Актуальні питання нафтогазової галузі

УДК 622.245:539.3
DOI: 10.31471/1993-9973-2019-3(72)-7-18

КОНЦЕНТРАЦІЯ НАПРУЖЕНЬ В ОБСАДНІЙ КОЛОНІ ПРИ ВИРІЗАННІ ОТВОРУ ДЛЯ БІЧНОГО СТОВБУРА СВЕРДЛОВИНИ

Є. І. Крижанівський, Д. Г. Чорнописький, І. І. Палійчук

ІФНТУНГ; 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (03422) 724716,
e-mail: rector@nung.edu.ua

Спрямоване буріння додаткових стовбурів в обсадженій свердловині є ефективним методом відновлення роботи виведених з експлуатації, аварійних та ліквідованих свердловин, що дає змогу економити кошти на бурінні нових нафтових і газових свердловин. Забурювання бічних стовбурів шляхом фрезерування вікон в обсадній колоні вважається сьогодні одним із найбільш раціональних методів у технології буріння свердловин. Врізання фрезера в стінку колони є дуже відповідальним процесом. Фрезерний інструмент утворює у ній щілиноподібний отвір внаслідок силової реакції клинового відхилювача в обсадній колоні. Верхня частина отвору набуває еліпсоподібної форми з плавним контуром завдяки малому куту скосу клина під час відхиляння осьового просування інструмента. У цей же час нижній край отвору є прямолінійним і утворює прямі кути з його бічними кромками. Вершини цих кутів стають концентраторами напружень у стінці, ослабленій отвором, оскільки на обсадну колону діє значна розтягувальна сила від її власної ваги. Ці напруження досягають найбільших значень у тих поперечних перетинах труби, де ширина вікна стає максимальною (проєктною), а їх площа – найменшою. Актуальність і новизна вирішеної задачі полягають у необхідності дослідження напружено-деформованого стану навантаженої розтягом обсадної труби під час вирізання у її стінці вікна за формою, близькою до прямокутної, та у визначенні величини максимальних напружень, які виникають навколо прямих кутів отвору. Це рішення дає змогу визначити коефіцієнти концентрації напружень залежно від геометричних параметрів отвору, і тим самим забезпечити розробку інженерних методів проєктування безаварійного процесу зарізання вікна в обсадних трубах. Результатом роботи стала математична модель неосесиметричного напруженого стану, який виникає при розтягу-стиску циліндричної оболонки із прямокутними отворами, під час розроблення якої використано аналітичні методи розрахунку напружено-деформованого стану нетонких оболонок з неканонічними концентраторами напружень та проведено теоретико-експериментальні дослідження концентрації напружень у стінках такої оболонки.

Ключові слова: бічний стовбур свердловини, обсадна колона, фрезерування вікна, напружено-деформований стан, концентратор напружень.

Направленное бурение дополнительных стволов в обсаженной скважине является эффективным методом восстановления работы выведенных из эксплуатации, аварийных и ликвидированных скважин, что позволяет экономить средства на бурении новых нефтяных и газовых скважин. Забуривание боковых стволов путем фрезерования окон в обсадной колонне считается сегодня одним из наиболее рациональных методов в технологии бурения скважин. Врезание фрезера в стенку колонны является очень ответственным процессом. Фрезерный инструмент создает в ней щелеобразное отверстие вследствие силовой реакции клинового отклонителя в обсадной колонне. Верхняя часть отверстия приобретает эллипсовидную форму с плавным контуром вследствие малого угла наклона клина при отклонении осевого продвижения инструмента. В то же время нижний край отверстия является прямолинейным и образует прямые углы с его боковыми кромками. Вершины этих углов становятся концентраторами напряжений в стенке, ослабленной

отверстием, так как на обсадную колонну воздействует значительная растягивающая сила от ее собственного веса. Эти напряжения достигают наибольших значений в тех поперечных сечениях трубы, где ширина окна является максимальной (проектной), а их площадь – наименьшей. Актуальность и новизна решенной задачи состоят в необходимости исследования напряженно-деформированного состояния обсадной трубы, нагруженной растяжением, при вырезании в ее стенке окна по форме, близкой к прямоугольной, и в определении величины максимальных напряжений, которые возникают вокруг прямых углов отверстия. Эти решения позволяют определить коэффициенты концентрации напряжений в зависимости от геометрических параметров отверстия, и тем самым обеспечить разработку инженерных методов проектирования безаварийного процесса зарезки окна в обсадных трубах. Результатом роботы стала математическая модель неосесимметричного напряженного состояния, который возникает при растяжении-сжатии цилиндрической оболочки с прямоугольными отверстиями, при разработке которой использованы аналитические методы расчета напряженно-деформированного состояния нетонких оболочек с неканоническими концентраторами напряжений и проведенные теоретико-экспериментальные исследования концентрации напряжений в стенках такой оболочки.

Ключевые слова: боковой ствол скважины, обсадная колонна, фрезерование окна, напряженно-деформированное состояние, концентратор напряжений.

Directional drilling of complementary holes in a cased well is an effective method of restoring decommissioned, emergency and abandoned wells. It enables the possibility to save on drilling new oil and gas wells. Today, sidetracking is considered to be the most efficient technology which makes use of milling casing window. Cutting into the column wall is a very important process. The milling cutter makes a slot-like hole in it due to the force response of the wedge deflection device in the casing. The upper part of the hole becomes elliptical with a smooth contour due to the small angle of the wedge during the axial moving of the tool. At the same time, the lower edge of the hole is straight and forms right angles with its side edges. The vertices of these angles create a stress concentration in the wall, weakened by the hole, under the condition that a significant tensile force of its own weight acts on the casing. These stresses reach their maximum values in those pipe cross-sections where the window width becomes maximum (design), and their area is the smallest one. The topicality and novelty of the solved problem lie in studying the stress-deformed state of the casing pipe under tension while cutting a window, close to a rectangular shape, in its wall, as well as in calculating the maximum stresses that arise around the right angles of the hole. These solutions make it possible to specify stress concentration factors depending on the geometrical parameters of the hole, and thereby ensure the development of engineering methods for designing a trouble-free process for window cutting in casing pipes. The operating results are as follows: a developed mathematical model of a nonaxisymmetric stress state that occurs during tension-compression of a cylindrical shell with rectangular holes, for which the analytical methods of calculating the stress-strain state of non-thin shells with non-canonical stress concentrators have been used, and theoretical and experimental studies of the stress concentration in the walls of this shell.

Key words: sidetrack, casing, window milling, stress-strain state, stress concentrator.

Вступ

Важливим резервом для зростання потужностей паливно-енергетичного комплексу України є підвищення ефективності використання існуючих свердловин. Вагомим джерелом збільшення обсягів видобування нафти і газу є відновлення роботи виведених з експлуатації, аварійних та ліквідованих свердловин, які складають значну частку загального фонду на багатьох родовищах України. Аналіз стану експлуатації основних родовищ свідчить, що велика кількість недіючих свердловин може бути відновлена та повторно уведена в експлуатацію, а витрати на їх відновлення будуть меншими за необхідні для буріння нових свердловин. Одним з найефективніших методів відновлення роботи свердловин є похило спрямоване буріння додаткових стовбурів.

Сьогодні найбільш раціональною вважається технологія забурювання бокових стовбурів через фрезерування вікон в обсадних колонах свердловин [1-5]. Перевагами цієї технології є зменшення матеріальних витрат на буріння, економія часу, менший об'єм винесення металевого шламу, значно нижча ймовірність виникнення аварій під час прорізання вікон в обсадній колоні свердловини за рахунок відсутності рухомих та розсувних елементів у робочих інструментах. Крім того, вікно можна фрезерувати в обсадній колоні діаметром від 114 мм на глибині понад 2000 м, у свердловинах, зенітний кут яких перевищує 5°, та крізь декілька обсадних колон.

Аналіз сучасних досліджень і публікацій

Дослідженню процесів забурювання нових стовбурів діючих та законсервованих свердловин присвячено багато сучасних наукових праць. У монографіях [1, 3] широко висвітлені сучасні аспекти розвитку техніки і технології спорудження бічних стовбурів нафтових і газових свердловин. Зокрема, велику увагу зосеред-

ISSN 1993–9973 print
ISSN 2415–332X online

жено на аналізі причин аварійних ситуацій при прорізанні вікон у тілі обсадної колони. Так, значна частина аварій супроводжується заклинюванням фрезувального інструмента чи бурильної колони у вирізаному вікні. Причинами цього вказано неналежне узгодження технологічних чинників процесу вирізання вікна: геометричних і механічних характеристик різального інструмента, режимів різання, кута скосу клинового відхилювача тощо. Великі навантаження на бурильну колону та інструмент, технологічно необхідні для різання сталевих труб, призводять до їх поломки або значного деформування стінок обсадної колони. На ліквідацію таких аварій витрачається багато часу і коштів, а всі операції з вирізання вікна доводиться проводити повторно. У випадку руйнування самої обсадної колони відновити буріння бічного стовбура не вдається.

У роботі [2] розглянуто напрямки розвитку методики проєктування процесу забурювання похило спрямованого і горизонтального стовбурів із експлуатаційної колони недіючої свердловини з врахування основних технічних і технологічних аспектів.

У роботах М.В. Лігоцького [4-5] запропоновано напрямки вдосконалення технології забурювання додаткових стовбурів в експлуатаційній колоні та шляхи оптимізації цього процесу. Зокрема, увагу зосереджено на теоретичному обґрунтуванні параметрів вирізуваного вікна з врахуванням геометричних параметрів клинового відхилювача, фрезера-райбера і обсадної колони, проте без достатнього врахування силового режиму роботи бурильної колони.

Дослідженню проблем вирізання бічного вікна в обсадній колоні при забурюванні нового стовбура свердловини присвячено низку наукових праць проф. І.В. Воєвідка [6-8]. У роботі [6] розглянуті питання визначення геометричних параметрів вікна в процесі його прорізання та специфіки проходження в ньому труб при спорудженні бічних стовбурів у свердловині. Зокрема, виведено математичні залежності для визначення поперечних і поздовжніх розмірів вікна, а також визначено сили реакцій, що виникають у результаті контактування нижньої частини бурильних труб зі стінками вікна з врахуванням геометричних параметрів бурильної і обсадної колон, фрезерного інструмента, кута скосу клинового відхилювача.

Стаття [7] розглядає специфіку забурювання бічного стовбура свердловини. Тут викладено результати теоретичних досліджень складного процесу фрезерування вікна в обсадній колоні. Встановлено, що аварійні ситуації у цьому процесі пояснюються вірогідністю виникнення значних локальних викривлень у зоні виходу райбера з обсадної колони, які можуть перевищувати 8 градусів, що, безперечно, відбивається на роботі низу бурильної колони. Однак при цьому не проаналізовано напружено-деформований стан обсадної колони.

У роботі [8] наголошено, що основною проблемою буріння бічних стовбурів є процес вирізання щілиноподібного вікна в експлуатаційній колоні свердловини і забурювання на початковому етапі бічного стовбура для забезпечення надійного виходу інструмента із старого стовбура. Серед причин аварій вказано можливість виникнення в бурильній колоні значних згинальних зусиль у процесі формування такого типу вікна в обсадній колоні та констатуються факти руйнування бурильної колони під час прорізання вікна в обсадній колоні роторним способом.

Встановлено [8], що на початковому етапі забурювання із обсадної колони додатковий стовбур можна подати у вигляді двох прямолінійних ділянок, розташованих під певним кутом, а форма нижньої частини бурильної колони в ньому наближається до дугоподібної. При цьому радіус згину ОБТ залежить від геометричних параметрів бічного стовбура свердловини. На основі аналізу напружень, що виникають у тілі бурильних труб, встановлено групи міцності сталей, які необхідно використовувати для їх виготовлення з метою попередження поламок ОБТ або виникнення в них залишкових деформацій на початковому етапі формування бічного стовбура.

Водночас у літературі недостатньо висвітлені причини деформування (чи навіть руйнування) самої обсадної колони у процесі зарізання вікна. Причиною цього є не лише додаткова силова дія фрезера на стінку колони, але й значні напруження розтягу від її власної ваги. Адже під час опускання у вибій експлуатаційна колона знаходиться у розтягненому стані, а осьова сила зростає у напрямку устя свердловини. Крім того, для зменшення прогинів обсадних труб між центрувальними пристроями та уникнення їх контакту зі стінками свердловини практикують додаткове натягування колони перед цементуванням. Після проштовхування цементного розчину у затрубний простір сила розтягу колони лише незначно зменшується за рахунок архімедової сили. У процесі тужавіння цементний розчин проходить стадію, коли втрачає властивість рідини до виштовхування зануреного у неї тіла, але залишається ще досить пластичним і не перешкоджає розтягу-

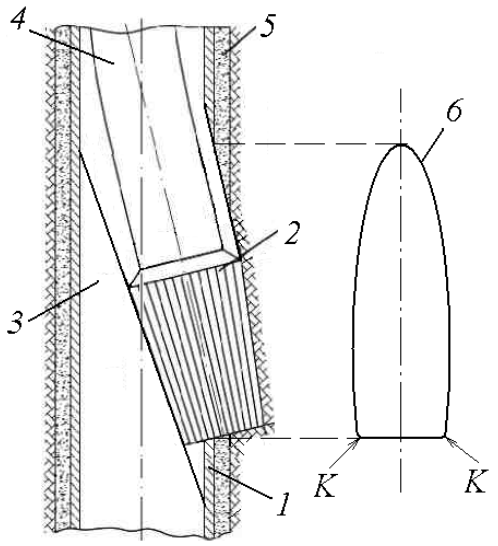
ванню колони під дією її власної ваги. Тому колона залишається у розтягненому стані, а процеси утворення цементного каменю не лише не усувають деформацій розтягу у її тілі, але й фіксують ("цементують") її напружено-деформований стан. Автори цієї статті наголошують на необхідності врахування напружень розтягу у тілі зацементованої колони (на противагу поширеній думці про те, що обсадна колона повністю "розвантажується" на цементний камінь). Далі, у процесі довготривалої експлуатації свердловини механічні властивості цементного каменю, зокрема сила його зчеплення з трубою, деградують, що не дає змогу говорити про його здатність до розвантаження обсадної колони. Ще більшу небезпеку несе її прорізання на незацементованих інтервалах.

Усі автори розглядали вікно в обсадній трубі як витягнутий еліпсоподібний отвір з краями достатньо плавної форми, який утворюється вже після виходу різальних кромок за межі труби. В той же час у момент врізання фрезерного інструмента у її стінку формується початковий отвір з іншим контуром, який містить спочатку гострі, а далі майже прямі кути. Виникає різкий (стрибкоподібний) перехід від суцільної труби до ділянки, послабленої отвором, а кути отвору служать концентраторами напружень у стінках. Це може стати причиною руйнування обсадної колони, яка знаходиться у розтягненому стані під дією власної ваги та силовою дією фрезера на бурильній колоні.

Отже, **невирішеною проблемою** залишається дослідження напружено-деформованого стану (НДС) обсадної колони, навантаженої власною вагою і вагою бурильної колони з фрезером, у процесі вирізання у ній бічного вікна, під час якого у її стінках виникають концентратори напружень.

Постановка задачі і мета роботи

Під час буріння додаткового стовбура свердловини найвідповідальнішим моментом є врізання фрезера в обсадну колону. Останній внаслідок силової дії клинового відхилювача утворює у стінці колони спочатку невеликий щілиноподібний отвір. Завдяки малому куту скосу клина під час осьового просування інструмента верхня частина отвору набуває еліпсоподібної форми з плавними контуром. Одночасно з цим нижній край отвору є майже прямолінійним і утворює прямі кути з верхніми кромками. Схема утворення початкового отвору у стінці обсадної труби показана на рис. 1.



1 – обсадна колона; 2 – фрезерний інструмент; 3 – клиновий відхилювач; 4 – бурильна колона; 5 – цементний камінь; 6 – контур прорізуваного вікна; К – концентратори напружень

Рисунок 1 – Схема утворення концентраторів напружень в обсадній колоні при фрезеруванні вікна

Внаслідок того, що у процесі фрезерування вікна на обсадну колону діє розтягувальна сила, кути отвору спричинюють концентрацію напружень в ослабленій ним стінці колони. Найбільших значень ці напруження досягають у тих поперечних перетинах труби, де ширина вікна стає максимальною (проєктною), а їх площа – найменшою.

Тому **актуальною є задача** визначення НДС розтягненої обсадної труби з вирізаним у її стінці отвором, близьким до прямокутної форми, та розрахунку максимальних напружень, які при цьому виникають. Це дасть змогу визначати коефіцієнти концентрації напружень залежно від розмірів отвору, на основі чого удосконалити інженерні методи проєктування безаварійного процесу зарізання бічного отвору в обсадних трубах.

Обсадна колона у свердловині працює як кругова циліндрична оболонка під дією сили розтягу. Задача визначення розподілу напружень навколо отвору такої форми, як показано на рис. 1, є надзвичайно складною. Проте згідно з технологією буріння отвір, прорізаний у стінці обсадної труби, повинен бути достатньо видовженим, щоб не спричинити зменшення радіусу кривизни бічного стовбура свердловини і перевищення напружень згину у бурильній (а потім і в обсадній) колоні, що досягається малим кутом скосу відхилювача. Тому у першому наближенні розв’язання задачі вважаємо

ISSN 1993–9973 print
ISSN 2415–332X online

отвір прямокутним, а концентрацію напружень навколо двох прямих кутів, прилеглих до нижньої сторони, такою, що згасає до середини довжини отвору.

Мета роботи – на основі аналітичних методів розрахунку НДС оболонок з неканонічними концентраторами напружень розробити математичну модель неосесиметричного напруженого стану, який виникає при розтягу-стиску нетонкої циліндричної оболонки з прямокутними отворами, і провести теоретичні та експериментальні дослідження коефіцієнтів концентрації напружень у стінках натурних зразків циліндричної оболонки.

Математична модель напруженого стану обсадної колони

Обсадну колону представимо круговою циліндричною оболонкою постійної товщини ($2h = \text{const}$). Прорізаний у ній отвір з прямокутним контуром створює неосесиметричний напружений стан у її стінках при розтягу-стиску. Оболонку віднесемо до ортогональної криволінійної системи координат $Ox^1x^2x^3$, нормально зв'язаної з його серединною поверхнею S.

Для розв'язання задачі про НДС оболонки з отвором прямокутної форми скористаємось загальними положеннями [9] про представлення векторів переміщень $\boldsymbol{u}\left(x^1,x^2,x^3\right)$ і напружень $\boldsymbol{p}^i\left(x^1,x^2,x^3\right)$, залежних від координати товщини x^3, рядами Фур'є–Лежандра:

$$\boldsymbol{u}(x^1,x^2,x^3)=\sum_{k=0}^{N}\overset{k}{\boldsymbol{u}}(x^1,x^2)P_k(\zeta),$$
$$\boldsymbol{p}^i(x^1,x^2,x^3)=\sum_{k=0}^{N}\sqrt{\frac{a}{g}}\overset{k}{\boldsymbol{p}}{}^i(x^1,x^2)P_k(\zeta), \quad (1)$$

де $\overset{k}{\boldsymbol{u}}(x^1,x^2)$, $\overset{k}{\boldsymbol{p}}{}^i(x^1,x^2)$ – моменти вектора відповідно переміщень і напружень [9];

g,a – детермінант простору і дискримінант першої квадратичної форми поверхні S;

$P_r(\zeta)$ – поліноми Лежандра, у яких:

$$\zeta=h^{-1}\left(x^3-\hat{h}\right),$$
$$\begin{matrix}h(x^1,x^2)\\ \hat{h}(x^1,x^2)\end{matrix}=\frac{1}{2}\left[\overset{+}{h}(x^1,x^2)\pm\overset{-}{h}(x^1,x^2)\right].$$

Оскільки товщина стінки значно (більш як на порядок) менша порівняно з радіусом серединної поверхні, моменти розкладу вектора напружень $\overset{k}{\boldsymbol{p}}{}^i(x^1,x^2)$ задовольняють спрощеній системі рівнянь рівноваги [10]

$$\frac{1}{\sqrt{a}}\frac{\partial\sqrt{a}\,\overset{k}{\boldsymbol{p}}{}^{\alpha}}{\partial x^{\alpha}}-(2k+1)\frac{1}{h}\sum_{s=0}^{\left[\frac{k-1}{2}\right]}\overset{k-2s-1}{\boldsymbol{p}^3}+\overset{k}{\boldsymbol{F}}=0, \quad (2)$$

де квадратні дужки – символ цілої частини числа; сумування по $\alpha=1,2$: $k=0,\ 1,\ 2,...,N$. У випадку розтягу-стиску вектор $\overset{k}{\boldsymbol{F}}\equiv 0$ (зовнішні поверхневі сили відсутні).

Згідно з [9] формули для моментів деформацій $\overset{k}{\varepsilon}_{\alpha\beta}$ для ортотропної циліндричної оболонки постійної товщини отримаємо у вигляді:

$$\overset{k}{\varepsilon}_{11}=\frac{\partial\overset{k}{\boldsymbol{u}}}{\partial x^1}\boldsymbol{e}_1,\quad \overset{k}{\varepsilon}_{22}=\frac{\partial\overset{k}{\boldsymbol{u}}}{\partial x^2}\boldsymbol{e}_2,\quad \overset{k}{\varepsilon}_{12}=\frac{\partial\overset{k}{\boldsymbol{u}}}{\partial x^1}\boldsymbol{e}_2,$$
$$\overset{k}{\varepsilon}_{21}=\frac{\partial\overset{k}{\boldsymbol{u}}}{\partial x^2}\boldsymbol{e}_1,\quad \overset{k}{\varepsilon}_{13}=\frac{\partial\overset{k}{\boldsymbol{u}}}{\partial x^1}\boldsymbol{e}_3,\quad \overset{k}{\varepsilon}_{23}=\frac{\partial\overset{k}{\boldsymbol{u}}}{\partial x^2}\boldsymbol{e}_3, \quad (3)$$
$$\overset{k}{\varepsilon}_{31}=\frac{1}{h}\overset{k}{\boldsymbol{u}'}\boldsymbol{e}_1,\quad \overset{k}{\varepsilon}_{32}=\frac{1}{h}\overset{k}{\boldsymbol{u}'}\boldsymbol{e}_2,\quad \overset{k}{\varepsilon}_{32}=\frac{1}{h}\overset{k}{\boldsymbol{u}'}\boldsymbol{e}_2,$$

$$\overset{k}{\boldsymbol{u}}=\overset{k}{u}_1\boldsymbol{e}^1+\overset{k}{u}_2\boldsymbol{e}^2+\overset{k}{u}_3\boldsymbol{e}^3,$$

де
$$\overset{k}{\boldsymbol{u}'}=(2k+1)\sum_{m=0}^{\left[\frac{N-k-1}{2}\right]}\overset{k+2m+1}{\boldsymbol{u}}. \quad (4)$$

Вирази для компонентів $\overset{k}{p}{}^{ij}$ вектора напружень для нетовстостінної оболонки постійної товщини отримаємо відповідно до [9]

$$\overset{k}{p}{}^{11}=\frac{c_{11}}{a_{11}^2}\left(\overset{k}{\varepsilon}_{11}+\frac{h}{R}\overset{k\pm1}{\varepsilon}_{11}\right)+\frac{c_{12}}{a_{11}a_{22}}\varepsilon_{22}^k+$$
$$+\frac{c_{13}}{a_{11}}\left(\varepsilon_{33}^k+\frac{h}{R}\varepsilon_{33}^{k\pm1}\right);$$
$$\overset{k}{p}{}^{12}=\frac{c_{66}}{a_{11}a_{22}}\left(\varepsilon_{12}^k+\varepsilon_{21}^k+\frac{h}{R}\varepsilon_{12}^{k\pm1}\right);$$
$$\overset{k}{p}{}^{13}=\frac{c_{55}}{a_{11}}\left[\varepsilon_{13}^k+\varepsilon_{31}^k+\frac{h}{R}\left(\varepsilon_{13}^{k\pm1}+\varepsilon_{31}^{k\pm1}\right)\right];$$
$$\overset{k}{p}{}^{21}=\frac{c_{66}}{a_{11}a_{22}}\left(\varepsilon_{12}^k+\varepsilon_{21}^k-\frac{h}{R}\varepsilon_{21}^{k\pm1}\frac{h^2}{R^2}\varepsilon_{21}^{k\pm2}\right); \quad (5)$$
$$\overset{k}{p}{}^{22}=\frac{c_{12}}{a_{11}a_{22}}\varepsilon_{11}^k+\frac{c_{22}}{a_{22}^2}\left(\varepsilon_{22}^k-\frac{h}{R}\varepsilon_{22}^{k\pm1}+\frac{h^2}{R^2}\varepsilon_{22}^{k\pm2}\right)+$$
$$+\frac{c_{23}}{a_{22}}\varepsilon_{33}^k;$$
$$\overset{k}{p}{}^{23}=\frac{c_{44}}{a_{22}}\left(\varepsilon_{32}^k+\varepsilon_{23}^k-\frac{h}{R}\varepsilon_{23}^{k\pm1}+\frac{h^2}{R^2}\varepsilon_{23}^{k\pm2}\right);$$
$$\overset{k}{p}{}^{31}=\frac{c_{55}}{a_{11}}\left[\left(\varepsilon_{13}^k+\varepsilon_{31}^k\right)+\frac{h}{R}\left(\varepsilon_{13}^{k\pm1}+\varepsilon_{31}^{k\pm1}\right)\right];$$

$$p^{32}_{k} = \frac{c_{44}}{a_{22}}\left(\varepsilon^{k}_{23} + \varepsilon^{k}_{32} + \frac{h}{R}\varepsilon^{k\pm1}_{32}\right);$$

$$p^{33}_{k} = \frac{c_{13}}{a_{11}}\left(\varepsilon^{k}_{11} + \frac{h}{R}\varepsilon^{k\pm1}_{11}\right) + \frac{c_{23}}{a_{22}}\varepsilon^{k}_{22} + c_{33}\left(\varepsilon^{k}_{33} + \frac{h}{R}\varepsilon^{k\pm1}_{33}\right),$$

де $c_{ij}\,(i,j=1,2,3), c_{44}, c_{55}, c_{66}$ – пружні постійні матеріалу;

$a_{\alpha\beta}$ – коваріантні складові метричного тензора координатної поверхні;

вирази для $\varepsilon^{k\pm1}_{33}$, $\varepsilon^{k\pm2}_{33}$ визначаються за методикою [9, 10].

Коефіцієнти c_{ij} можуть визначатися через технічні постійні E_i, G_i, v_{ij} за формулами [9]

$$c_{11} = (1 - v_{23}v_{32})E_1/\Delta;$$
$$c_{12} = (v_{12} + v_{13}v_{32})E_1/\Delta;$$
$$c_{13} = (v_{13} + v_{12}v_{23})E_1/\Delta;$$
$$c_{23} = (v_{23} + v_{21}v_{13})E_2/\Delta;$$
$$c_{33} = (1 - v_{12}v_{21})E_3/\Delta;$$
$$c_{44} = G_{23};\quad c_{55} = G_{13};\quad c_{66} = G_{12}; \qquad (6)$$
$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -v_{12} & -v_{13} \\ -v_{21} & 1 & -v_{23} \\ -v_{31} & -v_{32} & 1 \end{vmatrix};\quad E_i v_{ij} = E_j v_{ij}.$$

де E_i, G_{ij} – модулі пружності і зсуву;

v_{ij} – коефіцієнти Пуассона.

При переході до ізотропного матеріалу постійні c_{ij} визначаються із співвідношень $c_{11} = c_{22} = c_{33} = 2\mu + \lambda;\quad c_{44} = c_{55} = c_{66} = \mu,$ де параметри Ляме λ, μ – визначаються виразами $\lambda = vE/(1+v)(1-2v);\ \mu = G = E/2(1+v).$

Припустимо, що порожнистий циліндр довжиною H перебуває під дією зусиль стискурозтягу, прикладених на торцях. У цьому випадку граничні умови згідно з [10] мають вигляд

$$p^{11}_{0}\Big|_{x^1=0,H} = -\frac{h}{R}a_{11}p;\quad p^{11}_{1}\Big|_{x^1=0,H} = -\frac{h^2}{R}a^{11}p, \qquad (7)$$

де p – величина осьової сили, віднесена до одиниці площі перерізу.

Таким чином, для дослідження неосесиметричного напруженого стану, який виникає при розтягу-стиску нетонкої циліндричної оболонки з прямокутним отвором, розроблено математичну модель, яка описується системою рівнянь (1)–(7).

Для перевірки її адекватності потрібно провести експериментальне визначення коефіцієнтів концентрації напружень на поверхнях прямокутного отвору, прорізаного у стінці циліндричної оболонки, якою є обсадна труба. Слід констатувати, що на сьогодні ще немає лабораторної установки, яка б відтворювала НДС обсадної колони під дією осьової сили розтягу у момент прорізання вікна у її стінці та дала б змогу виміряти напруження на його поверхнях, наприклад, за допомогою тензодавачів. Така установка вимагає великих витрат коштів і часу на виготовлення та проведення експериментів.

У цій роботі вибрано поляризаційно-оптичний метод (метод фотопружності) для визначення розподілу напружень у стінці кругового циліндра навколо прямокутного отвору, який реалізовано на експериментальних трубчастих зразках, виготовлених з епоксидної смоли, а також метод «заморожування деформацій» на зразках зі склопластику [12]. Зрозуміло, що такі експериментальні результати дозволяють описати розподіл та концентрацію напружень навколо отвору порівняно з реальним зразком обсадної труби лише якісно, проте вимагають значно менших витрат.

Для порівняння експериментальних і теоретичних значень коефіцієнтів концентрації напружень слід провести теоретичне визначення параметрів НДС на основі розробленої аналітичної моделі для оболонки, яка має ті ж геометричні та механічні характеристики, що й експериментальні зразки. Оскільки характеристики останніх відмінні від характеристик реальних обсадних труб, то їх теоретичні дослідження можуть служити лише доказом адекватності розробленої математичної моделі, а також для встановлення загальних закономірностей впливу геометрії вікна з прямими кутами на величину коефіцієнтів концентрації напружень. Подальші теоретичні розрахунки будуть присвячені дослідженню циліндричної оболонки з вікном, близьким за формою до прямокутного, яка має такі ж геометричні та механічні характеристики, що й реальна прорізана обсадна колона.

Для експериментального створення НДС циліндричного зразка вибрано протилежний напрямок осьового навантаження – стискання. Це дозволяє спростити його встановлення на лабораторному пресі (потребує лише ретельної підготовки торців перпендикулярно до його осі), а також значно зменшити його довжину. Реалізація розтягу трубчастого зразка на розривній машині вимагає розробки та виготовлення спеціального пристрою для закріплення його кінців рівномірно по колу, а також значного збіль-

шення його довжини, щоб деформації кінців труби згасли вздовж зразка та втратили вплив на НДС навколо отвору. Згідно із загальними положеннями теорії пружності [9, 11] зміна напрямку осьової сили змінює лише знаки напружень на протилежні, але жодним чином не впливає ні на їх розподіл, ні на величину коефіцієнтів концентрації напружень.

Напружено-деформований стан циліндричної оболонки з прямокутним отвором

Для розрахунку параметрів НДС у рівняннях рівноваги (1) і граничних умовах (7) використаємо співвідношення (4) і (5), завдяки чому отримаємо рекурентну послідовність систем диференціальних рівнянь щодо шуканих функцій $\overset{k}{u}_{\alpha}$ $(\alpha = 1, 2, 3)$. Для їх розв'язання скористаємось числовим методом, який ґрунтується на заміні векторно-диференціальних співвідношень у рівняннях рівноваги і виразах для деформацій скінченно-різницевим аналогами у вузлах сіткової області (рис. 2). Отримана система лінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих скалярних величин $\overset{k}{u}_{\alpha,ij}$ розв'язується ітераційним методом Зейделя (блокових ітерацій).

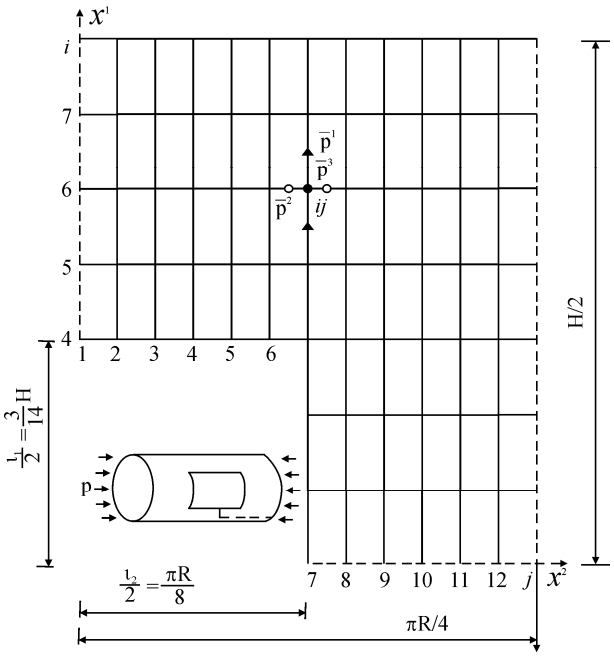


Рисунок 2 – Схема силового навантаження оболонки з прямокутним отвором

Дослідимо НДС під дією осьового стиску ортотропної кругової циліндричної оболонки з прямокутним отвором. Контур отвора вважаємо вільним від напружень. Серединну поверхню оболонки S покриваємо сітковою областю MO×NO (число вузлів уздовж осі Ox^1 приймаємо MO=8, а уздовж осі Ox^2 – N0=13). Уздовж штрихових ліній використовуємо симетрію щодо розподілу полів переміщень.

Зв'язок між декартовими координатами точок поверхонь S, S^+, S^- і криволінійними гаусовими координатами x^1, x^2 визначається рівняннями

$$S: x = R\cos x^2,\ y = R\sin x^2,\ z = x^1; \qquad (8)$$

$$S^{\pm}: x^{\pm} = (R \pm h)\cos x^2;\ y^{\pm} = (R \pm h)\sin x^2,\ z = x^1,$$

$$S^{\pm}: x^{\pm} = (R \pm h)\cos x^2;\ y^{\pm} = (R \pm h)\sin x^2,\ z = x^1.$$

Циліндричні координати r, φ, z поставлено у таку відповідність гаусовим: $x^1 \sim z, x^2 \sim \varphi$; $x^3 \sim r$.

На рисунках 3...7 прийнята така взаємна відповідність фізичних величин переміщень і напружень: $u_z \sim u_1$, $u_\varphi \sim u_2$, $u_r \sim u_3$, $\sigma_{zz} \sim p_{11}$, $\sigma_{\varphi\varphi} \sim p_{22}$. Розрахунки показали, що саме ці переміщення і напруженя є визначальними.

Для розрахунку параметрів НДС геометричні розміри порожнистого циліндра і отвора прийнято наступними: h=33,33 мм (h – напівтовщина); R=200 мм ($2h/R$=1/3); H/R=2,24; l_1/H=3/7; $l_2 / H = \pi / 4$. Пружні постійні ($c_{ij} = 9{,}81 \cdot 10^9\, \tilde{c}_{ij}$ Па) ізотропного та ортотропного (склопластик) матеріалів циліндра зведено до табл. 1.

Таблиця 1 – Пружні постійні ізотропного і ортотропних матеріалів

$\tilde{c}_{ij}$	Ізотропний матеріал	Склопластик	
		СТЕТ	АСТТ(σ)-C_2-O і ПН-3
$\tilde{c}_{11}$	1,35	1,15	0,60
$\tilde{c}_{12}$	0,58	0,31	0,11
$\tilde{c}_{13}$	0,58	0,47	0,23
$\tilde{c}_{22}$	1,35	0,98	0,43
$\tilde{c}_{23}$	0,58	0,43	0,15
$\tilde{c}_{33}$	1,35	0,63	0,14
$\tilde{c}_{44}$	0,39	0,63	0,24
$\tilde{c}_{55}$	0,39	0,66	0,24
$\tilde{c}_{66}$	0,39	0,76	0,28

Як прийнято [11], пружні постійні для склопластиків подаємо через технічні постійні. Так, ізотропному матеріалу відповідають технічні постійні $E = 9{,}81 \cdot 10^9$ Па, $\nu = 0{,}3$. На рисунках 3–5 штрихові лінії відповідають ізотропному матеріалу, а лінії 1,2 – ортотропному (склопластикам СТЕТ і АСТТ(σ)–C_2–О і ПН–3). При цьому на контурі переміщення u_z мають знак «–», а u_φ та u_r – знак «+».

На рис.3, *а* і *б*, показано розподіли переміщень на поверхні контуру отвору. Їх величина відкладалася у перпендикулярному напрямку від контуру. Розподіл напружень $\sigma_{\alpha\alpha} / p$ (рис. 4) показано на контурі отвору з боку зовнішньої поверхні при $\varphi = \pi / 8$. Максимальних значень концентрація напружень σ_{zz} / p досягає на контурі отвору в околі кутової точки. Кільцеві зусилля $\sigma_{\varphi\varphi} / p$ теж набувають максимальних значень на контурі отвору. Розподіл цих же зусиль показано на рис. 5 уздовж кільцевої координати φ з боку зовнішньої поверхні в перетині z=3/14H. Графіки розподілу переміщень і напружень в околі прямокутного отвору побудовані відповідно до схеми їхнього визначення в основних і допоміжних вузлах шаблона (рис. 2).

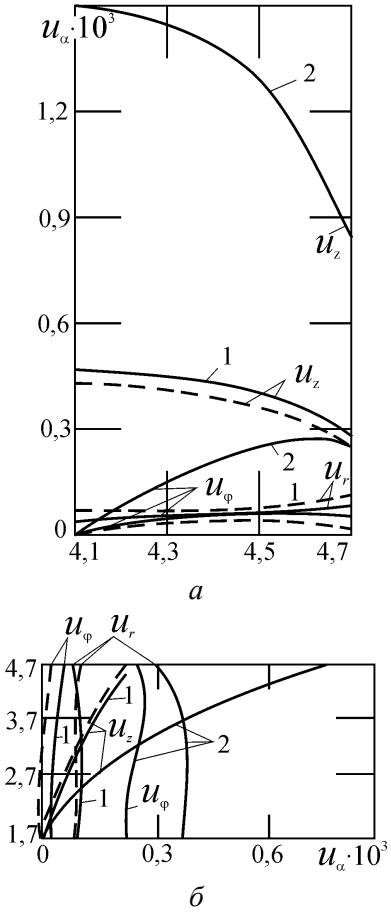


Рисунок 3 – Розподіл переміщень на контурі отвору на зовнішній поверхні

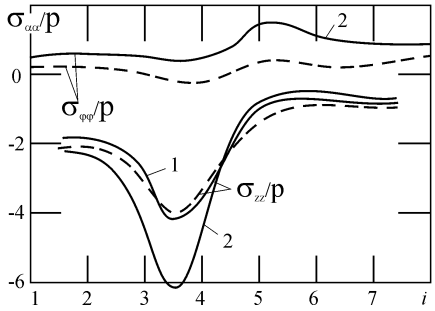


Рисунок 4 – Розподіл напружень на контурі отвору у перерізі φ= π/8 вздовж твірної

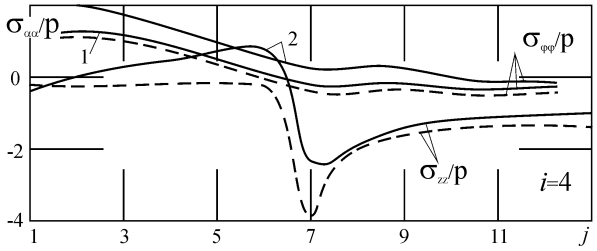


Рисунок 5 – Розподіл напружень на зовнішній поверхні вздовж кільцевої координати в перерізі *z*=3/14 H

На представлених графіках показано вплив ортотропії матеріалу порожнистого циліндра при осьовому стиску на величину переміщень і концентрацію напружень в околі прямого кута отвору. Якщо для склопластику СТЕТ ортотропія матеріалу незначно впливає на величину НДС у порівнянні з НДС ізотропного матеріалу (криві *1*), то у випадку зі склопластиком ПН–3 і АСТТ(σ)–C_2–O її вплив істотний (криві *2*).

Експериментальні дослідження концентрації напружень

Для порівняння числових розрахунків НДС з експериментальними даними, які будуть отримані методом фотопружності, розглянемо циліндричну оболонку з прямокутним отвором (рис.6). Для отримання рівномірного зусилля по колу стінки циліндра його піддавали осьовому стиску. Отримані параметри НДС для випадку розтягу матимуть протилежні знаки при ідентичних абсолютних значеннях.

Числові розрахунки ґрунтуються на застосуванні скінченно-різницевого методу для апроксимації векторно-диференціальних рівнянь рівноваги (2) та співвідношень (4)-(5) для визначення компонентів тензора деформацій через вектор переміщень відповідно до шаблону на рис. 2.

ISSN 1993–9973 print
ISSN 2415–332X online

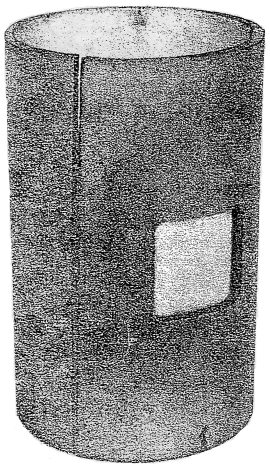


Рисунок 6 – Експериментальна модель циліндричної оболонки з прямокутним отвором

Для дослідження концентрації напружень при осьовому стиску в ортотропних оболонках з прямокутним отвором, вільним від зусиль, виконано числові розрахунки для оболонок таких геометричних розмірів: $h=1$ см – напівтовщина; $R=6,4$ см $(2h/R=1/3)$; $L=20$ см. Геометричні розміри прямокутного отвору прийняті у таких варіантах – варіант I: кут розхилу $\varphi=\pi/3$; висота отвору $l=4$ см; варіант II: $\varphi=2\pi/3$; $l=8$ см. Пружні постійні ортотропного матеріалу оболонки приймались такими; $c_{ij}=9,81\cdot10^9\tilde{c}_{ij}$ Па; $\tilde{c}_{11}=5,77$; $\tilde{c}_{12}=\tilde{c}_{13}=1,26$; $\tilde{c}_{22}=3,36$; $\tilde{c}_{13}=1,30$; $\tilde{c}_{33}=3,36$; $\tilde{c}_{44}=\tilde{c}_{66}=1,20$; $\tilde{c}_{55}=1,13$. Матеріал ізотропної оболонки (варіант III) прийнято з пружними характеристиками $E=9,81\cdot10^9$ Па, $\nu=0,3$; при цьому геометричні розміри оболонки і отвору відповідають варіанту I.

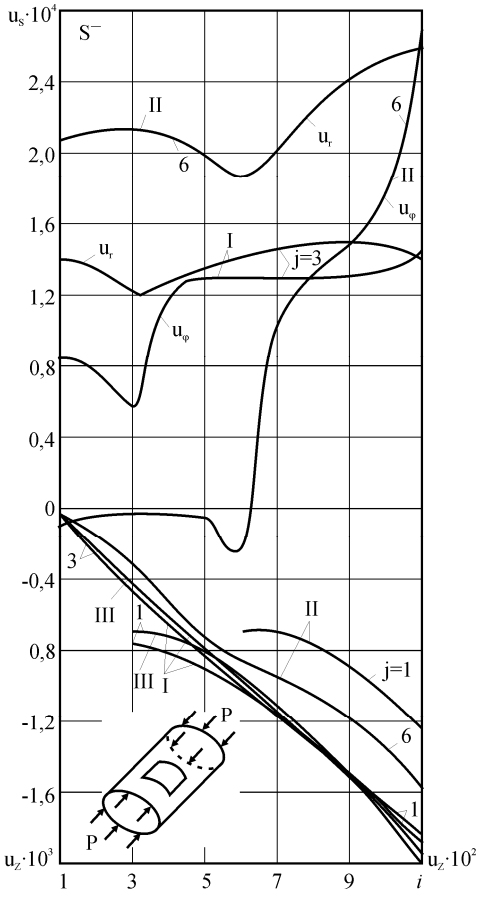
Симетрія силових навантажень і геометрії поверхні оболонки з отвором дозволяють виконати розрахунки для одного із сегментів, що становить її 1/8 частину. Число вузлів сіткової області фрагмента оболонки уздовж осей координат x^1 ~ 1, 2, 3,... (MO – осьова координата Z) та x^2 ~ 1, 2, 3,... (NO – кутова координата φ) покладалося відповідно $MO=11$, $NO=7$. При цьому x^3 ~ r – радіальна координата циліндричної системи r, φ, z. Кількість поліномів Лежандра, збережених в рядах (1), вибрана рівною $N=2$ $(k=0,1,2)$ Збіжність ітераційного процесу розв'язання алгебраїчної системи рівнянь щодо моментів переміщень $\overset{k}{u}_{\alpha,ij}$ $(\alpha=1,\ 2,\ 3)$ із необхідною точністю $\varepsilon=10^{-4}$ забезпечувалось при числі ітерацій $s=3$.

Розподіл переміщень на внутрішній поверхні S^- циліндричної оболонки з отвором в найбільш характерних перетинах по кутовій координаті φ $(\varphi=0,\pi/6,\pi/3$ ~ $j=1,3,6)$ залежно від зміни осьової координати z показано на рис. 7*а*. При цьому наявність прямокутного отвору впливає на характер розподілу колового і радіального переміщень. Їхня величина на порядок нижча величини осьового переміщення u_z. Результати досліджень показують, що на величину осьового переміщення значно впливає розмір прямокутного отвору. При збільшенні кута розхилу і висоти отвору удвічі осьове переміщення u_z збільшується на порядок порівняно з варіантом I.

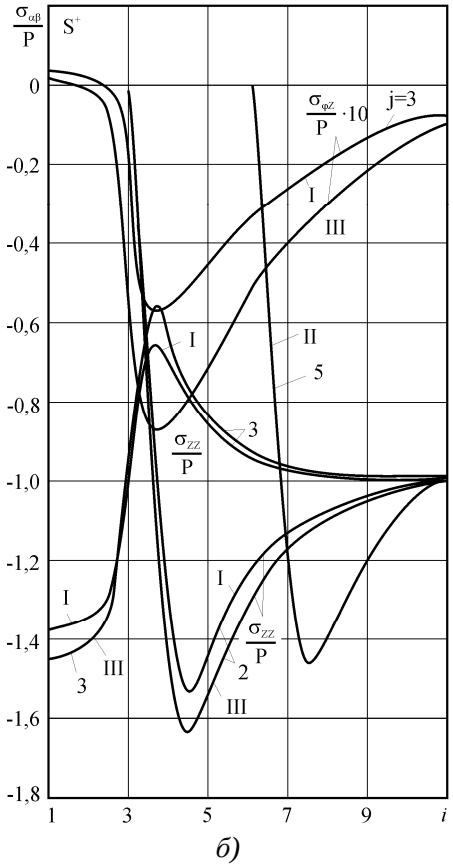
На рис. 7*б* відображено розподіл осьового σ_{zz}/p і дотичного $\sigma_{\varphi z}/p$ напружень за координатою z для різних кутових перетинів оболонки. Визначальним у цьому випадку є осьове напруження σ_{zz}/p, яке на порядок вище за значення інших складових компонент напруженого стану. Концентрація напружень має місце в околі кутової точки отвору. Величина напружень залежить від пружних постійних матеріалу оболонки (варіанти I – ортотропний; III – ізотропний).

Числові розрахунки НДС циліндричних оболонок із прямокутними отворами доповнені експериментальними даними, що отримані методом фотопружності шляхом «заморожування деформацій» [12]. З цією метою була виготовлена циліндрична оболонка з прямокутним отвором по центру твірної. Оболонка виготовлена з оптично чутливого матеріалу ЕД-16М, оптико-механічні характеристики якого за температури заморожування $(T_3=120^\circ C)$ наступні: відносний оптичний коефіцієнт $C=15\cdot10^{-4}$ МПа$^{-1}$, модуль пружності E = 26,5 МПа, коефіцієнт Пуассона $\nu=0,4$. Геометричні розміри оболонки і отвору такі: $L=10$ см – висота оболонки; $R=3,2$ см – радіус серединної поверхні оболонки; $l=2$ см – висота отвору; $\varphi=\pi/3$ – кут розхилу отвору; $r=0,3$ см – радіус заокруглення отвору в кутовій точці. На торцях оболонка навантажувалася зусиллям величиною $P=441H$. У числових розрахунках прийнято $\nu=0,45$.

В табл. 2 наведено експериментальні результати і числові значення коефіцієнта концентрації напружень σ_{zz}/p в характерних точках контура отвору. які належать лініям поверхні отвору T_1 і T_2. Лінія T_1 – середина отвору утворена перетинами площин $\varphi=\pi/6$, $z=0$, а T_2 – кутова лінія при перетинанні $\varphi=\pi/6$ s $z=1$. Перетинаючи



а)



б)

Рисунок 7 – Розподіл переміщень (*а*) та концентрація напружень (*б*) в циліндричній оболонці з прямокутним отвором

Таблиця 2 – Порівняння розрахункових і експериментальних значень коефіцієнтів концентрації напружень

Номер зрізу	T_1			T_2		
	експеримент	розрахунок	Δ, %	експеримент	розрахунок	Δ, %
1	2,50	2,45	2,0	3,66	3,54	3,4
2	2,43	2,33	4,3	3,58	3,34	7,2
3	2,40	2,24	7,1	3,50	3,18	10,1

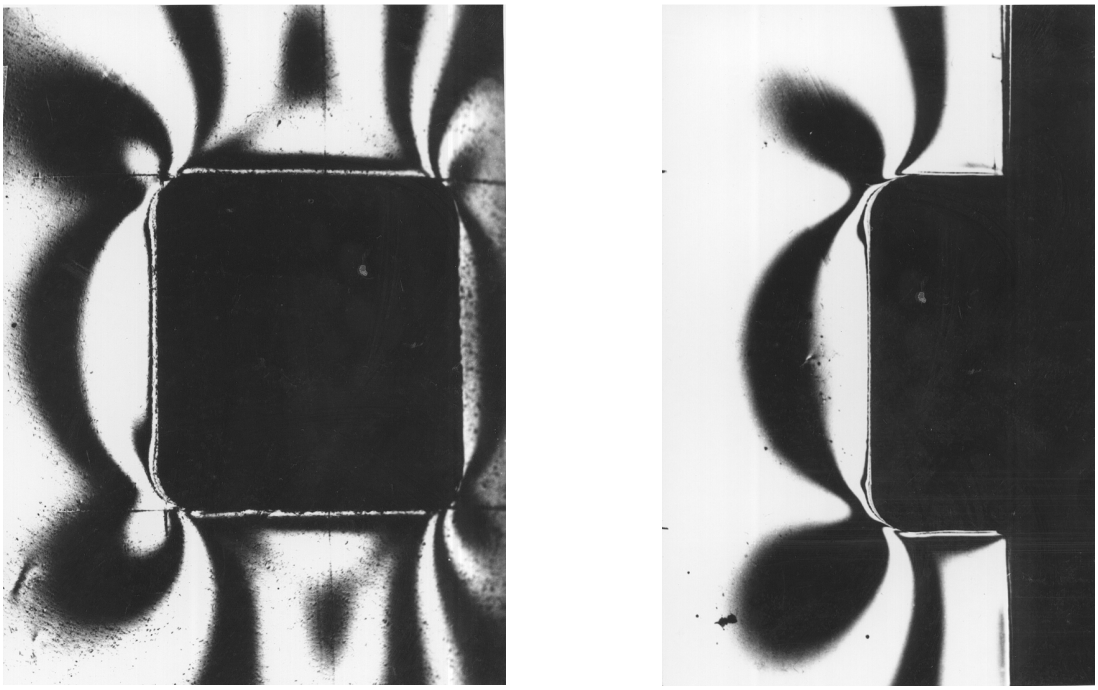
лінії T_1 й T_2 поверхнями $r_{\text{внут}} = 2,7$, $r_c = 3,2$, $r_{\text{внеш}} = 3,7$, одержуємо відповідно точки 1, 2, 3, що належать до зрізів із експерименту.

Як бачимо, незначне процентне відхилення числового розв'язку від даних експеримента свідчить про прийнятну точність при визначенні коефіцієнтів концентрації напружень у циліндричних оболонках середньої товщини із прямокутними отворами при осьовому стиску-розтягу з використанням співвідношень теорії нетонких оболонок.

Експериментальні результати розподілу напружень навколо прямокутного отвору, отримані методом фотопружності, показані на рис. 8 *а* і *б*. Після "заморожування" моделі були розрізані вздовж твірних на дві половинки так, щоб можна було провести наскрізне просвічування оболонки для фотографування картин смуг на поляризаційних установках "Меорta" і КСР-6. На рис. 8 *а* показана картина смуг, отримана в круговому полярископі натрієвим джерелом світла при просвітлюванні моделі перпендикулярно до площини отвору, а на рис. 8 *б* – паралельно до горизонтальної сторони отвору.

Висновки

1. Для розрахунку НДС обсадної колони з концентраторами напружень у вигляді наскрізних отворів розроблено алгоритми на основі векторного представлення рівнянь і співвідношень узагальненої теорії нетонких оболонок, віднесених до довільної криволінійної системи координат, із застосуванням скінченно-різницевої схеми апроксимації згідно з методом криволінійних сіток, які реалізовані на ЕОМ у вигляді пакета програм. При цьому скінченно-різницеві схеми апроксимації вектора переміщень враховують "жорсткі переміщення" оболонки, що дозволило підвищити точність числових результатів визначення компонент НДС при незначній кількості (малому числі) вузлових точок сіткової області.



а) *б)*

Рисунок 8 – Картина поляризаційних смуг напружень у стінках циліндричних оболонок з прямокутним отвором, отримана методом фотопружності

2. На основі аналітичних розрахунків показано залежність величини концентрації напружень від розміру прямокутного отвору циліндричної оболонки при осьовому розтягу-стиску. Зі збільшенням кута розхилу і висоти отвору удвічі осьові переміщення збільшуються на контурі отвору у 2 рази. Їх величина на порядок вища за інші складові компоненти вектора переміщень, а величина максимальних осьових напружень в околі кутових точок отвору зростає приблизно на 11 %. Встановлено, що істотний вплив на концентрацію напружень мають пружні властивості оболонки. Незважаючи на збільшення розмірів отвору в ортотропній циліндричній оболонці у 2 рази порівняно з отвором в ізотропній, виявлено зменшення величини концентрації напружень на 12 % на відміну від ізотропного матеріалу для оболонки із меншим отвором.

3. Проведені теоретико-експериментальні дослідження величин концентрації напружень при осьовому розтягу-стиску ізотропної циліндричної оболонки з прямокутним отвором за теорією нетонких оболонок і способом "заморожування деформацій" виявили, що числові й експериментальні дані концентрації максимальних осьових напружень виникають на контурі отвору, а похибка між ними не перевищує 10 %.

4. Експериментальні дослідження концентрації напружень, проведені методом фотопружності на моделях циліндричних нетонких оболонок з прямокутним отвором при осевому стиску залежно від параметра товщини $2h/R$ ($2h$ – товщина, R – радіус серединної поверхні) підтвердили зростання напружень у кутовій зоні в 2,5...3,5 разів при збільшенні товщини і кута розхилу отвору. Для оболонок товщиною $2h/R \le 1/10$ і квадратним отвором експериментально визначені величини коефіцієнтів концентрації напружень відрізняються на 8 % від розраховаих за формулами, отриманими за теорією тонких оболонок. Порівняння експериментальних і числових даних для нетонких оболонок ($2h/R > 1/10$) вказує на задовільну їх різницю – у межах 6...17 %.

5. Виконані розрахунки та отримані числові дані про величину концентрації напружень у товстостінних циліндричних оболонках з прямокутним отвором, вільним від напружень, під дією осьової сили дозволили встановити вплив ортотропних пружних постійних на концентрацію напружень в околі отвору. Залежно від значень пружних постійних величина коефіцієнтів концентрації для осьових напружень становить 4,6 та 1,5 – для кільцевих.

Література

1. Гильязов Р.М. Бурение нефтяных скважин с боковыми стволами. М.: Недра–Бизнесцентр, 2002. 255 с.

2. Крылов В.Н., Оганов А.С. Проектирование дополнительного наклонно-направленного и горизонтального ствола из эксплуатационной колонны бездействующей скважины. М.: Нефть и газ, 2002. 102 с.

3. Шенбергер В.М., Зозуля Г.П., Гейхман М.Г. Техника и технология строительства боковых стволов в нефтяных и газовых скважинах. Тюмень: Тюм. ГНТУ, 2006. 573 с.

4. Лігоцький М. Шляхи оптимізації процесу забурювання додаткових стволів в експлуатаційній колоні. *Нафтова і газова промисловість*. 1997. № 3. С. 17-18.

5. Лігоцький М.В. Вдосконалення технології забурювання додаткових стволів в експлуатаційній колоні. *Нафта і газ України: Збірник наукових праць*: матеріали 5-ї міжнародної конференції «Нафта-газ України – 98», Полтава, 15-17 вересня 1998 р. Т. 2. Полтава: УНГА, 1998. С. 110-111.

6. Воєвідко І.В., Курташ Т.С. Геометричні параметри вікна в обсадній колоні свердловини та специфіка проходження в ньому труб при бурінні бічних стовбурів у свердловині. *Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ*. 2010. № 4. С. 59-63.

7. Voevidko I.V. Sidetrack in well casing. *Oil & gas industry of Ukraine*. 2013. № 2. С. 23-26.

8. Воєвідко І.В., Чудик І.І. Аналіз напруженого стану обважнених бурильних труб в процесі забурювання бічного стовбура в обсадній колоні свердловини. *Нафтогазова галузь України*. 2016. № 1. С. 35-37.

9. Хома И.Ю. Обобщенная теория анизотропных оболочек. Киев: Наукова думка, 1986. 170 с.

10. Немиш Ю.Н., Хома И.Ю., Чернописький Д.И., Крижанивский Е.И. О пространственном упругом равновесии изотропной цилиндрической оболочки переменной толщины. *Прикладная механика*. 1990. Т. 26. № 12. С. 7–15.

11. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука, 1977. 415 с.

12. Александров А.Я., Ахметзянов М.Х. Поляризационно-оптические методы механики деформируемого тела. Москва: Наука, 1973. 576 с.

References

1. Hiliazov R.M. Bureniye neftianykh skvazhyn s bokovymi stvolami. M.: Nedra–Biznestsentr, 2002. 255 p.

2. Krylov V.N., Oganov A.S. Projektirovaniye dopolnitelnogo naklonno-napravlennogo i gorizontalnogo stvola iz ekspluatatsionnoi kolonny bezdeistvuyushchei skvazhyny. M.: Neft i gaz, 2002. 102 p.

3. Shenberger V.M., Zozulia G.P., Geikhman M.G. Tekhnika i tekhnologia stroitelstva bokovykh stvolov v neftianykh i gazovykh skvazhynakh. Tiumen: Tium. GNTU, 2006. 573 p.

4. Lihotskyi M. Shliakhy optymizatsii protsesu zaburiuvannia dodatkovykh stvoliv v ekspluatatsiinii koloni. *Naftova i hazova promyslovist*. 1997. No 3. P. 17-18.

5. Lihotskyi M.V. Vdoskonalennia tekhnolohii zaburiuvannia dodatkovykh stvoliv v ekspluatatsiinii koloni. *Nafta i haz Ukrainy: Zbirnyk naukovykh prats*: materialy 5-i mizhnarodnoi konferentsii «Nafta-haz Ukrainy – 98», Poltava, 15-17 veresnia 1998 r. Vol. 2. Poltava: UNHA, 1998. P. 110-111.

6. Voievidko I.V., Kurtash T.S. Heometrychni parametry vikna v obsadnii koloni sverdlovyny ta spetsyfika prokhodzhennia v niomu trub pry burinni bichnykh stovburiv u sverdlovyni. *Rozvidka ta rozrobka naftovykh i hazovykh rodovyshch*. 2010. No 4. P. 59-63.

7. Voevidko I.V. Sidetrack in well casing. *Oil & gas industry of Ukraine*. 2013. No 2. P. 23-26.

8. Voievidko I.V., Chudyk I.I. Analiz napruzhenoho stanu obvazhnenykh burylnykh trub v protsesi zaburiuvannia bichnoho stovbura v obsadnii koloni sverdlovyny. *Naftohazova haluz Ukrainy*. 2016. No 1. P. 35-37.

9. Khoma I.Yu. Obobshchennaia teoriya anizotropnykh obolochek. Kyiv: Naukova dumka, 1986. 170 p.

10. Nemysh Yu.N., Khoma I.Yu., Chernopyskii D.H., Kryzhanivskyi E.I. O prostranstvennom upruhom ravnovesii izotropnoi tsylindricheskoi obolochki peremennoi tolshchiny. *Prikladnaia mekhanika*. 1990. Vol. 26. No 12. P. 7-15.

11. Lekhnitskyi S.H. Teoriia upruhosti anizotropnoho tela. M.: Nauka, 1977. 415 p.

12. Aleksandrov A.Ya., Akhmetzianov M.Kh. Poliarizatsionno-opticheskie metody mekhaniki deformiruiemoho tela. Moskva: Nauka, 1973. 576 p.