

DOI: <https://doi.org/10.15407/rpra28.02.143>
УДК621.396.96

В.Г. Галушко^{1,2}, О.М. Власенко¹, Є.В. Булах¹

¹Радіоастрономічний інститут НАН України
вул. Мистецтв, 4, м. Харків, 61002, Україна

²Центр космічних досліджень Польської академії наук
вул. Бартицька, 18А, м. Варшава, 00-716, Польща
E-mail: galushko@rian.kharkov.ua

АНАЛІЗ ЗАСТОСОВНОСТІ МЕТОДУ ДВОЧАСТОТНОЇ ІНТЕРФЕРОМЕТРІЇ ДЛЯ ВИМІРЮВАННЯ КУТА МІСЦЯ ЦІЛЕЙ У ДВОКООРДИНАТНИХ РЛС

Предмет і мета роботи. Предметом даної роботи є метод двочастотної радіоінтерферометрії, що заснований на використанні двох досить близьких частот для усунення неоднозначності оцінювання кута місця радіолокаційних цілей у двокоординатних радіолокаторах, пов'язаної з $2\pi t$ -невизначеністю вимірювання різниці фаз сигналів. Метою є дослідження впливу випадкових шумів на точність оцінки кута місця методом двочастотної радіоінтерферометрії та аналіз можливості його практичного застосування.

Методи та методологія. Для дослідження впливу шумів на точність вимірювання кута місця було проведено ряд аналітичних розрахунків із застосуванням методів статистичного аналізу. Шуми в усіх приймальних каналах моделювалися адитивними статистично незалежними стаціонарними гауссовими процесами з нульовими середніми й однаковими дисперсіями. Результати розрахунків перевірялися за допомогою комп'ютерного моделювання з оцінкою статистики по 10^6 реалізаціях випадкового шуму.

Результати. Отримано коректну умову, що визначає ширину сектора однозначної оцінки кута місця в залежності від просторового розносу (бази) антен і співвідношення частот. Одержано вирази для похибок оцінки кута місця. Показано, що основний внесок в похибку обумовлено помилками визначення номера інтервалу неоднозначності. Отримано вираз для ймовірності правильного визначення номера інтервалу неоднозначності в залежності від співвідношення сигнал/шум і різниці частот. Показано, що практично 100-відсоткова ймовірність правильного визначення номера інтервалу неоднозначності досягається лише при співвідношеннях сигнал/шум, що перевищують 30 дБ. Проведено порівняльний аналіз методів двочастотної інтерферометрії та стандартної фазової пеленгації для близьких частот X -діапазону й однакового сектора огляду.

Висновки. Показано, що метод двочастотної радіоінтерферометрії з близькими частотами перевершує стандартний метод фазової пеленгації лише за умови досить великого співвідношення сигнал/шум (понад 30 дБ). В принципі, покращити його точність видається можливим за рахунок використання суттєво відмінних частот, що обираються з урахуванням умови узгодження шкал. Проте слід відзначити, що практична реалізація відповідного алгоритму видається набагато складнішою, ніж традиційної схеми з використанням однієї частоти та кількох баз антен.

Ключові слова: радіолокація, двокоординатний радар, фазова пеленгація, двочастотна радіоінтерферометрія, кут місця цілі, числове моделювання.

Цитування: Галушко В.Г., Власенко О.М., Булах Є.В. Аналіз застосовності методу двочастотної інтерферометрії для вимірювання кута місця цілей у двокоординатних РЛС. *Радіофізика і радіоастрономія*. 2023. Т. 28. № 2. С. 143–157. <https://doi.org/10.15407/rpra28.02.143>

Citation: Galushko V.G., Vlasenko O.M., and Bulakh Y.V., 2023. Analysis of dual-frequency interferometry applicability for target elevation angle measurement using two-coordinate radars. *Radio Physics and Radio Astronomy*, **28**(2), pp. 143–157. <https://doi.org/10.15407/rpra28.02.143>

© Видавець ВД «Академперіодика» НАН України, 2023. Статтю опубліковано відповідно до умов відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>)

© Publisher PH "Akademperiodyka" of the NAS of Ukraine, 2023. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>)

Вступ

Сучасні радіолокаційні системи (РЛС) виконують широкий спектр функцій, в тому числі пошук і виявлення цілей, вимірювання координат всіх знайдених об'єктів, а також їхній супровід, розпізнавання, класифікацію та побудову зображень [1]. Для цього використовуються методи паралельного, послідовного та паралельно-послідовного (змішаного) огляду заданої області простору (сканування) [2]. Конкретний спосіб огляду обирається в залежності від призначення РЛС. При цьому, з одного боку, швидкість оновлення даних повинна бути досить високою, щоб надійно супроводжувати швидкісні цілі, а з іншого боку, її величина обмежена необхідністю достатньо тривалого спостереження цілі, щоб задовольнити вимогам щодо кількості та точності оцінки координат цілей. Найбільш ефективно вирішення цієї проблеми забезпечує багатопроменевий паралельний огляд простору з використанням фазованих антенних решіток (ФАР). В цьому випадку вся задана область простору опромінюється широкопрямованою антеною. Відбиті сигнали приймаються набором вузьких променів, які перекривають заданий сектор за азимутом та кутом місця [3, 4]. Багатопроменева діаграма направленості (ДН) може формуватися цифровим або аналоговим способами. Цифровий спосіб передбачає оцифрування даних з кожного приймального каналу з подальшою ваговою (фазовою та амплітудною) обробкою, що дозволяє контролювати рівень бічних пелюсток, а також положення максимумів і нулів ДН [5]. При аналоговому способі сигнали, прийняті окремими елементами ФАР, спочатку фазуються, а потім оцифровуються за допомогою аналого-цифрових перетворювачів (АЦП). Однак в будь-якому випадку для кожного променя ДН потрібно мати окремий приймальний канал, включаючи швидкодіючі АЦП. Крім того, для забезпечення одночасного огляду всього заданого сектора простору необхідні високошвидкісні процесори, обчислювальна потужність яких пропорційна кількості приймальних каналів. Тому такі системи є дуже складними та дорогими.

Системи послідовного (однопроменевого) огляду набагато простіші та дешевші, ніж багатопроменеві. В цьому випадку кожний елемент

роздільної здатності за кутовими координатами почергово сканується достатньо вузьким променем ДН, орієнтація якого змінюється за певним законом механічним або електричним способом. Для випромінювання зондуючого сигналу та реєстрації відбиттів від цілі використовують один приймально-передавальний канал. Очевидно, що час огляду при цьому зростає пропорційно кількості елементів роздільної здатності, однак у тій же пропорції зменшуються вимоги до обчислювальних ресурсів і потенціалу локатора.

Змішаний спосіб є компромісом між складністю реалізації паралельного та великим періодом огляду послідовного методу. В цьому випадку за однією кутовою координатою (частіше за все азимутом) здійснюється послідовне сканування достатньо вузькою ДН, а в площині кута місця формуються парціальні промені, кількість та ширина яких визначаються діапазоном і роздільною здатністю за кутом місця [2]. На сьогодні цей спосіб найчастіше застосовується в трикоординатних оглядових РЛС.

Для вимірювання кутового положення цілі в усіх розглянутих вище способах огляду простору використовується амплітудний метод [6], точність якого визначається шириною ДН за відповідною координатою. У зв'язку з цим певні умови накладаються на розмір апертури антени. Наприклад, для забезпечення в Х-діапазоні ширини ДН в один градус розмір антени повинен становити кілька метрів.

Суттєво більш високу точність при тих же розмірах антенної системи забезпечує фазовий (інтерференційний) метод [6–8]. Для оцінки кутових координат джерела випромінювання (перевипромінювання) використовується різниця фаз сигналів, прийнятих кількома (в найпростішому випадку двома) однаковими антенами з просторово рознесеними фазовими центрами. Точність оцінки кута залежить від співвідношення між довжиною хвилі λ та відстанню між фазовими центрами антен (базою) D — чим менше λ / D , тим вища точність. Однак зі зменшенням λ / D звужується діапазон однозначного визначення кута, що пов'язано з $2\pi t$ невизначеністю вимірюваної різниці фаз. Для розширення сектора огляду за умови збереження заданої точності застосовують метод кількох шкал [9, 10]. В найпростішому випадку додається третя анте-

на, щоб отримати різниці фаз сигналів для двох баз — D_1 і D_2 . Довжини баз обираються, виходячи з умови узгодження шкал — похибка вимірювань на більш грубій шкалі (меншій базі) не повинна перевищувати ширину діапазону однозначного визначення на більш точній шкалі (більшій базі) [11].

Оскільки точність і діапазон вимірювання кутів визначаються співвідношенням λ / D , другу шкалу можна отримати, не додаючи третю антену, а працюючи одночасно на двох частотах. Наприклад, в роботі [12] розглянуто можливість застосування методу двочастотної інтерферометрії в двокоординатних РЛС для оцінки кута місця θ радіолокаційних цілей. Запропонований авторами алгоритм базується на використанні двох досить близьких довжин хвиль λ_1 і λ_2 для усунення неоднозначності вимірювання кута місця в заданому секторі огляду. Таким чином, метод [12] передбачає використання двох слабо відмінних «шкал» λ_1 / D і λ_2 / D , в той час як у способі кількох шкал [9, 10] бази D_1 і D_2 відрізняються в кілька разів. Саме ця принципова відмінність між двома методами усунення неоднозначності вимірювання кута, а також низка неточностей і, на наш погляд, недостатньо обґрунтованих висновків, допущених авторами роботи [12], стимулювали нас провести більш ретельне дослідження алгоритму двочастотної інтерферометрії, результати якого наведено нижче.

1. Основні принципи радіоінтерферометрії

Нехай сигнал від цілі являє собою плоску хвилю, що падає під кутом θ до осі x на дві антени, що рознесені симетрично відносно осі x на відстань D (точки 1 і 2 на рис. 1).

Різниця фаз сигналів, прийнятих антенами 1 і 2, визначається різницею ходу $\Delta L = D \sin \theta$, величина якої може перевищувати λ . Отже для вимірної різниці фаз $\Delta \varphi$ сигналів в антенах 1 і 2 маємо

$$\Delta \varphi + 2\pi m = \varphi_1 - \varphi_2 = k \Delta L = 2\pi \frac{D}{\lambda} \sin \theta, \quad (1)$$

звідки отримуємо

$$\sin \theta = \frac{\lambda(\Delta \varphi + 2\pi m)}{2\pi D}. \quad (2)$$

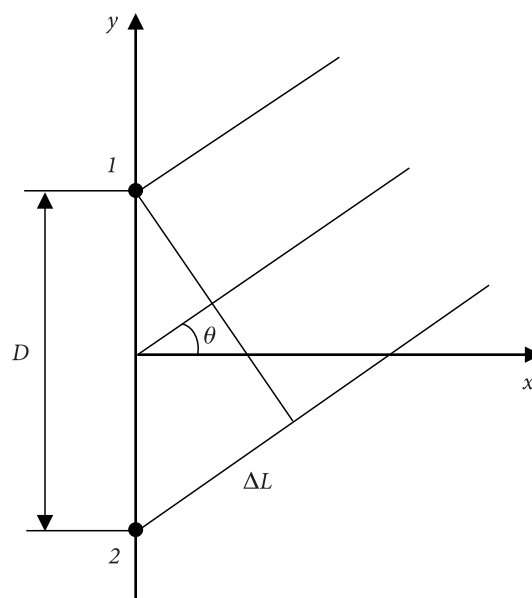


Рис. 1. Геометрія задачі

Тут $k = 2\pi / \lambda$ — хвильове число; $m = \lfloor \Delta L / \lambda \rfloor$ при $\theta \geq 0$ і $m = \lceil \Delta L / \lambda \rceil$ при $\theta < 0$.

Оскільки $|\Delta \varphi| \leq \pi$, із (2) випливає, що однозначне визначення θ (при $m = 0$) можливо в області

$$\theta \in [-\theta_{\max}, \theta_{\max}], \quad (3)$$

де $\theta_{\max} = \arcsin \left[\min \left(\frac{\lambda}{2D}, 1 \right) \right]$.

На основі (2) можна також визначити кількість і межі областей неоднозначності. З умови $|\sin \theta| \leq 1$ маємо $|m| \leq D / \lambda + 1/2$, а ліва, $\theta_l^{(m)}$, та права, $\theta_r^{(m)}$, межі області неоднозначності з номером m визначаються відповідно як

$$\sin \theta_{l,r}^{(m)} = \frac{\lambda}{D} \left(m \mp \frac{1}{2} \right).$$

В реальних умовах $\Delta \varphi$ вимірюється з деякою похибкою, $\delta \varphi_{\Sigma}$, обумовленою нестабільністю фазових характеристик приймальних каналів, а також впливом зовнішніх завад і внутрішніх шумів приймача. З урахуванням цього (2) можна записати у вигляді

$$\sin(\theta_0 + \delta \theta) = \frac{\lambda(\Delta \varphi_0 + \delta \varphi_{\Sigma} + 2\pi m)}{2\pi D}, \quad (4)$$

де θ_0 — істинне значення кута місця цілі. Вважаючи, що ці фактори призводять до невеликих по-

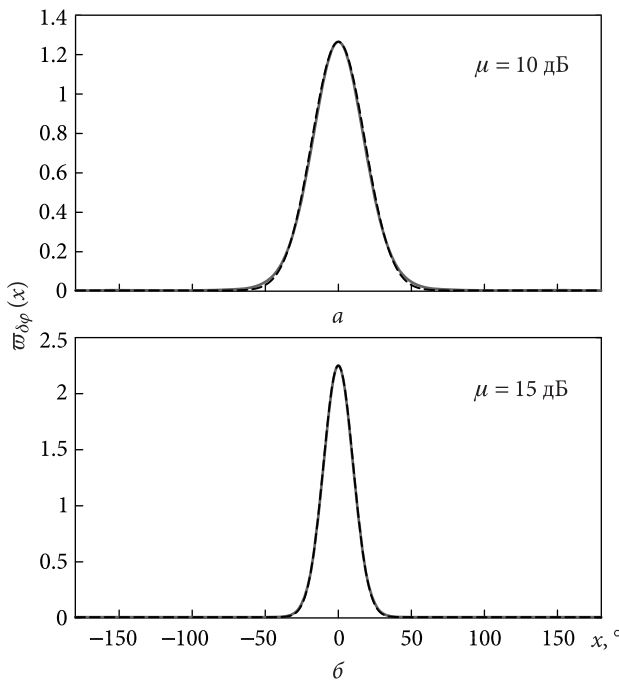


Рис. 2. Густина ймовірності $w_{\delta\varphi}(x)$ флуктуацій фази результуючого сигналу, розрахована за формулами (7) (суцільні лінії) і (8) (штрихові лінії) для $\mu = 10$ дБ (а) і $\mu = 15$ дБ (б)

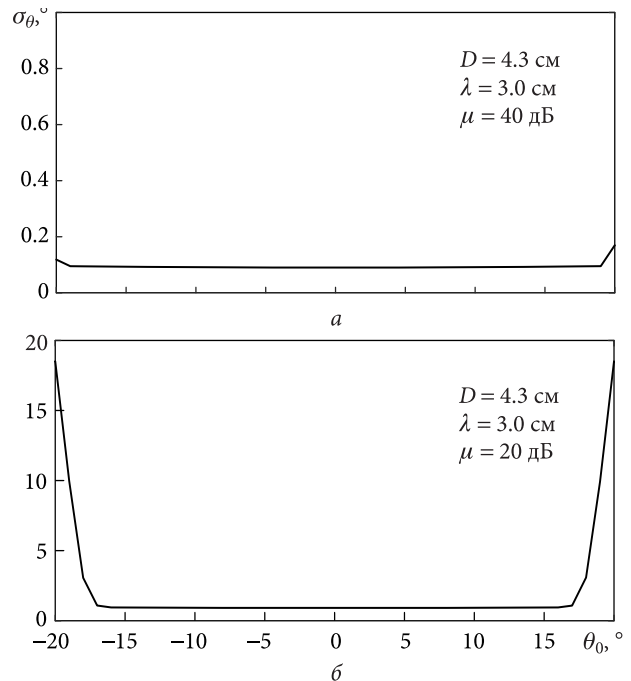


Рис. 3. Залежності $\sigma_{\theta}(\theta_0)$ в області однозначного визначення кута місця θ при $D = 4.3$ см і $\lambda = 3.0$ см ($\theta_{\max} \approx 20^\circ$) для співвідношень сигнал/шум $\mu = 20$ дБ (а) і $\mu = 40$ дБ (б)

хибок оцінки θ , $|\delta\theta| \ll 1$, з (4) маємо

$$\delta\theta = \frac{\lambda}{2\pi D \cos\theta_0} \delta\varphi_{\Sigma} \text{ та } \sigma_{\theta} = \frac{\lambda}{2\pi D \cos\theta_0} \sigma_{\varphi_{\Sigma}}, \quad (5)$$

де σ_{θ} і $\sigma_{\varphi_{\Sigma}}$ – стандартні відхилення флуктуацій $\delta\theta$ і $\delta\varphi_{\Sigma}$ відповідно.

На основі (3) і (5) можна оцінити величини D/λ і $\sigma_{\varphi_{\Sigma}}$, що забезпечують потрібну точність σ_{θ} в заданому секторі кутів $|\theta| \leq \theta_{\max}$. Так, наприклад, при $\theta_{\max} = 20^\circ$ і $\sigma_{\theta} = 1^\circ$ з (3) отримуємо $D/\lambda \approx 1.46$, а у відповідності з (5) $\sigma_{\varphi_{\Sigma}}$ не повинно перевищувати 8.6° .

Важливою характеристикою для практики є залежність похибки вимірювання кута місця, σ_{θ} , від співвідношення сигнал/шум. Для її аналізу будемо вважати шуми в приймальних каналах n_1 і n_2 статистично незалежними випадковими нормальними процесами з нульовим середнім і однаковими дисперсіями σ_n^2 :

$$w_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_n^2}\right). \quad (6)$$

На виході кожного з каналів маємо суму корисного сигналу S_{0i} і випадкового шуму n_i . Гус-

тина ймовірності флуктуацій фази результуючого коливання має вигляд [13, 14]

$$w_{\delta\varphi}(x) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{\mu^2}{2}} + \frac{\mu \cos x}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\mu^2 \sin^2 x}{2}} \Phi(\mu \cos x), \quad |\varphi| \leq \pi. \quad (7)$$

Тут $\mu = S_0 / \sigma_n$ – співвідношення сигнал/шум, а $\Phi(x)$ – інтегральна функція розподілу стандартного нормального процесу [13]. У випадку достатньо великих μ із (7) маємо

$$w_{\delta\varphi}(x) \approx \frac{\mu}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\mu^2 x^2}{2}}, \quad |x| \leq \pi/2. \quad (8)$$

На рис. 2 наведено графіки $w_{\delta\varphi}(x)$, розраховані за формулами (7) (суцільні лінії) і (8) (штрихові лінії) для співвідношень сигнал/шум 10 дБ (рис. 2, а) і 15 дБ (рис. 2, б). Видно, що результати точних і наближених розрахунків добре узгоджуються вже при $\mu = 10$ дБ. Тому надалі будемо вважати, що флуктуації фази вихідних сигналів приймальних каналів розподілено згідно з (8). Тоді за формулою для густини ймовірності різниці двох статистично незалежних ви-

падкових величин [13] можемо одразу записати $\sigma_{\varphi_{\Sigma}}^2 = 2\sigma_{\varphi}^2 = 2/\mu^2$. Підставивши $\sigma_{\varphi_{\Sigma}}^2$ в (5), отримуємо

$$\sigma_{\theta} = \frac{\lambda}{\sqrt{2\pi D \mu \cos \theta_0}}. \quad (9)$$

Оцінка за формулою (9) для $D/\lambda \approx 1.46$, $\theta_0 = 0^\circ$ і $\mu = 15$ дБ дає величину $\sigma_{\theta} \approx 1.6^\circ$. При $\mu = 20$ дБ маємо $\sigma_{\theta} \approx 0.9^\circ$, а при $\mu = 40$ дБ — $\sigma_{\theta} \approx 0.09^\circ$ (див. рис. 3).

Проаналізуємо вплив шумів поблизу точки $\theta_0 \approx \pm \theta_{\max}$ більш детально. Розрахуємо середнє відхилення оцінки кута місця цілі $\hat{\theta}(\theta_0)$ від істинного значення θ_0 , $\langle \delta\theta(\theta_0) \rangle = \langle \hat{\theta}(\theta_0) - \theta_0 \rangle$, де кутові дужки означають статистичне усереднення. В силу властивості непарності достатньо розглянути тільки одну гілку θ_0 , наприклад, $\theta_0 \geq 0$. В інтервалі $\theta_0 \in [0, \theta_{\max}]$ флуктуації $\delta\theta(\theta_0)$ визначаються формулою (5). В точці $\theta_0 = \theta_{\max}$ різниця фаз $\Delta\varphi$ стрибком зменшується на 2π і, відповідно, при $\theta_0 \geq \theta_{\max}$ можна записати

$$\delta\theta(\theta_0) = \frac{\lambda}{2\pi D \cos \theta_0} (\delta\varphi_{\Sigma} - 2\pi).$$

Враховуючи незалежність флуктуацій фаз сигналів в приймальних каналах, з (8) отримуємо вираз для густини ймовірності флуктуацій $\delta\varphi_{\Sigma}$ при $\mu \gg 1$:

$$\varpi_{\delta\varphi_{\Sigma}}(x) \approx \frac{\mu}{2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{\mu^2 x^2}{4}}. \quad (10)$$

Таким чином, маємо

$$\begin{aligned} \langle \delta\theta(\theta_0) \rangle &= \frac{\lambda}{2\pi D \cos \theta_0} \int_{-\pi}^{\pi} x \varpi_{\delta\varphi_{\Sigma}}(x) dx \approx \\ &= \frac{\lambda}{2\pi D \cos \theta_0} \frac{\mu}{2\sqrt{\pi}} \times \\ &\times \left\{ \int_{-\pi}^{\pi - \Delta\varphi_0} x e^{-\frac{\mu^2 x^2}{4}} dx + \int_{\pi - \Delta\varphi_0}^{\pi} (x - 2\pi) e^{-\frac{\mu^2 x^2}{4}} dx \right\}. \end{aligned}$$

Інтеграли в цьому виразі є табличними [15], і, узагальнивши результат на обидві гілки θ_0 , отримуємо

$$\begin{aligned} \langle \delta\theta(\theta_0) \rangle &\approx \mp \frac{\lambda}{2D \cos \theta_0} \times \\ &\times \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left[\frac{(\pi - |\Delta\varphi_0|)\mu}{2} \right] \right\}, \quad (11) \end{aligned}$$

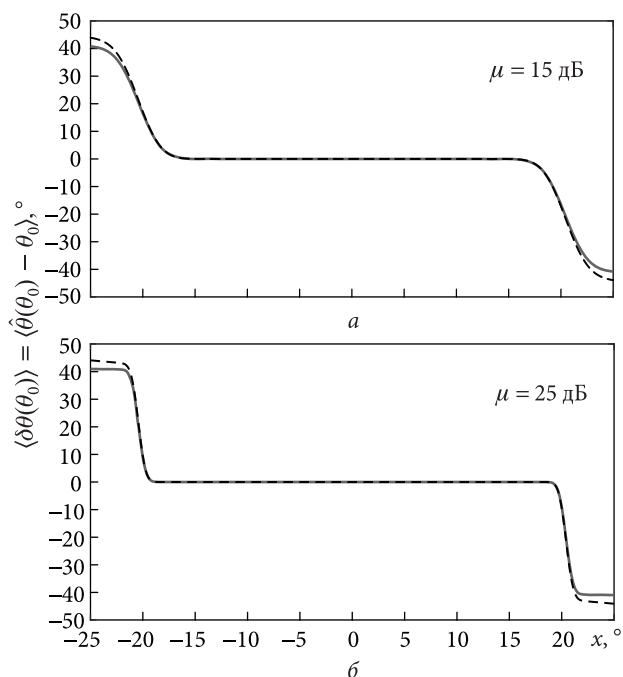


Рис. 4. Результати розрахунків (штрихова крива) і комп'ютерного моделювання (суцільна лінія) залежності $\langle \delta\theta(\theta_0) \rangle = \langle \hat{\theta}(\theta_0) - \theta_0 \rangle$ для $D = 4.3$ см, $\lambda = 3.0$ см і двох величин μ , що дорівнюють 15 дБ (а) і 25 дБ (б)

де $\operatorname{erf}(\cdot)$ — функція помилок [16], $\Delta\varphi_0$ визначається виразом (1) при $t = 0$, тобто $\Delta\varphi_0 = 2\pi D/\lambda \sin \theta_0$, а знаки «-» і «+» відносяться до $\theta_0 \geq 0$ і $\theta_0 < 0$ відповідно.

На рис. 4 наведено результати розрахунків (штрихова крива) і комп'ютерного моделювання (суцільна лінія) залежності $\langle \delta\theta(\theta_0) \rangle = \langle \hat{\theta}(\theta_0) - \theta_0 \rangle$ для $D = 4.3$ см, $\lambda = 3.0$ см і двох величин μ , що дорівнюють 15 дБ (рис. 4, а) і 25 дБ (рис. 4, б). При моделюванні усереднювалося 10^6 реалізацій випадкового шуму. Поблизу $\theta_0 = \theta_{\max}$ (для заданих параметрів $\theta_{\max} \approx 20.42^\circ$) оцінка кута місця $\hat{\theta}(\theta_0)$ стає зміщеною. Зміщення зростає при наближенні до меж інтервалу однозначного визначення θ , досягаючи величини $\mp \frac{\lambda}{2D \cos \theta_0}$ при $\theta_0 = \pm \theta_{\max}$. Ширина області, в якій оцінка $\hat{\theta}(\theta_0)$ є зміщеною, зменшується з ростом μ . Цей ефект призводить до систематичної похибки вимірювання θ .

Тепер розглянемо залежність стандартного відхилення $\sigma_{\theta}(\theta_0)$ оцінки кута місця цілі, яке характеризує динамічну похибку. Запишемо дис-

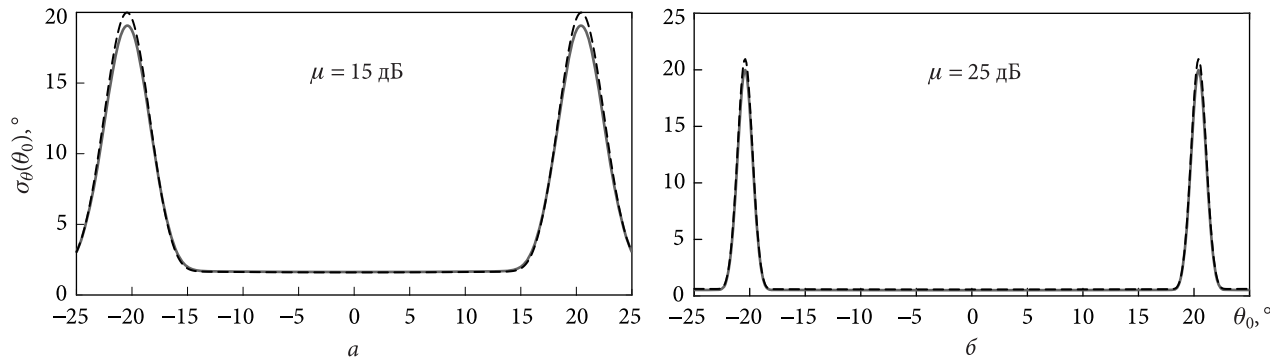


Рис. 5. Результати розрахунків (штрихова крива) і комп'ютерного моделювання (суцільна лінія) залежності $\sigma_{\theta}(\theta_0)$ для $D = 4.3$ см, $\lambda = 3.0$ см і двох величин μ , що дорівнюють 15 дБ (а) і 25 дБ (б)

персію оцінки $\sigma_{\theta}^2(\theta_0)$ у такому вигляді:

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta}^2(\theta_0) &= \left\langle \left[\hat{\theta}(\theta_0) - \langle \hat{\theta}(\theta_0) \rangle \right]^2 \right\rangle = \\ &= \left\langle [\delta\theta(\theta_0)]^2 \right\rangle - \langle \delta\theta(\theta_0) \rangle^2. \end{aligned} \quad (12)$$

Величина $\langle \delta\theta(\theta_0) \rangle$ визначається виразом (11), і треба знайти тільки $\left\langle [\delta\theta(\theta_0)]^2 \right\rangle$, для якої за аналогією з обчисленням $\langle \delta\theta(\theta_0) \rangle$ можемо зразу записати

$$\begin{aligned} \left\langle [\delta\theta(\theta_0)]^2 \right\rangle &= \left(\frac{\lambda}{2\pi D \cos \theta_0} \right)^2 \frac{\mu}{2\sqrt{\pi}} \times \\ &\times \left\{ \int_{-\pi}^{\pi - \Delta\varphi_0} x^2 e^{-\frac{\mu^2 x^2}{4}} dx + \int_{\pi - \Delta\varphi_0}^{\pi} (x - 2\pi)^2 e^{-\frac{\mu^2 x^2}{4}} dx \right\}. \end{aligned}$$

Після нескладних перетворень, обчислення інтегралів за допомогою таблиць [15] і підстановки отриманого виразу разом з (11) в (12), маємо

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta}(\theta_0) &= \frac{\lambda}{2D \cos \theta_0} \times \\ &\times \left(1 + \frac{2}{\pi^2 \mu^2} - \operatorname{erf}^2 \left[\frac{\mu(\pi - |\Delta\varphi_0|)}{2} \right] - \right. \\ &\left. - \frac{4}{\pi^{3/2} \mu} e^{-\frac{\mu^2(\pi - |\Delta\varphi_0|)^2}{4}} \right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (13)$$

На рис. 5 наведено результати розрахунків (штрихова крива) і комп'ютерного моделювання (суцільна лінія) залежності $\sigma_{\theta}(\theta_0)$ для $D = 4.3$ см, $\lambda = 3.0$ см і двох величин μ , що дорівнюють 15 дБ (рис. 5, а) і 25 дБ (рис. 5, б). Усереднення проводилось по 10^6 реалізаціях випадкового шуму.

Видно, що поблизу меж інтервалу однозначного визначення кута місця σ_{θ} різко зростає, досягаючи максимуму в точці $\theta_0 = \theta_{\max} \approx 20.42^\circ$, що дорівнює

$$\sigma_{\theta_{\max}} = \frac{\lambda}{2D \cos \theta_{\max}} \sqrt{\operatorname{erf}(\pi \mu) + \frac{2}{\pi^2 \mu^2} - \frac{4}{\pi^{3/2} \mu}}.$$

При $\mu(\pi - |\Delta\varphi_0|) \gg 1$, тобто досить далеко від меж інтервалу однозначного визначення θ , вираз (13) співпадає з отриманою раніше оцінкою (9), яку позначимо $\sigma_{\theta_{\min}}$.

Ширина області підвищеного σ_{θ} суттєво залежить від співвідношення сигнал/шум — зменшується з ростом μ . Цей ефект треба враховувати при виборі сектора огляду радару. Підвищити точність оцінки кута місця цілі можна за рахунок збільшення співвідношення D/λ . Однак це призведе до зменшення сектора огляду радару через появу додаткових областей неоднозначності вимірювання різниці фаз сигналів. Для усунення такої неоднозначності можна використати або кілька баз D , або кілька довжин хвиль λ . Наприклад, в [12] наводяться результати дослідження двочастотного методу усунення неоднозначності $2\pi t$ в двокоординатних РЛС, і на основі даних комп'ютерного моделювання робиться висновок про ефективність запропонованого методу для вимірювання кута місця радіолокаційних цілей. Однак, на наш погляд, у своєму дослідженні автори допустили кілька суттєвих неточностей, у тому числі, при визначенні сектора однозначної оцінки кутового положення цілі. Це спонукало нас провести більш ретельне дослідження потенційних можливостей методу, результати якого наведено в наступному розділі.

2. Аналіз методу двочастотної інтерферометрії

Нехай радар одночасно випромінює сигнали на двох частотах f_1 і f_2 , причому $f_1 > f_2$ або $\lambda_1 < \lambda_2$ ($\lambda_i = c / f_i$, де c – швидкість світла). Тоді у відповідності з (1) можна записати

$$\Delta\varphi_{1,2} + 2\pi m_{1,2} = 2\pi \frac{D}{\lambda_{1,2}} \sin\theta. \quad (14)$$

Система рівнянь (14) містить три невідомі: θ , m_1 і m_2 . Тому необхідно ввести деяку додаткову умову, як це зроблено в [12], де частоти f_1 і f_2 вважаються настільки близькими, що різниця $m_1 - m_2$ може приймати значення 0 і ± 1 , тобто

$$|m_1 - m_2| \leq 1. \quad (15)$$

Нерівність (15) справедлива за умови $D \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1 \lambda_2} \times |\sin\theta_b| = 1$, звідки випливає

$$|\sin\theta_b| = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{D(\lambda_2 - \lambda_1)} \vee |\sin\theta_b| = \frac{c}{D(f_1 - f_2)}, \quad (16)$$

де θ_b – граничний кут, для якого виконується (15).

Формула (16) повністю співпадає з виразом (12) з [12], на основі якого автори отримали обмеження на максимальну різницю частот $f_1 - f_2$, що забезпечує однозначне вимірювання кута θ в заданому інтервалі (нерівність (13) в [12]). Однак те, як це було зроблено, викликає певні питання. По-перше, з умови, що «значення виразу (12) не повинне перевищувати одиницю», можна отримати обмеження на мінімальну різницю частот, але ніяк не на максимальну. По-друге, застосування нерівності (13) з [12] дає помилковий результат, в чому можна переконатися прямими розрахунками. Нехай, наприклад, $D = 50$ см і $\theta_b = 30^\circ$. У відповідності з (13) з [12] отримуємо $f_1 - f_2 < 1.2$ ГГц. Оберемо $f_1 = 10.0$ ГГц і $f_2 = 8.9$ ГГц. При цьому $f_1 - f_2 = 1.1$ ГГц, що задовольняє критерію з [12]. Результат стає неправильним вже починаючи з $\theta \approx 16^\circ$. Так при $\theta = 16^\circ$ маємо $m_+ \approx -4.09$, $m_- \approx -13.18$ і $m_0 \approx 5$. Згідно із запропонованим в [12] критерієм (будемо називати його "мін-мод критерій") треба обрати розв'язок $m = -4$, в той час як правильне значення $m = 5$. Це очевидно, оскільки при точному розв'язку рівнянь без урахування впливу шуму m повинно бути цілим числом.

Отже, необхідно отримати коректне обмеження на область однозначного визначення кута θ за мін-мод критерієм. Для цього розглянемо 3 ситуації, що задовольняють умові (15): 1) $m_1 = m_2 = m$; 2) $m_1 = m$, $m_2 = m + 1$ і 3) $m_1 = m$, $m_2 = m - 1$. Зазначимо, що випадки 2) і 3) реалізуються при $m < 0$ і $m > 0$ відповідно. Тому можна обмежитись аналізом тільки для однієї гілки значень кута θ , наприклад, додатної. Розв'язавши систему рівнянь (14) відносно m , отримаємо два можливих корені, що відповідають ситуаціям 1 і 3:

$$m \in \left\{ \frac{\Delta\varphi_1 \lambda_1 - \Delta\varphi_2 \lambda_2}{2\pi(\lambda_2 - \lambda_1)}, \frac{\Delta\varphi_1 \lambda_1 - \Delta\varphi_2 \lambda_2}{2\pi(\lambda_2 - \lambda_1)} + \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \right\}.$$

Оскільки ці два корені відрізняються на $\lambda_2 / (\lambda_2 - \lambda_1)$, алгоритм вибору мінімального з них (мін-мод критерій) буде «працювати» в області значень m , що задається нерівністю

$$m < \frac{\lambda_2}{2(\lambda_2 - \lambda_1)} \equiv m_b. \quad (17)$$

З рівняння (14) отримуємо вираз для m_1 , що відповідає межі сектора огляду θ_{\max} :

$$m_1 = \frac{D}{\lambda_1} \sin\theta_{\max} - \frac{1}{2}.$$

Якщо $m_1 \leq m_b$, то як m_{\max} обирається m_1 наступним чином

$$m_{\max} = \begin{cases} m_1 - 1, & m_b \in \mathbb{N}^+; \\ \lfloor m_1 \rfloor, & m_b \notin \mathbb{N}^+, \end{cases} \quad (18)$$

де \mathbb{N}^+ – множина натуральних чисел без нуля: $\{1, 2, 3, \dots\}$.

У протилежному випадку треба зменшувати різницю $\lambda_2 - \lambda_1$ доки не виконається рівність $m_1 = m_b$. Визначивши $m_1 = m_{\max}$ і, прийнявши в (14) $\Delta\varphi_1 = \pi$ і $m_1 = m_{\max}$, знаходимо θ_{\max} :

$$\theta_{\max} = \arcsin \left[\frac{\lambda_1}{D} \left(m_{\max} + \frac{1}{2} \right) \right]. \quad (19)$$

Отже область однозначного вимірювання θ двочастотним методом з використанням мін-мод критерію обмежена нерівністю $-\theta_{\max} < \theta < \theta_{\max}$.

Для перевірки методики оцінки області однозначного визначення θ розрахуємо θ_{\max} для тих

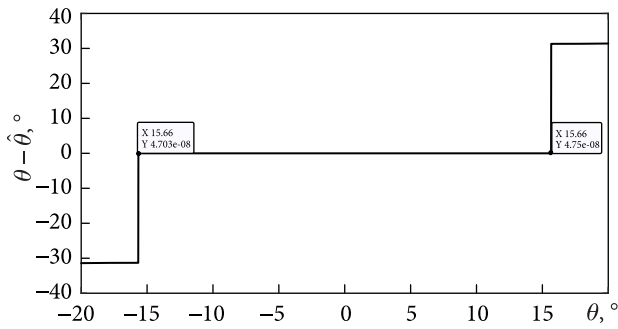


Рис. 6. Залежність різниці між істинним кутом місця θ і його оцінкою $\hat{\theta}$, $\theta - \hat{\theta}$ від кутового положення цілі, розрахована для $D = 50$ см, $f_1 = 10$ ГГц і $f_2 = 8.9$ ГГц

же параметрів, що і в попередньому прикладі: $D = 50$ см, $f_1 = 10.0$ ГГц і $f_2 = 8.9$ ГГц. У відповідності з (17), (18) отримуємо $m_{\max} = 4$, що згідно з (19) дає $\theta_{\max} \approx 15.66^\circ$, що підтверджується результатами комп'ютерного моделювання для цих же параметрів (див. рис. 6).

Тепер, коли область застосування мін-мод критерію визначено, опишемо коротко процедуру оцінки кута місця цілі θ . На першому етапі обчислюються величини $\{m_j\}$ за формулою

$$m_j = \frac{\Delta\varphi_1\lambda_1 - \Delta\varphi_2\lambda_2}{2\pi(\lambda_2 - \lambda_1)} + j \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}, \quad (20)$$

$j \in \{-1, 0, 1\}$.

Як m_1 обирається найменша з цих величин за модулем. Відповідно величина m_2 дорівнює

$$m_2 = \begin{cases} m_1, & m = m_0; \\ m_1 + 1, & m_1 < 0; \\ m_1 - 1, & m_1 > 0. \end{cases}$$

Підставивши знайдені m_1 і m_2 в (14), отримуємо відповідно два вирази для визначення θ :

$$\sin\theta_{1,2} = \frac{\lambda_{1,2}(\Delta\varphi_{1,2} + 2\pi m_{1,2})}{2\pi D}. \quad (21)$$

Зазначимо, що за відсутності шумів θ_1 і θ_2 повинні співпадати в межах похибки обчислень. Однак в реальних умовах вони можуть відрізнятися через флуктуації фаз сигналів, викликаних нестабільністю фазових характеристик приймальних трактів, зовнішніми завадами та внутрішніми шумами приймача.

3. Вплив шуму на точність вимірювання кута місця θ методом двочастотної інтерферометрії

Будемо вважати шуми в каналах антени статистично незалежними нормальними процесами з нульовим середнім і дисперсією σ_n^2 (див. (6)). Запишемо $\theta_i = \theta_0 + \delta\theta_i$ і $\Delta\varphi_i = \Delta\varphi_{0i} + \delta\varphi_{\Sigma i}$, де $i = 1, 2$ — номер частотного каналу. Тоді, за умови $|\delta\theta_i| \ll 1$, з (21) отримуємо

$$\delta\theta_i = \frac{\lambda_i}{2\pi D \cos\theta_0} (\delta\varphi_{\Sigma i} + 2\pi\delta m_i), \quad (22)$$

де $\delta m_i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ — помилка оцінки m_i за мін-мод критерієм.

Видно, що при правильно визначених m_i , тобто $\delta m_i = 0$, (22) співпадає з аналогічною формулою (5) для одночастотного методу. Таким чином, можна очікувати, що всі розглянуті в Розділі 1 ефекти впливу шумів на точність оцінки кута θ будуть спостерігатися і в двочастотному випадку.

Розглянемо умови, при яких $\delta m_i = 0$. На основі (20) запишемо

$$\delta m = m - m_0 = \frac{\lambda_1\delta\varphi_{\Sigma 1} - \lambda_2\delta\varphi_{\Sigma 2}}{2\pi(\lambda_2 - \lambda_1)},$$

де m_0 — істинне значення параметра m .

Наведемо умову правильного визначення m за мін-мод критерієм у вигляді

$$-\frac{1}{2} < \frac{\lambda_1\delta\varphi_{\Sigma 1} - \lambda_2\delta\varphi_{\Sigma 2}}{2\pi(\lambda_2 - \lambda_1)} < \frac{1}{2}. \quad (23)$$

Нерівність (23) визначає діапазон значень, які може приймати $\delta\varphi_{\Sigma 2}$ при деякому $\delta\varphi_{\Sigma 1}$, щоб номер області неоднозначності m був визначений правильно. Ширина цього діапазону, $\Delta_{\delta\varphi_{\Sigma 2}}$, визначається відношенням λ_1 / λ_2 :

$$\Delta_{\delta\varphi_{\Sigma 2}} = 2\pi(1 - \lambda_1 / \lambda_2) = \pi / m_b.$$

Тобто, чим ближче λ_1 / λ_2 до 1 (чим більше m_b), тим вужче діапазон $\Delta_{\delta\varphi_{\Sigma 2}}$ і, відповідно, тим сильніший зв'язок (вище кореляція) між $\delta\varphi_{\Sigma 1}$ і $\delta\varphi_{\Sigma 2}$. Це означає, що ефективність запропонованої в [12] процедури усереднення θ_1 і θ_2 , $\hat{\theta} = (\theta_1 + \theta_2) / 2$, буде також визначатись параметром m_b — чим він більший, тим менш ефективне усереднення.

Оцінимо ймовірність правильного визначення параметра m , $P(m = m_0)$, нехтуючи ефектами, пов'язаними зі стрибками різниць фаз $\Delta \varphi_i$ на 2π поблизу меж областей неоднозначності.

Позначивши в (23) $\Delta = \frac{\lambda_1 \delta \varphi_{\Sigma 1} - \lambda_2 \delta \varphi_{\Sigma 2}}{2\pi(\lambda_2 - \lambda_1)}$, запишемо $P(m = m_0)$ у вигляді

$$P(m = m_0) = \int_{-1/2}^{1/2} \varpi_{\Delta}(x) dx, \quad (24)$$

де $\varpi_{\Delta}(x)$ – густина ймовірності Δ .

При достатньо великих μ густина ймовірності різниці фаз $\delta \varphi_{\Sigma i}$ буде визначатися виразом (10), а оскільки Δ є лінійною комбінацією $\delta \varphi_{\Sigma i}$, можна зразу записати

$$\varpi_{\Delta}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\Delta}^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_{\Delta}^2}}, \quad (25)$$

$$\text{де } \sigma_{\Delta}^2 = \frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}{2\pi^2 \mu^2 (\lambda_2 - \lambda_1)^2}.$$

Після підстановки (25) в (24) і обчислення інтеграла отримуємо

$$\begin{aligned} P(m = m_0) &= \operatorname{erf} \left[\frac{\pi \mu (\lambda_2 - \lambda_1)}{2\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}} \right] = \\ &= \operatorname{erf} \left[\frac{\pi \mu (f_1 - f_2)}{2\sqrt{f_1^2 + f_2^2}} \right]. \end{aligned} \quad (26)$$

Аналіз (26) показує, що суттєво підвищити $P(m = m_0)$ за рахунок збільшення різниці частот $\Delta f = f_1 - f_2$ можна тільки у випадку невеликих μ , що не становить інтересу для радарних застосувань. Крім того, збільшення Δf призводить до скорочення сектора огляду за кутом місця.

На рис. 7 наведено результати комп'ютерного моделювання залежності $P(m = m_0)$ від кута θ_0 для $D = 89.6$ см, $f_1 = 9.3$ ГГц, $f_2 = 8.8$ ГГц і двох величин μ , що дорівнюють 15 дБ (рис. 7, а) і 25 дБ (рис. 7, б). Для зручності порівняльного аналізу параметри D , f_1 і f_2 задано таким чином, щоб забезпечити приблизно такий же сектор огляду за кутом θ , як і при аналізі одночастотного методу (див. рис. 3–6). Усі нижче наведені результати аналітичних розрахунків і комп'ютерного моделювання отримано для цих же параметрів. Ймовірність $P(m = m_0)$ оцінювалась як відношення кількості випробувань $N_{m=m_0}$, в яких m

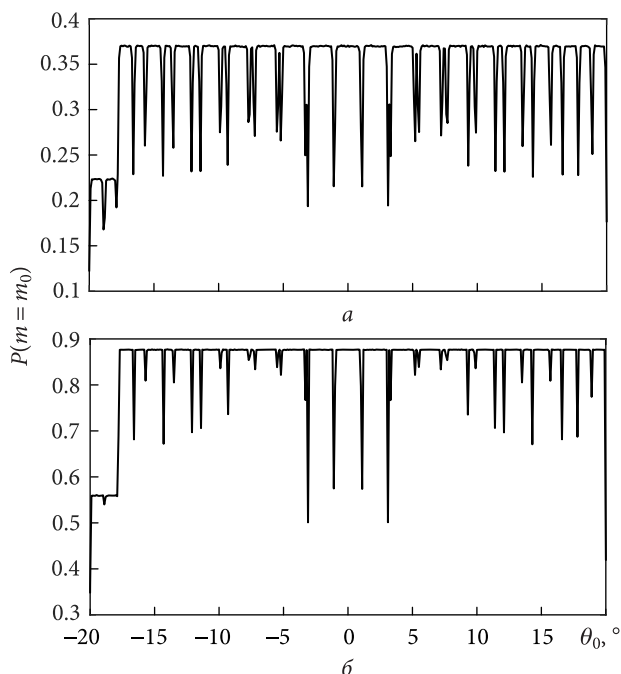


Рис. 7. Результати комп'ютерного моделювання залежності $P(m = m_0)$ від кута θ_0 для $D = 89.6$ см, $f_1 = 9.3$ ГГц, $f_2 = 8.8$ ГГц і двох величин μ , що дорівнюють 15 дБ (а) і 25 дБ (б)

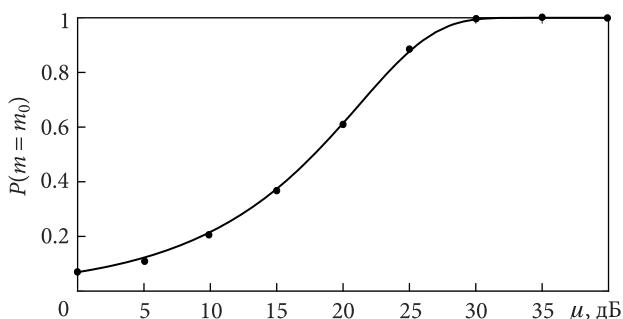


Рис. 8. Розрахунки (суцільна лінія) і дані комп'ютерного моделювання при $\theta_0 = 0$ (точки) залежності $P(m = m_0)$ від співвідношення сигнал/шум μ

було визначено правильно, до повної кількості випробувань $N = 10^6$, $N_{m=m_0} / N$. У цілому дані комп'ютерного моделювання добре узгоджуються з оцінками за формулою (26). Різкі провали в модельній залежності $P(m = m_0)$ від кута θ_0 пов'язано з випадковими стрибками різниць фаз $\Delta \varphi_i$ на 2π поблизу меж областей неоднозначності, які не враховувались при виведенні (26). Аналіз цих ефектів має досить складний і громіздкий вигляд на цьому етапі, і тому, можливо, йому буде присвячено окреме дослідження.

На рис. 8 наведено результати розрахунків (суцільна лінія) і комп'ютерного моделювання при

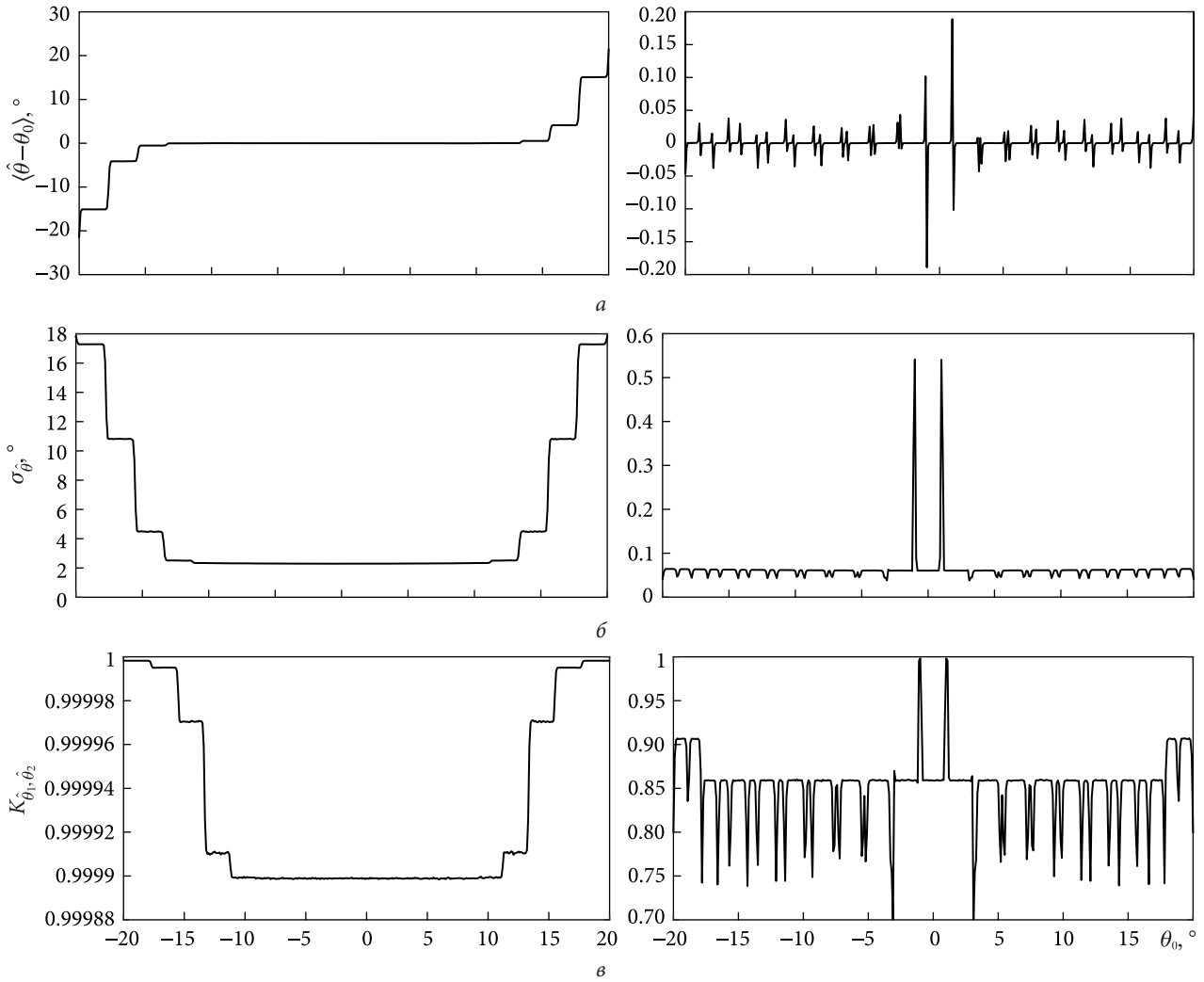


Рис. 9. Залежності середнього відхилення оцінки кута місця $\langle \hat{\theta} - \theta_0 \rangle$ (а), її стандартного відхилення $\sigma_{\hat{\theta}}$ (б) і коефіцієнта кореляції $K_{\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2}$ (в) від кута θ_0 , визначені по всіх реалізаціях (зліва) і за умови $m_1 = m_{10} \wedge m_2 = m_{20}$ (справа) для $\mu = 15$ дБ. Крок по θ_0 становить 0.1°

$\theta_0 = 0$ (точки) залежності $P(m = m_0)$ від співвідношення сигнал/шум μ . Можна відзначити добрий збіг розрахункових і модельних даних, а також те, що практично 100-відсоткова ймовірність правильного визначення m досягається при досить великих співвідношеннях сигнал/шум $\mu \geq 30$ дБ.

Розглянемо результати комп'ютерного моделювання двочастотного алгоритму для вищевказаних параметрів ($D = 89.6$ см, $f_1 = 9.3$ ГГц, $f_2 = 8.8$ ГГц), що зображені на рис. 9 і 10. Статистика визначалась по $N = 10^6$ реалізаціях нормального шуму. По масивах отриманих оцінок $\{\hat{\theta}_{1i}\}_N$, $\{\hat{\theta}_{2i}\}_N$ і $\{\hat{\theta}_i\}_N$, де $\hat{\theta}_i = (\hat{\theta}_{1i} + \hat{\theta}_{2i})/2$, обчислювалися середні відхилення оцінок від істинного

кута місця θ_0 , $\langle \hat{\theta} - \theta_0 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{\theta}_i - \theta_0$, і дисперсії оцінок, $\sigma_{\hat{\theta}}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{\theta}_i^2 - \langle \hat{\theta} - \theta_0 \rangle^2$. Також визначались коефіцієнти кореляції оцінок $\{\hat{\theta}_{1i}\}_N$ і $\{\hat{\theta}_{2i}\}_N$ за формулою $K_{\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2} = \frac{4\sigma_{\hat{\theta}}^2 - \sigma_{\hat{\theta}_1}^2 - \sigma_{\hat{\theta}_2}^2}{2\sigma_{\hat{\theta}_1}\sigma_{\hat{\theta}_2}}$.

Окремо розглядалися випадки, коли m_1 і m_2 дорівнювали їхнім істинним значенням, $m_1 = m_{10} \wedge m_2 = m_{20}$.

На рис. 9 наведено залежності $\langle \hat{\theta} - \theta_0 \rangle$ (рис. 9, а), $\sigma_{\hat{\theta}}$ (рис. 9, б) і $K_{\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2}$ (рис. 9, в) від кута θ_0 , визначені за всіма реалізаціями (зліва) і за умови $m_1 = m_{10} \wedge m_2 = m_{20}$ (справа) для

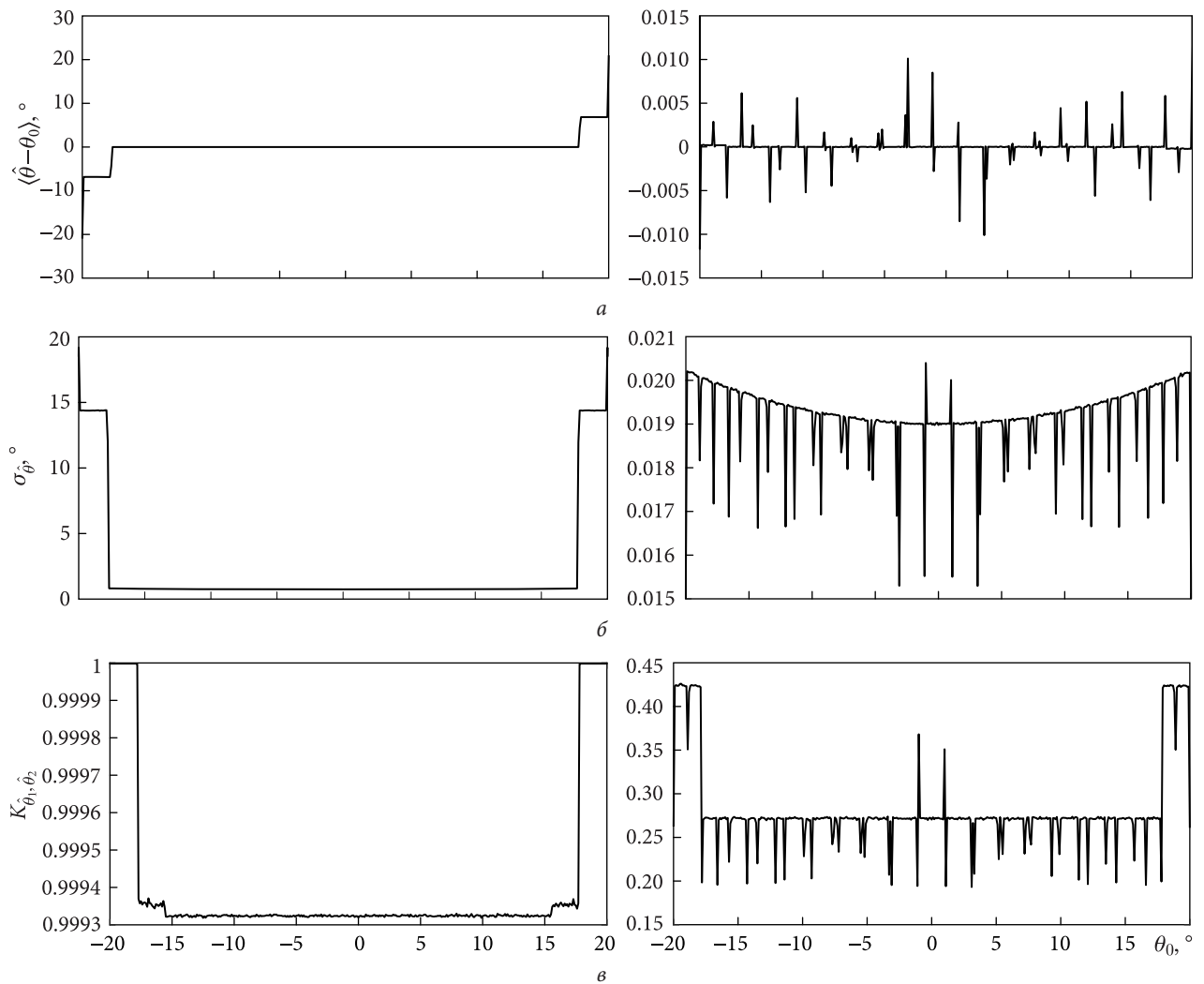


Рис. 10. Залежності середнього відхилення оцінки кута місця $\langle \hat{\theta} - \theta_0 \rangle$ (а), її стандартного відхилення $\sigma_{\hat{\theta}}$ (б) і коефіцієнта кореляції $K_{\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2}$ (в) від кута, визначені по всіх реалізаціях (зліва) і за умови $m_1 = m_{10} \wedge m_2 = m_{20}$ (справа) для $\mu = 25$ дБ. Крок по θ_0 становить 0.1°

$\mu = 15$ дБ. Аналогічні залежності для $\mu = 25$ дБ наведено на рис. 10. Всі графіки побудовано з кроком $\Delta\theta_0 = 0.1^\circ$. З аналізу наведених залежностей, отриманих по всіх реалізаціях, витікає, що вплив шумів призводить до скорочення ефективного сектора огляду за кутом місця θ_0 через появу зміщення оцінки $\hat{\theta}$ і зростання її стандартного відхилення поблизу $|\theta_0| = \theta_{\max}$, де θ_{\max} визначається формулою (19). Так, при $\mu = 15$ дБ в середній області сектора огляду величини $\langle \hat{\theta} - \theta_0 \rangle$ і $\sigma_{\hat{\theta}}$ становлять близько 0° і 2.3° . З наближенням до меж $|\theta_0| = \theta_{\max}$ зміщення оцінки $\hat{\theta}$ стрибкоподібно змінюється в кілька етапів від $\sim \pm 0.5^\circ$ при $\theta_0 \approx \pm 13.5^\circ$ до $\sim \pm 24.8^\circ$ при $\theta_0 \approx \pm 20^\circ$. Стандартне відхилення таким же чи-

ном зростає від $\sim 2.5^\circ$ при $\theta_0 \approx \pm 11.5^\circ$ до 17.8° при $\theta_0 \approx \pm 20^\circ$. Зі збільшенням μ ефекти шумів проявляються меншою мірою. При $\mu = 25$ дБ стандартне відхилення оцінки в середній частині сектора огляду $\theta_0 \approx \pm 17.4^\circ$ становить близько 0.74° . Характер залежностей $\langle \hat{\theta} - \theta_0 \rangle$ і $\sigma_{\hat{\theta}}$ від θ_0 при цьому суттєво не змінюється. Звертає на себе увагу високий коефіцієнт кореляції $K_{\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2} \sim 1$, величина якого практично не залежить від μ , хоча флуктуації різниць фаз є статистично незалежними. Внаслідок цього усереднення оцінок, $\hat{\theta} = (\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2) / 2$, запропоноване в [12], буде неефективним в даній ситуації.

Розглянемо тепер результати моделювання, отримані за умови $m_1 = m_{10} \wedge m_2 = m_{20}$ (праві

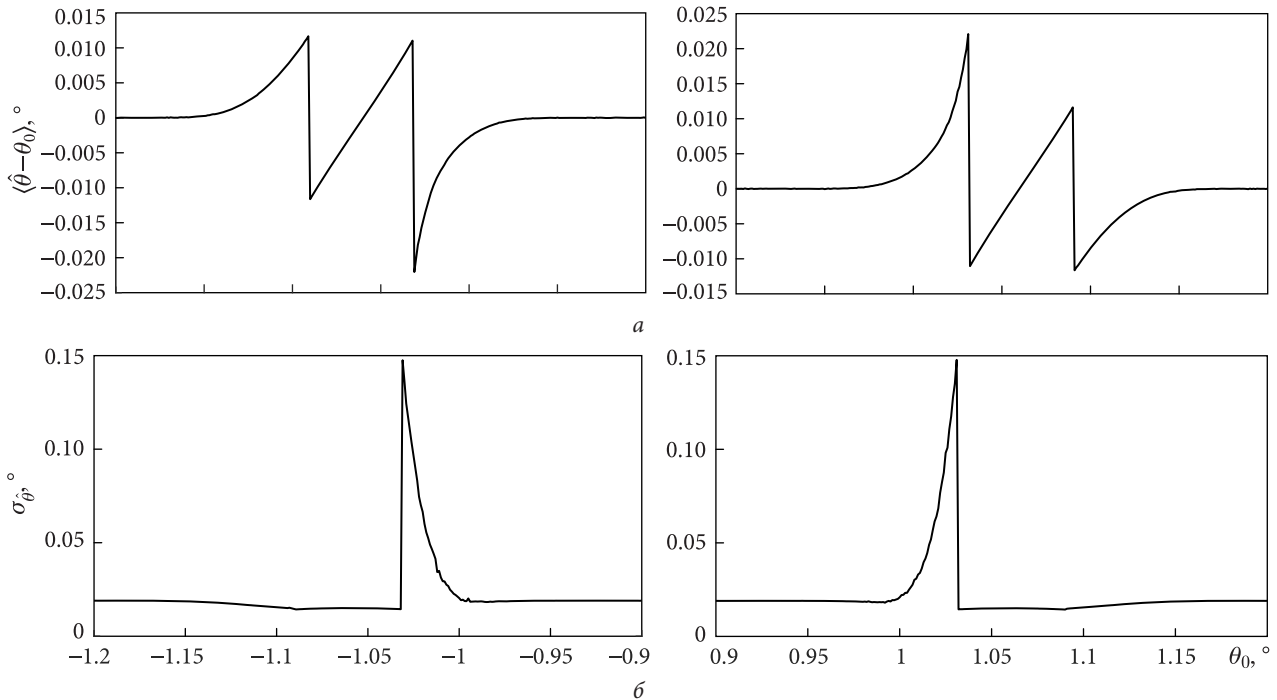


Рис. 11. Фрагменти залежностей середнього відхилення оцінки кута місця $\langle \hat{\theta} - \theta_0 \rangle$ (а) та її стандартного відхилення $\sigma_{\hat{\theta}}$ (б) від кута θ_0 в інтервалах $\theta_0 \in [-1.2^\circ, -0.9^\circ]$ (зліва) і $\theta_0 \in [0.9^\circ, 1.2^\circ]$ (справа) на рис. 10, побудовані з кроком $\Delta\theta_0 = 0.001^\circ$

панелі на рис. 9 і 10). Відповідно до рис. 8, ймовірність $P(m = m_0)$ становить 0.37 при $\mu = 15$ дБ і 0.88 при $\mu = 25$ дБ. Як і очікувалося, величина $\sigma_{\hat{\theta}}$ є значно меншою порівняно з попереднім випадком і становить в середньому приблизно 0.06° при $\mu = 15$ дБ і 0.02° при $\mu = 25$ дБ. Разом з тим залежності $\langle \hat{\theta} - \theta_0 \rangle$ і $\sigma_{\hat{\theta}}$ демонструють «пікоподібні» варіації при значеннях θ_0 , що відповідають стрибкам різниць фаз $\Delta\varphi_i$ на 2π . З ростом μ ширина й амплітуда цих варіацій зменшуються. При цьому симетрія (парність/непарність) залежностей відносно $\theta_0 = 0^\circ$ зберігається, а відмінність амплітуд в точках $\theta_0 \approx \pm 1^\circ$ обумовлено надто великим кроком $\Delta\theta_0$ при побудові графіків. Для ілюстрації цього на рис. 11 наведено залежності $\langle \hat{\theta} - \theta_0 \rangle$ і $\sigma_{\hat{\theta}}$ з рис. 10 для інтервалів $\theta_0 \in [-1.2^\circ, -0.9^\circ]$ і $\theta_0 \in [0.9^\circ, 1.2^\circ]$, побудовані з кроком $\Delta\theta_0 = 0.001^\circ$.

Коефіцієнт кореляції $K_{\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2}$ за умови $m_1 = m_{10} \wedge m_2 = m_{20}$ значно менший порівняно з випадком обчислення статистики оцінки кута місця по всіх реалізаціях. Крім того, його величина залежить від співвідношення сигнал/шум (зменшується з ростом μ). Таким чином,

застосування процедури усереднення оцінок, $\hat{\theta} = (\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2) / 2$, в цій ситуації буде достатньо ефективним.

Проведений аналіз дозволяє припустити, що коефіцієнт кореляції $K_{\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2}$ і стандартне відхилення оцінки кута місця $\sigma_{\hat{\theta}}$ залежать від співвідношення між шириною та положенням максимумів функцій густини ймовірності різниць фаз $\varpi_{\delta\varphi_\Sigma}(x)$. Дійсно, ширина функцій $\varpi_{\delta\varphi_\Sigma}(x)$ визначається співвідношенням сигнал/шум μ (див. (10)), а відстань між їхніми максимумами — різницею кутів θ_{0i} , що відповідають стрибкам різниць фаз $\Delta\varphi_i$ на 2π . Різниця цих кутів мінімальна при $|m| = 1$ і збільшується з ростом m . Тому залежність $\sigma_{\hat{\theta}}(\theta_0)$ демонструє лише два піки при $\theta_0 \approx \pm 1.03^\circ$ (рис. 11, а, б), амплітуда і ширина яких зменшуються з ростом μ .

На закінчення зазначимо, що порівняння однократного і двократного методів оцінки кута місця, на наш погляд, виявляється на користь останнього тільки у випадку правильно визначених m_1 і m_2 . Згідно з результатами розрахунків і даними комп'ютерного моделювання ймовірність такої події наближається до 1 лише при $\mu \geq 30$ дБ (див. рис. 8).

Висновки

Проведено дослідження алгоритму двочастотної інтерферометрії, запропонованого в [12] для використання в двокоординатних РЛС з метою вимірювання кута місця θ радіолокаційних цілей. Даний алгоритм базується на використанні двох досить близьких частот f_1 і f_2 для усунення неоднозначності вимірювання θ в заданому секторі огляду, пов'язаної з $2\pi t$ -невизначеністю різниці фаз сигналів з двох рознесених на відстань D антен. Отримано коректну умову, що визначає ширину сектора однозначної оцінки θ в залежності від просторового розносу антен D і співвідношення частот f_1 і f_2 . Показано, що за відсутності шумів і похибок вимірювання різниць фаз сигналів практично для будь-якої якомога великої бази D можна забезпечити однозначне вимірювання кута місця в межах $\pm 45^\circ$, зменшуючи відповідно різницю частот $\Delta f = f_1 - f_2$. Очевидним обмеженням на мінімальну величину Δf є виродження системи двох рівнянь (14) в одне та зростання впливу похибок вимірювання різниць фаз, обумовлених шумами в приймальних каналах.

Для дослідження впливу шумів на точність вимірювання кута місця було проведено низку аналітичних розрахунків і комп'ютерних експериментів. Шуми в усіх приймальних каналах моделювались адитивними статистично незалежними стаціонарними нормальними процесами з нульовим середнім і однаковими дисперсіями. Показано, що основний внесок в похибку оцінки кута θ обумовлено помилками визначення номера інтервалу неоднозначності m . Так, при використанні частот X-діапазону з $\Delta f = 0.5$ ГГц і базою $D \approx 90$ см стандартне відхилення оцінки кута місця $\sigma_{\hat{\theta}}$ при співвідношенні сигнал/шум $\mu = 25$ дБ і правильно визначеному m становить приблизно 0.02° , в той час як загальна похибка (без розділення на випадки правильного і неправильного визначення m) дорівнює $\sim 0.75^\circ$. Отримано вираз для ймовірності $P(m = m_0)$ правильного визначення m в залежності від співвідношення сигнал/шум і різниці частот. Розрахунки для частот X-діапазону показали, що при $\Delta f = 0.5$ ГГц практично стовідсоткова ймовірність правильного визначення m досягається при достатньо великих співвідношеннях сигнал/

шум $\mu \geq 30$ дБ. В цьому випадку при рознесенні антен $D \approx 90$ см похибка кутових вимірювань не перевищує десятих часток градуса.

Проведено порівняння точності оцінки кута місця методами двочастотної інтерферометрії [12] і стандартної фазової пеленгації для близьких частот X-діапазону при однаковому секторі однозначного визначення $\theta (\pm 20^\circ)$. Показано, що двочастотна інтерферометрія демонструє більш високу точність лише при великих співвідношеннях сигнал/шум $\mu \geq 30$ дБ.

Всі результати аналітичних розрахунків підтверджуються даними комп'ютерного моделювання при використанні 10^6 реалізацій випадкового процесу для оцінки статистики за кожним параметром (стандартним відхиленням оцінки кута місця $\sigma_{\hat{\theta}}$, ймовірністю правильного визначення номера інтервалу неоднозначності $P(m = m_0)$ і т. д.).

Проведений аналіз дозволяє стверджувати, що метод двочастотної інтерферометрії [12] може застосуватись на практиці лише за достатньо великих співвідношень сигнал/шум $\mu \geq 30$ дБ. В принципі, підвищити його точність можливо при застосуванні частот, що відрізняються в кілька разів. Частоти слід обирати з урахуванням умови узгодження шкал [11], тобто так, щоб похибка вимірювання кута місця на нижчій частоті не перевищувала діапазон його однозначного визначення на вищій частоті. Однак реалізація такого алгоритму буде набагато складнішою, ніж традиційної схеми з однією частотою і кількома базами антен [9–11]. По-перше, заданий сектор огляду за кутом місця необхідно одночасно опромінювати на двох частотах, тобто треба мати два передавальних канали. По-друге, для реєстрації відбиттів від цілі та їхньої подальшої обробки потрібно мати чотири приймальних канали — два просторових і два частотних. Для традиційної ж схеми достатньо мати один передавальний і три приймальних тракти. Звісно, кількість каналів можна скоротити вдвічі при послідовній роботі на двох частотах. Однак це призведе до відповідного зниження швидкості сканування по азимуту, так як ціль має бути надійно виявлена на обох частотах. Але навіть у цьому випадку основною проблемою залишиться створення широкосмугових антен, які б перекривали частотний діапазон в кілька октав.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Richards M.A., Scheer J.A., Holm W.A. (eds). *Principles of a Modern Radar: Basic Principles*. Vol. 1. New York: SciTech Publishing Inc., 2010. 962 p.
2. Бердышев В.П., Гарин Е.Н., Фомин А.Н., Тяпкин В.Н., Фатеев Ю.Л., Лютиков И.В., Богданов А.В., Кордюков Р.Ю. *Радиолокационные системы*. Под ред. В.П. Бердышева. Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2011. 400 с.
3. Wirth W.-D. *Radar Techniques Using Array Antennas*. London: Institution of Engineering and Technology, 2013. 490 p.
4. Skolnik M.I. *Radar Handbook*. New York et al.: McGraw Hill Professional, 2008. 1328 p.
5. Hansen R.C. *Phased Array Antennas*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2009. 556 p.
6. Peebles P.Z. Jr. *Radar Principles*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1998. 794 p.
7. Barton D.K. *Radar System Analysis and Modeling*. Boston: Artech House Inc., 2005, 564 p.
8. Hansen R.F. *Radar Interferometry: Data Interpretation and Error Analysis*. New York et al.: Kluwer Academic Publishers, 2002, 327 p.
9. Финкельштейн М.И. *Основы радиолокации*. Москва: Радио и связь, 1983. 536 с.
10. Ширман Я.Д. *Теоретические основы радиолокации*. Москва: Советское радио, 1970. 560 с.
11. Бакулев П.А. *Радиолокационные системы*. Москва: Радиотехника, 2015. 440 с.
12. Профатилова Г.А., Соловьев Г.Н. Измерение угла места в двухкоординатных радиолокационных станциях. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение*. 2004. №1. С. 81–90.
13. Левин Б.Р. *Теоретические основы статистической радиотехники*. Москва: Радио и связь, 1989. 656 с.
14. Короленко П.В., Маганова М.С. *Основы статистических методов в оптике*. Москва: Университетская книга, 2010. 164 с.
15. Gradshteyn I.S. and Ryzhik I.M. *Table of Integrals, Series, and Products*. Edited by A. Jeffrey and D. Zwillinger. Academic Press, Amsterdam et al., 2007. 1220 p.
16. Abramowitz M., and Stegun I.A. (eds.). *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables*. U.S. Department of Commerce, National Bureau of Standards, 1964. 1046 p.

Стаття надійшла 05.03.2023

REFERENCES

1. Richards, M.A., Scheer, J.A., Holm, W.A. (eds.), 2010. *Principles of a Modern Radar: Basic Principles*. Vol. 1. New York: SciTech Publishing Inc.
2. Berdyshhev, V.P. (ed.), Garin, Y.N., Fomin, A.N., Tyapkin, V.N., Fateev, Y.L., Lutikov, I.V., Bogdanov, A.V., Kordukov, R.Y., 2011. *Radar systems*. Krasnoyarsk: Siberian Federal University Publ. (in Russian).
3. Wirth, W.-D., 2013. *Radar Techniques Using Array Antennas*. London: Institution of Engineering and Technology Publ.
4. Skolnik, M.I., 2008. *Radar Handbook*. New York et al.: McGraw Hill Professional.
5. Hansen, R.C., 2009. *Phased Array Antennas*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
6. Peebles, P.Z. Jr., 1998. *Radar Principles*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
7. Barton, D.K., 2005. *Radar System Analysis and Modeling*. Boston: Artech House Inc.
8. Hansen, R.F., 2002. *Radar Interferometry: Data Interpretation and Error Analysis*. New York et al.: Kluwer Academic Publishers.
9. Finkelstein, M.I., 1983. *Fundamentals of Radar*. Moscow: Radio i svyaz' Publ. (in Russian).
10. Shirman, Y.D., 1970. *Theoretical Foundations of Radiolocation*. Moscow: Sovetskoye radio Publ. (in Russian).
11. Bakulev, P.A., 2015. *Radar Systems*. Moscow: Radiotekhnika Publ. (in Russian).
12. Profatilova, G.A., Solovyov, G.N., 2004. Elevation Angle Measurements in Two-Coordinate Radars. *Bulletin of Bauman Moscow State Technical University. Ser. Instrumentation*, 1, pp. 81–90 (in Russian).
13. Levin, B.R., 1989. *Theoretical Foundations of Statistical Radio Engineering*. Moscow: Radio i svyaz' Publ. (in Russian).
14. Korolenko, P.V., Maganova, M.S., 2010. *Fundamentals of Statistical Methods in Optics*. Moscow: Universitetskaya kniga Publ. (in Russian).
15. Gradshteyn, I.S., and Ryzhik, I.M., 2007. *Table of Integrals, Series, and Products*. Ed. by A. Jeffrey and D. Zwillinger. Amsterdam et al.: Academic Press.
16. Abramowitz, M., and Stegun, I.A. (eds.), 1964. *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables*. U.S. Department of Commerce, National Bureau of Standards.

Received 05.03.2023

V.G. Galushko^{1,2}, O.M. Vlasenko¹, and Y.V. Bulakh¹

¹ Institute of Radio Astronomy NAS of Ukraine

4, Mystetstv St., Kharkiv, 61002, Ukraine

² Space Research Center of Polish Academy of Sciences

18A, Bartycka St., Warsaw, 00-716, Poland

ANALYSIS OF DUAL-FREQUENCY INTERFEROMETRY
APPLICABILITY FOR TARGET ELEVATION ANGLE MEASUREMENT
USING TWO-COORDINATE RADARS

Subject and Purpose. The study deals with the dual-frequency radio interferometry technique, which is based on the employment of two fairly close frequencies with the aim to remove ambiguity of the radar target elevation estimation using 2D-radar and eliminate $2\pi m$ -uncertainty of the signal phase difference measurement. Analysis of random noise action on the accuracy of the elevation angle estimation by the dual-frequency radio interferometry and assessment of practical applicability of the method make up the purpose of the paper.

Methods and Methodology. The noise action on the elevation angle measurement accuracy is examined through a series of analytical calculations with the use of statistical analysis methods. The noise in each receiving channel is modeled in terms of additive, statistically independent stationary Gaussian processes with zero mean values and equal variances. The calculation results are checked via computer simulations with statistics estimations for 10^6 random noise realizations.

Results. A correct condition has been developed for the sector width where the target elevation angle is unambiguously estimated depending on the space separation of the antennas (baselines) and the frequency ratio. Expressions for elevation angle estimation errors have been obtained, showing that the error is mainly contributed by the faults in the determination of the ambiguity interval number. A probability of the correct determination of the ambiguity interval number has been derived depending on the signal-to-noise ratio and the frequency difference, indicating that almost one hundred per cent probability of the correct determination of the ambiguity interval number is only achieved when the signal-to-noise ratio exceeds 30 dB. A comparative analysis has been performed between the methods of dual-frequency interferometry and conventional phase-difference direction finding in the case of close X-band frequencies and the same sectors of survey.

Conclusions. The dual-frequency radio interferometry technique with close frequencies has been shown to outperform the standard phase-difference direction-finding method only when the signal-to-noise ratio is sufficiently high (over 30 dB). In principle, the accuracy of the technique seems possible to improve by taking significantly different frequencies selected with regard to the scale negotiation condition. However, it should be mentioned that the implementation of the relevant algorithm in practice is much more complicated than the conventional scheme with a single frequency and several antenna baselines.

Keywords: radiolocation, two-coordinate radar, phase-difference direction finding, dual-frequency radio interferometry, target elevation angle, numerical simulation.