

В. М. Фітьо¹, В. В. Ромах¹, Я. В. Бобицький^{1,2}

¹Національний університет «Львівська політехніка»

12, вул. С. Бандери, Львів, 79013, Україна

E-mail: polyana@polynet.lviv.ua

²Інститут техніки Жешувського університету

16б, вул. Рейтана, Жешув, 35959, Польща

E-mail: bobitski@polynet.lviv.ua

ЗАСТОСУВАННЯ ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є ДЛЯ ПОШУКУ ЛОКАЛІЗОВАНИХ МОД ГРАДІЄНТНИХ ПЛАНАРНИХ ХВИЛЕВОДІВ

Планарні хвилеводи є важливими компонентами у побудові різноманітних інтегральних оптичних пристроїв. На сьогодні в науковій літературі описано ряд аналітичних методів для розрахунку планарних градієнтних хвилеводів, які, однак, охоплюють лише деякі різновиди таких структур. В даному дослідженні розроблено числовий метод для пошуку постійних поширення та відповідних їм розподілів поля мод планарних хвилеводів. Він ґрунтується на перетворенні Фур'є хвильового рівняння. Метод перевірено на багатьох прикладах. Також досліджено вплив параметрів числового процесу на значення постійних поширення. В ході проведення досліджень було забезпечено числову стабільність і високу точність розрахунку, що підтверджує ефективність запропонованого методу. Очікується, що результати дослідження можна буде використати для проектування напівпровідникових лазерів. Іл. 2. Табл. 1. Бібліогр.: 17 назв.

Ключові слова: перетворення Фур'є, хвильове рівняння, діелектрична проникність, згортка, постійна поширення, просторова частота.

Одним із напрямів оптоелектроніки, що зазнає найбільш швидкого розвитку, є інтегральна оптика. Інтерес до неї викликаний перш за все можливістю створення надійних і малогабаритних пристроїв для оптичної обробки інформації, керування та тунелювання оптичного випромінювання. На основі різноманітних оптичних хвилеводних елементів, що інтегровані на загальній підкладці й керуються електричними та оптичними сигналами, створюються модулятори, комутатори, аналого-цифрові і цифро-аналогові перетворювачі, логічні пристрої, процесори, приймальні та передавальні модулі, частотно-селективні пристрої для світловодних систем передачі та обробки інформації. Особливо важливим є використання інтегрально-оптичних схем для побудови напівпровідникових лазерів [1] та лазерів з розподіленим зворотним зв'язком [2, 3].

Планарні хвилеводи можуть складатися з багатьох шарів, а діелектрична проникність може змінюватися за певною функцією від координати (градієнтні хвилеводи). Якщо в межах кожного шару діелектрична проникність є постійною, то отримують дисперсійне трансцендентне рівняння, яке розв'язують числовим методом [4, 5]. Однак цей метод є доволі громіздким, і при збільшенні кількості шарів доводиться складати нове трансцендентне рівняння. Також для пошуку постійних поширення та відповідних електромагнітних полів хвилеводних мод градієнтних хвилеводів використовують наближений метод Вентцеля–Крамерса–Бріллоена (ВКБ) [6], який запозичено з квантової механіки. Для пошуку постійних поширення використовують прямі числові розв'язки рівнянь Максвелла [7] та деякі матричні методи [8, 9]. Також постійні поширення хвиле-

водних мод можна визначити на основі резонансних явищ [10, 11].

Хвильове рівняння для планарних хвилеводів для хвиль TE -поляризації [4] за своєю структурою ідентичне одновимірному стаціонарному рівнянню Шредингера [6]. Отже, для визначення постійних поширення хвилеводних мод градієнтних планарних хвилеводів використовується цілий ряд наближених методів, які вперше отримали розвиток для задач квантової механіки [6].

Для аналізу багатошарових хвилеводів запропоновано числовий метод [12, 13], суть якого полягає в тому, що у хвильовому диференціальному рівнянні другу похідну напруженості поля замінюють відповідним різницеvim оператором і, написавши різницеve рівняння для багатьох координат, отримують відому задачу матричної алгебри на власні числа та власні вектори. Отримані власні числа відповідають постійним поширення хвилеводних мод, а власні вектори – розподілу поля у хвилеводі. Щоб досягнути високої точності, необхідно брати малий крок по координаті. Як наслідок, для визначення постійних поширення потрібно шукати власні значення матриці великих розмірів, не менше ніж $1\ 000 \times 1\ 000$. Невисоку точність цього методу демонструють результати роботи [13].

Зауважимо, що відомі методи пошуку постійних поширення хвилеводних мод ґрунтуються на розв'язку хвильового рівняння в координатній області. Для локалізованих хвилеводних мод напруженість поля та перші похідні від координати x в $\pm\infty$ рівні нулю. Отже, для розподілу поля існує фур'є-образ [14], і відповідне хвильове рівняння через перетворення Фур'є можна перевести в частотну область, а при цьому отримують

інтегральне рівняння, яке також можна розв'язувати числовими методами.

Сучасні персональні комп'ютери та стандартні програмні продукти дозволяють реалізувати числові розв'язки стандартної задачі вищої алгебри на власні числа та власні вектори з розмірністю матриць більше ніж $1\,000 \times 1\,000$ за цілком допустимий час (десятьки секунд).

Метою нашої роботи є розробка нового числового методу розв'язання одновимірного хвильового рівняння для планарних градієнтних хвильоводів з використанням перетворення Фур'є та представлення його переваг у порівнянні з уже відомими методами.

1. Суть запропонованого методу. Пошук постійних поширення хвильоводних мод можна вважати достатньо простим для тих планарних хвильоводів, у яких діелектрична проникність змінюється стрибкоподібно [15]. Тобто, діелектричну проникність вздовж напрямку x , який перпендикулярний до напрямку поширення локалізованої моди z , можна представити наступним чином, врахувавши для спрощення, що її розподіл є симетричним:

$$\varepsilon(x) = \begin{cases} \varepsilon_1, & |x| \leq d/2, \\ \varepsilon_0 = \varepsilon_2, & |x| > d/2, \end{cases} \quad (1)$$

де d – товщина хвильоводного шару. Слід відзначити, що $\varepsilon_1 > \varepsilon_0$.

Зазвичай ситуація ускладнюється, коли діелектрична проникність змінюється вздовж напрямку x за іншим правилом, наприклад, неперервно (градієнтні хвильоводи), причому при $x = 0$ є максимальне значення $\varepsilon_{\max} = \varepsilon_1$, а при $x \rightarrow \pm\infty$ діелектрична проникність прямує до постійної величини ε_0 . Зокрема, для параболічного (квадратичного) профілю розподіл величини $\varepsilon(x)$ є таким:

$$\varepsilon(x) = \begin{cases} \varepsilon_0 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \left[1 - (2x/d)^2 \right], & |x| \leq d/2, \\ \varepsilon_0, & |x| > d/2, \end{cases} \quad (2)$$

а для профілю, що описується функцією Гаусса,

$$\varepsilon(x) = \varepsilon_0 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \exp\left[-\pi(x/d)^2\right]. \quad (3)$$

У цьому випадку використовують метод наближення ВКБ (добре відомий у квантовій механіці), проте він дозволяє розраховувати з високою точністю постійні поширення, що відповідають розподілам полів з великою кількістю вузлів (точок, у яких електромагнітне поле рівне нулю). Здебільшого в планарних хвильоводах ситуація є протилежною: необхідно знайти постійні поширення, які відповідають найнижчим модам і які мають малу кількість вузлів (у тому числі нуль) у відповідному електромагнітному полі.

Електрична напруженість поля електромагнітної хвилі, що поширюється у планарному хвильоводі, описується такою функцією [4, 5]:

$$E(x, y) = E(x) \exp(-i\beta z), \quad (4)$$

де β – постійна поширення і для локалізованих мод приймає дискретні значення.

Якщо у хвильоводній моді напруженість електричного поля перпендикулярна площині xz (TE -поляризація), то хвильове рівняння матиме вид [5]

$$\frac{d^2 E(x)}{dx^2} + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \varepsilon(x) E(x) = \beta^2 E(x), \quad (5)$$

де λ – довжина хвилі.

Розв'язати рівняння (5) означає знайти постійні поширення β та відповідні поля. Тобто, виникає класична задача на власні числа та власні функції. В залежності від d та $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \varepsilon_2$ можна мати різне число постійних поширення локалізованих мод.

Якщо ж у хвильоводі поширюється хвиля TM -поляризації, то відповідне хвильове рівняння відносно напруженості магнітного поля записується так [5]:

$$\frac{d^2 H(x)}{dx^2} - \frac{1}{\varepsilon(x)} \frac{d\varepsilon(x)}{dx} \frac{dH}{dx} + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \varepsilon(x) H(x) = \beta^2 H(x). \quad (6)$$

Функції $E(x), H(x)$, які описують поля в локалізованих модах хвильоводів, та їх перші похідні прямують до нуля, якщо $x \rightarrow \pm\infty$. Тому для цих функцій, їх перших та других похідних існує перетворення Фур'є. Напишемо, для прикладу, відповідні співвідношення для $E(x)$. Фур'є-образи для $E(x)$, 1-ї та 2-ї похідної $E(x)$ мають вигляд [14, 16]

$$F\{E(x)\} = E(u) = \int_{-\infty}^{\infty} E(x) \exp(-i2\pi ux) dx; \quad (7)$$

$$F\left\{\frac{dE(x)}{dx}\right\} = i2\pi u E(u); \quad (8)$$

$$F\left\{\frac{d^2 E(x)}{dx^2}\right\} = -(2\pi u)^2 E(u). \quad (9)$$

Крім цього, для функцій, відносно яких існує перетворення Фур'є, тобто, $F\{g(x)\} = G(u)$, $F\{h(x)\} = H(u)$, справедливо ще таке співвідношення:

$$F\{g(x)h(x)\} = \int_{-\infty}^{\infty} G(u-v)H(v)dv, \quad (10)$$

де $F\{\dots\}$ позначено перетворення Фур'є. Рівняння (10) описано згідно теореми згортки [14].

Візьмемо перетворення Фур'є правих і лівих частин рівнянь (5), (6), урахувавши співвідношення (7)–(10), внаслідок чого отримаємо:

$$-4\pi^2 u^2 E(u) + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(u-v) E(v) dv = \beta^2 E(u); \quad (11)$$

$$-4\pi^2 u^2 H(u) - 2i\pi \int_{-\infty}^{\infty} F\left\{\frac{\varepsilon'(x)}{\varepsilon(x)}\right\}_{u \rightarrow (u-v)} v H(v) dv + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(u-v) H(v) dv = \beta^2 H(u). \quad (12)$$

Таким чином, від диференціальних рівнянь (5), (6) ми перейшли до інтегральних (11), (12), в яких інтеграл можна замінити сумою. Для прикладу візьмемо хвильове рівняння для хвиль ТЕ-поляризації, внаслідок заміни неперервних значень u і v на дискретні отримаємо

$$-4\pi^2 (s\Delta)^2 E(s\Delta) + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \sum_{-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \varepsilon(s\Delta - m\Delta) E(m\Delta) \Delta = \beta^2 E(s\Delta), \quad (13)$$

де $\Delta = u_{\max} / N$; $u_s = s\Delta$; $v_m = m\Delta$; $-(N-1)/2 \leq s$; $m \leq (N-1)/2$; u_{\max} – величина інтервалу в частотній області ($-u_{\max}/2 \leq u \leq u_{\max}/2$), на якому шукається функція $E(s\Delta)$. Поза цим інтервалом допускається, що $E(u) = 0$. Величину N потрібно взяти достатньо великою і зручніше непарною. Підсумовування у рівнянні (13) проводиться по m .

Напишемо рівняння (13) для всіх дискретних частот $u_s = s\Delta$. Тоді сукупність цих рівнянь можна записати у вигляді матричного рівняння, причому β^2 є спільною для всіх s :

$$(\mathbf{P} + \mathbf{U})E = \beta^2 E, \quad (14)$$

де \mathbf{P} – діагональна матриця з елементами $-(4\pi\Delta)^2$; \mathbf{U} – квадратна матриця, елементи якої дорівнюють $(2\pi/\lambda)^2 \varepsilon(s\Delta - m\Delta)\Delta$; E – матриця-стовпець, елементи якої становлять $E(s\Delta)$.

Отже, в кінцевому випадку задачу звели до задачі на власні числа (постійні поширення) та власні вектори (дискретний фур'є-образ $E(x)$), що відповідають заданому значенню β . Можливим є мати декілька власних значень та відповідних власних векторів. Здійснивши обернене дискретне фур'є-перетворення власного вектора, ми отримаємо розподіл поля $E(x)$. Для квантово-механічних задач усі власні числа лежать в межах потенціальної ями. Якщо існує потенціальна яма скінченної глибини, то точність визначається па-

раметрами числового процесу N і u_{\max} . Якщо потенціальна енергія змінюється від 0 до нескінченності (наприклад, $U = x^2$), то в цьому методі потрібно обмежувати потенціальну енергію, тобто, до певного значення вона іде як $U(x)$, а далі приймає постійне значення. Очевидно, що в цьому випадку можна визначити найточніше найнижчі рівні енергії [16]. Таке обмеження для планарних хвильоводів не актуальне, оскільки діелектрична проникність є обмеженою величиною у всьому просторі.

У числових розрахунках, результати яких наведено нижче, було використано найпростіший спосіб заміни інтегрування на підсумовування другого доданку виразу (13).

2. Особливості розв'язку хвильового рівняння в частотній області. Тут і далі приведено аналіз планарних градієнтних хвильоводів запропонованим методом для довжини хвилі $\lambda = 1$ мкм та декількох товщин середнього шару хвильоводу d . Для багатошарового хвильоводу було використано параболічний розподіл діелектричної проникності згідно з виразом (2). Що ж до параметрів числового процесу, а саме: кількості інтервалів N , на які ділиться діапазон просторової частоти u , та максимальний діапазон просторової частоти u_{\max} , то їх підібрано для кожного розглянутого хвильоводу окремо.

Приклад 1. У цьому прикладі продемонстровано в деякій мірі «максимальні» можливості запропонованого методу. Профіль зміни діелектричної проникності описується виразом (1), причому $d = 20$ мкм, $\varepsilon_1 = 2,89$, $\varepsilon_0 = \varepsilon_2 = 2,25$. Хвильоводи такої товщини в реальних оптоелектронних приладах практично відсутні, але цей приклад демонструє можливості запропонованого методу, а також можна порівняти постійні поширення, отриманих даним методом, з їх точними значеннями, знайдених внаслідок розв'язку відповідного трансцендентного рівняння. Для цього прикладу вибрано значення параметрів: $N = 3\,001$, $u_{\max} = 85$ мкм⁻¹. За один цикл розрахунку отримано всі 32 постійні поширення локалізованих мод, зокрема, $\beta_0 = 10,680304$ мкм⁻¹, а $\beta_{31} = 9,495000$ мкм⁻¹. Постійні поширення, отримані шляхом розв'язку трансцендентного рівняння, мають такі значення: $\beta_0 = 10,680305$ мкм⁻¹, $\beta_{31} = 9,495001$ мкм⁻¹. Бачимо високу точність постійних поширення, отриманих запропонованим методом.

Також за один цикл розрахунку знайдено дискретні фур'є-образи розподілу напруженості поля, що узгоджуються з відповідним значенням постійних поширення. Здійснивши обернене

фур'є-перетворення, знаходимо розподіли полів у просторі координат (рис. 1).

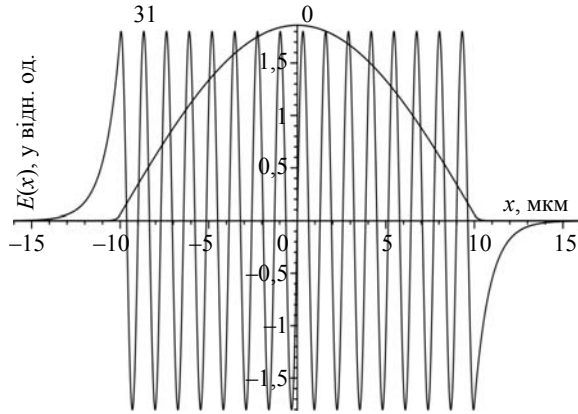


Рис. 1. Розподіли полів для найнижчої (0) та найвищої (31) моди в координатній області

Найнижча мода є симетричною функцією і не перетинає вісь x ; найвища мода описується антисиметричною функцією та перетинає вісь x 31 раз. Слід зазначити, що функції, які описують розподіли полів і наведені на рис. 1, є ортогональними, але не ортонормованими.

Приклад 2. Попередній приклад стосується планарних хвильоводів, у яких поширюються хвилі TE -поляризації. У тому прикладі підібрано такий вираз для $\varepsilon(x)$, для якого легко аналітично знайти фур'є-образ. У той же час для градієнтних хвильоводів важко знайти фур'є-образ для виразу $-\frac{1}{\varepsilon(x)} \frac{d\varepsilon(x)}{dx}$ в аналітичній формі, що є необхідним для хвиль TM -поляризації. У даному прикладі розглянемо хвильовід, діелектрична проникність якого описується функцією Гауса від координати

$$\varepsilon(x) = \varepsilon_0 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \exp\left[-\pi\left(\frac{x}{d}\right)^2\right]. \quad (15)$$

Перетворення Фур'є від цієї функції буде:

$$F\{\varepsilon(x)\} = \varepsilon_0 \delta(u) + d(\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \exp\left[-\pi(du)^2\right], \quad (16)$$

де $\delta(u)$ – дельта-функція Дірака.

Знайдемо значення похідної від діелектричної проникності:

$$\frac{d\varepsilon(x)}{dx} = (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \left(-\frac{2\pi x}{d^2}\right) \exp\left[-\pi\left(\frac{x}{d}\right)^2\right]. \quad (17)$$

Тоді відповідний добуток і його фур'є-образ матимуть вигляд

$$-\frac{1}{\varepsilon(x)} \frac{d\varepsilon(x)}{dx} = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \frac{2\pi x}{d^2} \exp\left[-\pi\left(\frac{x}{d}\right)^2\right]}{\varepsilon_0 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \exp\left[-\pi\left(\frac{x}{d}\right)^2\right]}; \quad (18)$$

$$F\left\{-\frac{1}{\varepsilon(x)} \frac{d\varepsilon(x)}{dx}\right\} = -\frac{4i\pi}{d^2} (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \times \int_0^\infty \frac{x \sin(2\pi ux)}{\varepsilon_0 \exp\left[\pi\left(\frac{x}{d}\right)^2\right] + \varepsilon_1 - \varepsilon_0} dx. \quad (19)$$

Останній інтеграл аналітично не береться, тому для розв'язку нашої задачі шукаємо його за допомогою стандартного програмного забезпечення в дискретних точках частоти $s\Delta$.

Для хвиль TM -поляризації розраховано постійні поширення локалізованих хвильоводних мод з такими параметрами: $\varepsilon_0 = 1,96$; $\varepsilon_1 = 2,25$; $d = 20$ мкм; $\lambda = 1$ мкм. У цьому градієнтному хвильоводі можуть поширюватися 3 локалізовані моди. Для значень параметрів обчислювального процесу $N = 501$ та $u_{\max} = 25$ мкм⁻¹ знайдено такі постійні поширення: $\beta_0 = 9,283999$ мкм⁻¹; $\beta_1 = 9,022850$ мкм⁻¹; $\beta_2 = 8,843947$ мкм⁻¹.

Щодо точних значень постійних поширення, які отримують через розв'язок дисперсійного рівняння [1, 4], то їх знайти неможливо, оскільки дані розрахунки можна проводити лише для хвильоводів з прикладу 1.

Результати аналізу градієнтного планарного хвильоводу виявили стабільність значень постійних поширення при варіації параметрів числового процесу. Зокрема, при $401 < N < 701$ та $5 < u_{\max} < 45$ мкм⁻¹ значення β_i є такими, які наведено вище.

Приклад 3. Розглянуті вище приклади стосуються хвильоводів, у яких активною областю є один шар діелектрика, оточеного з боків захисним шаром та підкладкою. Якщо ж таких шарів буде M , де M для зручності обчислень число непарне, то сформований хвильовід вважатиметься багат шаровим. Такі планарні хвильоводи використовуються в багатьох приладах сучасної фотоніки та оптоелектроніки, зокрема, напівпровідникові лазери, модулятори, фільтри, розгалужувачі, поляризатори світла [17]. За рахунок складної структури таких приладів основним моментом, що застосовується на етапах розробки та оптимізації, є правильне числове моделювання.

Для проведення розрахунків задамо геометрію розподілу діелектричної проникності, причому вона буде однаковою для всіх шарів. Нехай такою геометрією буде парабола (рис. 2), розподіл якої описується наступною залежністю:

$$\varepsilon(x) = \begin{cases} \varepsilon_0 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \left[1 - \left(\frac{2x}{d}\right)^2\right], & |x| \leq d/2, \\ \varepsilon_0, & |x| > d/2. \end{cases} \quad (20)$$

Перетворення Фур'є від виразу (20) буде таке:

$$F\{\varepsilon(x)\} = \varepsilon_0 \delta(u) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \frac{2}{d(\pi u)^2} \left[\frac{\sin(\pi u d)}{\pi u d} - \cos(\pi u d) \right]. \quad (21)$$

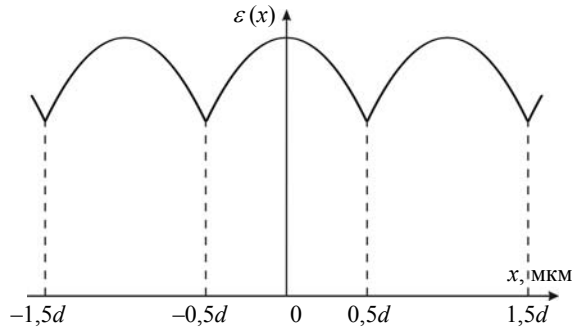


Рис. 2. Профіль $\varepsilon(x)$ багат шарового симетричного параболічного хвилеводу

Фур'є-образ (21) стосується лише центрального шару багат шарової структури, який має прив'язку до осі z (напрямок поширення хвиль) та її початку координат. Усі інші шари є зміщеними по координаті x на величину $\pm md$, де $m = 1, 2, \dots$. Тому і їхні фур'є-образи будуть видозмінені на величину експоненти згідно з теоремою зміщення [14]

$$F\{\varepsilon(x)\} = \varepsilon_0 \delta(u) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \frac{2}{d(\pi u)^2} \times \left[\frac{\sin(\pi u d)}{\pi u d} - \cos(\pi u d) \right] \exp(\mp i 2 \pi u m d). \quad (22)$$

Додавши перший доданок та всі другі доданки фур'є-образу (22), причому m змінюється від $-(M-1)/2$ до $(M-1)/2$, та використавши формулу для суми скінченної геометричної прогресії, остаточно отримуємо

$$F\{\varepsilon(x)\} = \varepsilon_0 \delta(u) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_0) \frac{2}{d(\pi u)^2} \times \left[\frac{\sin(\pi u d)}{\pi u d} - \cos(\pi u d) \right] \frac{\sin(2 \pi u d M)}{\sin(2 \pi u d)}. \quad (23)$$

Постійні поширення для хвилеводу згідно з рис. 2 при значеннях $d = 6$ мкм, $\varepsilon_0 = 1,96$, $\varepsilon_1 = 2,25$, $\lambda = 1$ км та параметрах числового процесу $N = 1\,001$, $u_{\max} = 30$ мкм⁻¹ становлять: $\beta_0 = 9,364752$ мкм⁻¹, $\beta_1 = 9,243541$ мкм⁻¹, $\beta_2 = 9,120834$ мкм⁻¹, $\beta_3 = 8,997293$ мкм⁻¹, $\beta_4 = 8,876912$ мкм⁻¹.

Числові значення постійних поширення, які отримані пропонуваним методом при кількості шарів $M = 3$ та параметрах числового процесу $N = 1\,001$ і $u_{\max} = 30$ мкм⁻¹, наведено у таблиці. Як бачимо з результатів, кожна з мод, наведених

вище, у багат шаровому хвилеводі розщеплюється на стільки значень, скільки є шарів, причому розщеплення збільшується при збільшенні номера моди.

Значення постійних поширення для багат шарового хвилеводу

β_0 , мкм ⁻¹	β_1 , мкм ⁻¹	β_2 , мкм ⁻¹	β_3 , мкм ⁻¹	β_4 , мкм ⁻¹
9,364765	9,243776	9,122816	9,006251	8,895661
9,364752	9,243550	9,120964	8,998130	8,876324
9,364741	9,243330	9,119142	8,989339	8,851992

Подібно до попереднього прикладу для такого хвилеводу неможливо отримати точні значення постійних поширення, які розраховують через розв'язання дисперсійного рівняння.

Дослідження показали, що при кількості інтервалів $601 < N < 1\,501$ та максимальній просторовій частоті $5 < u_{\max} < 50$ мкм⁻¹ значення постійних поширення залишаються практично незмінними.

Діапазони значень параметрів N та u_{\max} було обрано з наступних міркувань. При $N < 501$ значення постійних поширення починають суттєво відрізнятися від «точних» розв'язків, отриманих у запропонованому діапазоні. Крім того, при малих $N(101, 201)$ різко скорочується кількість мод і їх розщеплення. Для $N > 1\,501$ результати ті ж самі, що при $N = 1\,001$, але при цьому зростає час машинного розрахунку, що, зрештою, є недоречним, оскільки й при менших $N(801, 1\,001)$ ми отримуємо достатньо точні розв'язки. Щодо просторової частоти u_{\max} , то її обидві межі, як і нижня межа для N , зумовлені наростанням похибки у розрахунках при значеннях, що є поза цими межами.

Висновки. Розроблено новий числовий метод визначення постійних поширення хвилеводних мод градієнтних планарних хвилеводів та відповідних полів. Метод ґрунтується на тому, що для хвилеводних мод планарного хвилеводу відповідні функції, що описують поля, є абсолютно інтегровані, отже, до хвильових рівнянь можна застосувати перетворення Фур'є. Розв'язок задачі на власні числа та власні вектори дозволяє отримати шукані величини, причому власні числа дорівнюють квадрату постійних поширення, а відповідні власні вектори – дискретним фур'є-образам полів хвилеводних мод. Крім того, визначено переваги цього методу відносно вже існуючих методів, серед яких можливість використання для хвиль *TM*-поляризації та для різних профілів діелектричної проникності.

Проведено дослідження про вплив параметрів числового процесу на точність результатів.

При достатньо великих $N > 501$ постійні поширення практично не змінюються, якщо в певних межах змінюється просторова частота. Це можна пояснити тим, що не тільки поле швидко прямує до нуля, коли $x \rightarrow \pm\infty$, але і фур'є-образ також швидко прямує до нуля, коли просторова частота $u \rightarrow \pm\infty$. Тому при правильному виборі N та u_{\max} виконується теорема про відліки [14] з високою точністю, відповідно, результати розрахунку також отримуються з високою точністю. Даний метод характеризується високою числовою стабільністю.

На сьогодні проводиться дослідження розглянутого числового методу для різних типів планарних градієнтних хвильоводів. Надалі отримані результати можна буде використати для проектування лазерів, а саме напівпровідникових та з розподіленим зворотним зв'язком. Також можливим кроком є розвиток цього методу у волоконній оптиці для розрахунку круглих хвильоводів.

Бібліографічний список

1. Ярив А. Квантовая электроника / А. Ярив; пер. с англ. под ред. Я. И. Ханина. – 2-е изд. – М.: Сов. радио, 1980. – 488 с.
2. Sakhno O. V. Distributed feedback dye laser holographically induced in improved organic-inorganic photocurable nanocomposites / O. V. Sakhno, J. Stumpe, T. N. Smirnova // Appl. Phys. B. – 2011. – 103, N 4. – P. 907–916.
3. Kogelnik H. Coupled-wave theory of distributed feedback lasers / H. Kogelnik, C. V. Shank // J. Appl. Phys. – 1972. – 43, iss. 5. – P. 2327–2335.
4. Unger H.-G. Planar optical waveguides and fibres / H.-G. Unger. – Oxford: Clarendon Press, 1977. – 751 p.
5. Снайдер А. Теория оптических волноводов / А. Снайдер, Дж. Лав; пер. с англ. под ред. Е. М. Дианова и В. В. Шевченко. – М.: Радио и связь, 1987. – 656 с.
6. Вакарчук І. О. Квантова механіка / І. О. Вакарчук. – 2-е вид., доп. – Л.: ЛНУ ім. І. Франка, 2004. – 784 с.
7. Gedeon A. Comparison between rigorous theory and WKB-analysis of modes in graded-index waveguides / A. Gedeon // Opt. Commun. – 1974. – 12, N 3. – P. 329–332.
8. Anemogiannis E. Multilayer waveguides: efficient numerical analysis of general structures / E. Anemogiannis, E. N. Glytsis // J. Lightwave Technol. – 1992. – 10, N 10. – P. 1344–1351.
9. Chatak A. K. Numerical analysis of planar optical waveguides using matrix approach / A. K. Chatak, K. Thyagarajan, M. R. Shenoy // J. Lightwave Technol. – 1987. – 5, N 5. – P. 660–667.
10. Baba T. Dispersion radiation loss characteristics of antiresonant reflecting optical waveguides-numerical results and analytical expressions / T. Baba, Y. Kokubun // J. Quantum Electronics. – 1992. – 28, N 7. – P. 1689–1700.
11. Wang S. S. Theory and applications of guided-mode resonance filters / S. S. Wang, R. Magnusson // Appl. Opt. – 1993. – 32, N 14. – P. 2606–2613.
12. Ржанов А. Г. Определение параметров волноводных мод многослойных диэлектрических волноводов / А. Г. Ржанов, С. Э. Григас // Вычислительные методы и программирование. – 2009. – 10, № 1. – С. 258–262.
13. Rganov A. G. Numerical algorithm for waveguide and leaky modes determination in multilayer optical waveguides / A. G. Rganov, S. E. Grigas // Tech. Phys. – 2010. – 55, N 11. – P. 1614–1618.

14. Гудмен Дж. Введение в фурье-оптику / Дж. Гудмен; пер. с англ. под ред. Г. И. Косоурова. – М.: Мир, 1970. – 364 с.
15. Фітьо В. Використання перетворення Фур'є для пошуку постійних поширення у планарних хвильоводах / В. Фітьо, В. Ромах // II Всеукр. наук.-практ. конф. Проблеми електроніки та інформаційні технології. – Чинадієво, 2010. – С. В10–В11.
16. Фітьо В. Локалізовані моди градієнтних планарних хвильоводів. Аналогії в квантовій механіці / В. Фітьо, В. Ромах, Я. Бобицький // Зб. наук. праць ЛНУ ім. І. Франка: Електроніка та інформаційні технології. – 2011. – Вип. 1. – С. 134–141.
17. Yariv A. Optical Waves in Crystals: Propagation and Control of Laser Radiation / A. Yariv, R. Yeh. – N. Y.: Wiley, 1984. – 608 p.

Рукопис надійшов 05.04.2013 р.

V. M. Fitio, V. V. Romakh, Ya. V. Bobitski

THE FOURIER TRANSFORM APPLICATION TO SEARCH FOR LOCALIZED MODES OF GRADIENT PLANAR WAVEGUIDES

Planar waveguides are important components in construction of various integrated optical devices. At present, science literature describes a number of analytical methods to calculate planar gradient waveguides, which, however, cover only certain types of those structures. In this study a numerical method of finding propagation constants and their corresponding field distributions of planar waveguide localized modes is developed. It is based on the Fourier transform of wave equation. The method is tested on many examples. The influence of numerical process parameters on the values of propagation constants is studied too. During the study numerical stability and high calculation accuracy are provided, confirming the efficiency of the method proposed. It is expected that the study results can be used for design of semiconductor lasers.

Key words: Fourier transform, wave equation, permittivity, convolution, propagation constant, spatial frequency.

В. М. Фітьо, В. В. Ромах, Я. В. Бобицький

ПРИМЕНЕНИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ ДЛЯ ПОИСКА ЛОКАЛИЗОВАННЫХ МОД ГРАДИЕНТНЫХ ПЛАНАРНЫХ ВОЛНОВОДОВ

Планарные волноводы являются важными компонентами в построении различных интегральных оптических устройств. На сегодня в научной литературе описано ряд аналитических методов для расчета планарных градиентных волноводов, которые, однако, охватывают лишь некоторые разновидности таких структур. В данном исследовании разработан численный метод для поиска постоянных распространения и соответствующих им распределений поля мод планарных волноводов. Он основан на преобразовании Фурье волнового уравнения. Метод проверен на многих примерах. Также исследовано влияние параметров численного процесса на значения постоянных распространения. В ходе проведения исследований было обеспечено численную стабильность и высокую точность расчета, подтверждающего эффективность предложенного метода. Ожидается, что результаты исследования можно будет использовать для проектирования полупроводниковых лазеров.

Ключевые слова: преобразование Фурье, волновое уравнение, диэлектрическая проницаемость, свертка, постоянная распространения, пространственная частота.