the internal bending moment. The method is proposed for calculating beams with a trapezoidal shape of the concrete compressed area, taking into account all provisions of the effective normative documents and, unlike the existing ones, allows performing calculations without the use of numerical methods. The developed method of calculating provides the necessary accuracy of the calculations and can be implemented in the form of an engineering algorithm.

Ключові слова: залізобетон, елемент, косозігнутий, міцність, розрахунок.
reinforced concrete, element, biaxial bended, strength, calculation.

Вступ. Залізобетонні елементи таврового та двотаврового профілів широко застосовуються в практиці проектування будівель різного призначення, зокрема в житловому, цивільному, промисловому та спеціальному інженерному будівництві. Таке широке розповсюдження таврових елементів є цілком обґрунтованим з точки зору економії матеріалу. Крім того, велика кількість конструкцій складної конфігурації при розрахунку приводиться до елементів таврового перерізу. Отже, при розрахунку та конструюванні залізобетонних конструкцій до таврового перерізу звертаються найбільш часто.

У роботах [1 – 2] та багатьох інших нерідко наголошувалось на необхідності врахування явища косоного згинання при розрахунку міцності всіх згинальних елементів подібно до врахування випадкового ексцентриситету при розрахунку на стиск. Впровадження даної пропозиції гальмується відсутністю простих та достатньо точних інженерних методик розрахунку міцності косозігнутих елементів, що відповідають вимогам чинних нормативних документів з проектування залізобетонних конструкцій [3]. Відносно таврового перерізу проблема ще більше ускладнюється різноманіттям геометричних форм, яких може набувати стиснута зона перерізу при косому згинанні [4]. Таким чином, отримання аналітичних розрахункових залежностей для кожної з форм стиснутої зони бетону дозволить розробити загальну методiku розрахунку міцності косозігнутих таврових елементів, яка включатиме розрахунок і для більш простих профілів, зокрема, прямокутного.

Аналіз останніх досліджень. У багатьох наукових публікаціях, зокрема в роботах [1 – 2, 4 – 6] та інших, розроблені методи розрахунку несучої

здатності залізобетонних елементів, що зазнають косоного згинання, на основі нелінійної деформаційної моделі. При цьому у працях [4 – 5] вирішуються задачі розрахунку косозігнутих елементів таврового профілю на основі використання дволінійних діаграм деформування бетону й арматури, але викладені пропозиції не приведені до рівня інженерного застосування. Проблеми розрахунку несучої здатності косозігнутих та косостиснутих елементів вирішуються у загальному вигляді для перерізів довільної конфігурації з отворами та без них у роботах зарубіжних вчених [7 – 10], але такий підхід є складним для практичної реалізації, а запропоновані спрощення у вигляді графіків та діаграм є дуже наближеними. Таким чином, є потреба в розробці методики розрахунку залізобетонних елементів таврового профілю на косий згин, що забезпечить необхідну точність обчислень та може бути реалізована у вигляді інженерного алгоритму.

Постановка мети і задач досліджень. Розроблення на основі спрощеної деформаційної моделі методики розрахунку міцності косозігнутих залізобетонних елементів у нормальному перерізі, що враховує повною мірою всі положення чинних нормативних документів та є достатньо зручним у практичному застосуванні.

Методика досліджень. Розв'язується задача отримання аналітичних залежностей для визначення всіх невідомих параметрів при розрахунку несучої здатності у нормальному перерізі косозігнутого залізобетонного елемента таврового профілю з трапецієподібною формою стиснутої зони бетону. В основу теоретичних досліджень покладені передумови розрахунку застосовані у нормах [3]. При цьому для описання роботи стиснутого бетону прийнятий прямокутний характер розподілу напружень за рис. 3.5 [3]. Зв'язок між напруженнями і деформаціями в арматурі описується дволінійною діаграмою з горизонтальною верхньою гілкою без необхідності перевірки граничної деформації за рис. 3.8 [3].

Для розв'язання поставленої задачі використана розрахункова схема (рис.1.), вихідними величинами вважаються: розміри нормального перерізу балки b , b_{eff} , h та h_{eff} ; площа поперечного перерізу арматури A_s в розтягнутій зоні; характеристики арматури f_{yd} , E_s та бетону f_{cd} , E_{cd} , $\varepsilon_{cu3,cd}$.

При розрахунку сумарна площа арматури A_s в розтягнутій зоні розглядається розташованою в точці прикладання рівнодійної зусиль в дискретно розташованих розтягнутих стрижнях.

Невідомими величинами вважаються висота X стиснутої зони, кут θ нахилу нейтральної лінії, значення внутрішнього згинального моменту $M_{Rd,Y}$ в площині координатної осі Y (рис. 1).

Для виведення розрахункових формул використані загальні рівняння рівноваги, які з урахуванням викладених вище передумов в площині координатної осі Y , перпендикулярної до нейтральної лінії, записані у вигляді:

$$\sum Z = 0: N_s - N_c = 0; \quad (1)$$

$$\sum M_A = 0: N_s (d - X + y_{N_c}) - M_{Ed,Y} = 0, \quad (2)$$

де N_s , N_c – рівнодійні зусиль відповідно в розтягнутій арматурі та стиснутому бетоні;

d , X , y_{N_c} – відповідно робоча висота перерізу, висота стиснутої зони бетону та координата точки прикладання зусилля N_c в системі координат XOY .

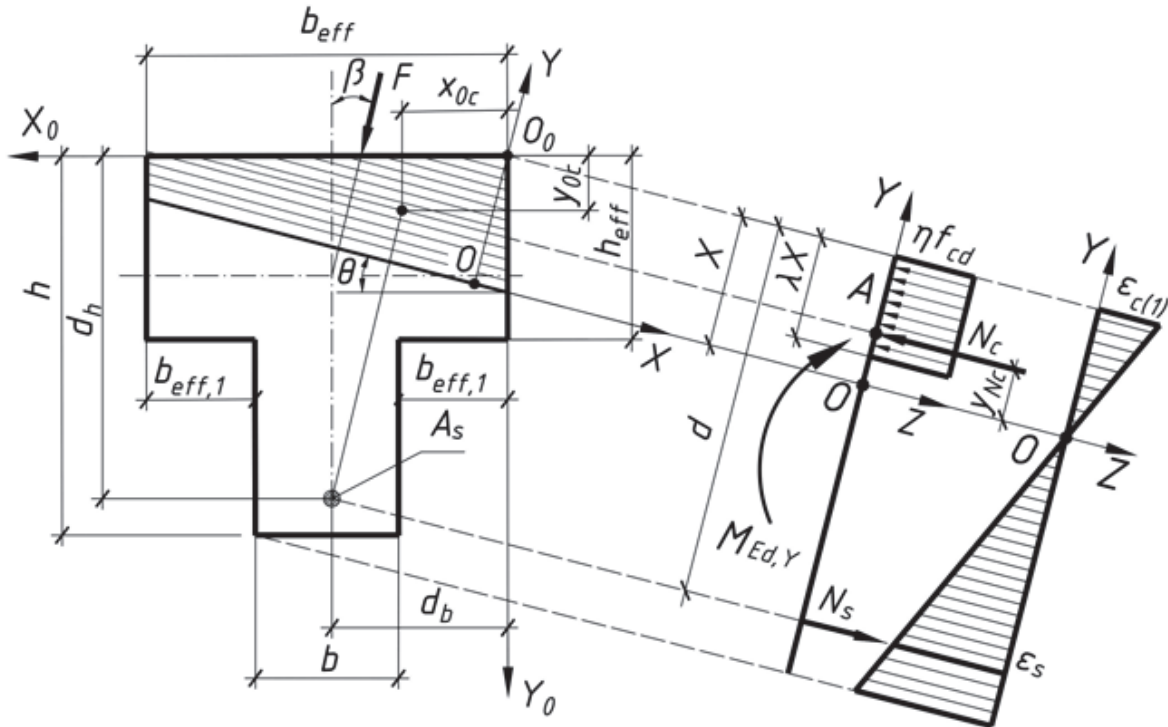


Рис. 1. Розрахункова схема нормального перерізу для розрахунку несучої здатності косозігнутого залізобетонного елемента при трапецієподібній формі стиснутої зони бетону

Для спрощення рівнянь рівноваги спочатку отримані вирази для визначення рівнодійної N_c та її координати y_{N_c} . Одержані вирази при трапецієподібній формі стиснутої зони бетону (рис. 1.) мають такий вигляд:

$$N_c = \frac{\eta f_{cd} b_{eff}}{\cos \theta} \left(\lambda X - \frac{b_{eff} \sin \theta}{2} \right); \quad (3)$$

$$y_{N_c} = \frac{3X^2 (2\lambda - \lambda^2) - b_{eff} \sin \theta (3X - b_{eff} \sin \theta)}{3(2\lambda X - b_{eff} \sin \theta)}, \quad (4)$$

де η – коефіцієнт, що приймається за залежностями (3.21) – (3.22) [1];

λ – рівень пластичності бетону, що приймається за залежностями (3.19) – (3.20) [1];

θ – кут нахилу нейтральної лінії.

При умові, що деформації ε_s попередньо напруженої арматури в момент руйнування задовольняють нерівність

$$\frac{f_{yd}}{E_s} \leq \varepsilon_s = \frac{(d - X) \varepsilon_{c(1)}}{X}, \quad (5)$$

де $\varepsilon_{c(1)}$ – відносні деформації бетону найбільш стиснутого ребра балки, рівнодійна зусиль в арматурі визначається за залежністю

$$N_s = f_{yd} A_s. \quad (6)$$

На основі прийнятого деформаційного критерію руйнування відносні деформації бетону найбільш стиснутого ребра балки (рис. 1) приймаються за рівністю

$$\varepsilon_{c(1)} = \varepsilon_{cu3,cd}. \quad (7)$$

Після підстановки формул (3), (4) та (6) в рівняння рівноваги (1) – (2) при трапецієподібній формі стиснутої зони отримані формули для визначення висоти X стиснутої зони бетону та граничного значення моменту $M_{Rd,Y}$ в площині координатної вісі Y (рис. 1):

$$X = \frac{f_{yd} A_s \cos \theta}{\eta f_{cd} \lambda b_{eff}} + \frac{b_{eff} \sin \theta}{2\lambda}; \quad (8)$$

$$M_{Rd,Y} = f_{yd} A_s \left(d - \frac{3\lambda^2 X^2 - b_{eff}^2 \sin^2 \theta}{3(2\lambda X - b_{eff} \sin \theta)} \right), \quad (9)$$

де

$$d = d_b \sin \theta + d_h \cos \theta. \quad (10)$$

Для одержання залежності $\theta = f(\beta)$, за допомогою якої можна обчислити кут θ нахилу нейтральної лінії, застосована умова про паралельність площин дії внутрішнього M_{Rd} та зовнішнього M_{Ed} моментів (рис. 1).

У системі координат $X_0 O_0 Y_0$ отримано, що

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{d_b - x_{0,c}}{d_h - y_{0,c}}, \quad (11)$$

де β – кут нахилу зовнішньої силової площини;

d_b, d_h – робочі висоти поперечного перерізу косозігнутого залізобетонного елемента в напрямку осей X_0 і Y_0 відповідно;

$x_{0,c}, y_{0,c}$ – координати точки прикладання рівнодійної N_c в бетоні стиснутої зони в системі координат $X_0 O_0 Y_0$, обчислення яких можна здійснити за наступними формулами:

$$x_{0,c} = \frac{b_{eff} (3\lambda X - 2b_{eff} \sin \theta)}{3(2\lambda X - b_{eff} \sin \theta)}, \quad (12)$$

$$y_{0,c} = \frac{3\lambda^2 X^2 - 3\lambda X b_{eff} \sin \theta + b_{eff}^2 \sin^2 \theta}{3 \cos \theta (2\lambda X - b_{eff} \sin \theta)}. \quad (13)$$

Після підстановки виразів (12) і (13) в (11) отримаємо квадратне рівняння відносно $\operatorname{tg} \theta$, розв'язком якого буде наступна формула, що дозволяє обчислювати кут θ нахилу нейтральної лінії для трапецієподібної форми стисної зони бетону при повному вичерпанні міцності бетону на стиск

$$\operatorname{tg} \theta = -\operatorname{ctg} \beta + \sqrt{\operatorname{ctg}^2 \beta - \frac{24tA_c \operatorname{ctg} \beta}{b_{eff}^3}}, \quad (14)$$

$$\text{де } t = d_b - d_h \operatorname{tg} \beta + \frac{A_c \operatorname{tg} \beta - b_{eff}^2}{2b_{eff}}; \quad A_c = \frac{f_{yd} A_s}{\eta f_{cd}}.$$

Таким чином, в результаті теоретичних досліджень отримані аналітичні залежності (14), (8), (9) для визначення всіх невідомих параметрів (θ , X , $M_{Rd,Y}$) при розв'язанні задач міцності косозігнутих елементів таврового профілю для трапецієподібної форми стиснутої зони бетону.

Висновки. Розроблена методика розрахунку несучої здатності косозігнутих залізобетонних елементів у нормальному перерізі за спрощеною деформаційною моделлю дозволяє швидко виконувати інженерні розрахунки та повною мірою відповідає вимогам чинних нормативних документів [3].

1. Павліков, А.М. Нелінійна модель напружено-деформованого стану косозавантажених залізобетонних елементів у закритичній стадії : монографія / А.М. Павліков. – Полтава, 2007. – 320 с.

2. Бойко, О.В. Оцінка міцності навскісно зігнутих балок на основі дволінійних діаграм деформування бетону та арматури: дис.на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.32.01 «Будівельні конструкції, будівлі та споруди» / О.В. Бойко. – Полтава, 2010. – 232 с.

3. Eurocode 2: Design of concrete structures. Part 1: General rules and rules for buildings. – Brussels, 2001. – 230 p.

4. Павліков, А.М. Розмежування форм стиснутої зони бетону в перерізі косозігнутих балок таврового профілю / А.М. Павліков, О.В. Бойко, М.О. Харченко // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури. – Одеса: ОДАБА, 2012. – Вип. 47, част. 1. – С. 255 – 260.

5. Павліков А.М. Міцність косозігнутих залізобетонних балок таврового профілю за умови дволінійної роботи бетону та арматури / А.М. Павліков, О.В. Бойко,

М.О. Харченко //Галузеве машинобудування, будівництво : зб. наук. праць. – Полтава: ПолтНТУ, 2011. – Вип. 2 (30). – С.33 – 37.

6. Кочкаръов, Д.В. Проектування залізобетонних елементів прямокутного профілю за косою згину на основі методу розрахункових опорів залізобетону / Д.В. Кочкаръов, В.І. Бабич // Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Серія «Технічні науки». – Рівне, 2015. – Вип. 3 (71). – С. 171 – 175.

7. Rodrigues, R. Vaz. A new technique for ultimate limit state design of arbitrary shape RC sections under biaxial bending / R. Vaz Rodrigues // Engineering Structures, 2015. – Vol. 104. – P. 1 – 17.

8. Sfakianakis, M.G. Biaxial bending with axial force of reinforced, composite and repaired concrete sections of arbitrary shape by fiber model and computer graphics / M.G. Sfakianakis // Advances in Engineering Software, 2002. – Vol. 33. – Issue 4. – P. 227 – 242.

9. Bonet, J.L. A fast stress integration algorithm for reinforced concrete sections with axial loads and biaxial bending / J.L. Bonet, M.L. Romero, P.F. Miguel, M.A. Fernandez // Computers & Structures, 2004. – Vol. 82. – Issues 2 – 3. – P. 213 – 225.

10. Bonet, J.L. Comparative study of analytical and numerical algorithms for designing reinforced concrete sections under biaxial bending / J.L. Bonet, M.H.F.M. Barros, M.L. Romero // Computers & Structures, 2006. – Vol. 84. – Issues 31 – 32. – P. 2184 – 2193.

1. Pavlikov, A.M. Neliniina model napruzhenno-deformovanoho stanu kosozavantazhenykh zalizobetonnykh elementiv u zakrytychnii stadii : monohrafiia / A.M. Pavlikov. – Poltava, 2007. – 320 s.

2. Boiko, O.V. Otsinka mitsnosti navskisno zihnutykh balok na osnovi dvoliniinykh diaqram deformuvannia betonu ta armatury: dys.na zdobuttia nauk. stupenia kand. tekhn. nauk: spets. 05.32.01 «Budivelni konstruktсии, budivli ta sporudy» / O.V. Boiko. – Poltava, 2010. – 232 s.

3. Pavlikov, A.M. Rozmezhuvannia form stysnutoi zony betonu v pererizi kosozihnutykh balok tavrovoho profilu / A.M. Pavlikov, O.V. Boiko, M.O. Kharchenko // Visnyk Odeskoi derzhavnoi akademii budivnytstva ta arkhitektury. – Odesa: ODABA, 2012. – Vyp. 47, chast. 1. – S. 255 – 260.

4. Pavlikov A.M. Mitsnist kosozihnutykh zalizobetonnykh balok tavrovoho profilu za umovy dvoliniinoi roboty betonu ta armatury / A.M. Pavlikov, O.V. Boiko, M.O. Kharchenko // Haluzeve mashynobuduvannia, budivnytstvo : zb. nauk. prats. – Poltava : PoltNTU, 2011. – Vyp. 2 (30). – S.33 – 37.

5. Kochkarov, D.V. Proektuvannia zalizobetonnykh elementiv priamokutnoho profilu za kosoho zghynu na osnovi metodu rozrakhunkovykh oporiv zalizobetonu / D.V. Kochkarov, V.I. Babych // Visnyk Natsionalnogo universytetu vodnoho hospodarstva ta pryrodokorystuvannia. Seriiia «Tekhnichni nauky». – Rivne, 2015. – Vyp. 3 (71). – S. 171 – 175.