

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАБОТЫ АДАПТИВНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ ПРИ НАЛИЧИИ КОРРЕЛИРОВАННОЙ С СИГНАЛОМ ПОМЕХИ

### Введение

В последние несколько десятилетий адаптивные антенные решетки (ААР) широко применяются в радиолокации, радио- и подводной (акустической) связи, пассивной гидроакустической локации, воздушной акустике, медицине и ряде других областей. Теория ААР детально разработана, а также предложено большое количество эффективных алгоритмов синтеза ААР различного типа [1 – 3]. Как правило, в работах, посвященных исследованию эффективности работы ААР, предполагается некоррелированность помехи с сигналом. Однако наиболее неприятными с точки зрения подавления полезного сигнала радиоэлектронных систем являются помехи, коррелированные с сигналом [4]. Поэтому задача синтеза и анализа эффективности работы ААР при воздействии на нее коррелированной с сигналом помехи представляется актуальной.

Для поиска оптимального вектора весовых коэффициентов чаще всего используются такие критерии эффективности, как: минимум среднеквадратичной ошибки, максимум отношения средней мощности сигнала к средней мощности помехи, максимуму функции правдоподобности, минимум дисперсии шума. При использовании любого из этих критериев основная сложность ложится на обращение корреляционной матрицы (КМ) входного процесса в приемных каналах антенны.

Цель работы – задача максимизации выходной мощности ААР при нормированных весовых коэффициентах в условиях воздействия на сигнал корреляционной помехи.

### Постановка и решение задачи

Рассмотрим линейную эквидистантную адаптивную антенную решетку (ЛЭААР), состоящую из  $N$  изотропных элементов. Считаем, что пространственная и временная структуры сигналов антенны разделяются.

Вектор-столбец комплексной огибающей волны  $\vec{X}^T(t)$  на выходе приемных элементов решетки представляет собой аддитивную смесь полезного, помехового и шумового сигналов:

$$\vec{X}^T(t) = \dot{x}_c(t) \cdot \vec{V}_c^T + \dot{x}_n(t) \cdot \vec{V}_n^T + \vec{X}_u^T(t), \quad (1)$$

где  $\vec{V}_c^T$ ,  $\vec{V}_n^T$  – соответственно вектор-столбцы фазового набега полезного и помехового сигналов, обусловленные геометрией расположения элементов антенны;  $T$  – знак транспонирования.

Будем далее считать, что на вход ЛЭААР, работающей в узкополосном режиме, поступает эргодический случайный процесс с коррелированной с сигналом помехой. В этом случае комплексную огибающую помехового сигнала можно представить как линейную комбинацию сигнала  $\dot{x}_c(t)$  и некоррелированную помеховую составляющую  $\dot{x}_n''(t)$  [5]:

$$\dot{x}_n(t) = \rho \sqrt{\frac{P_n}{P_c}} \dot{x}_c(t) + \dot{x}_n''(t). \quad (2)$$

Здесь  $\dot{\rho} = \frac{\dot{x}_n(t) \cdot \dot{x}_c^*(t)}{\sqrt{P_n \cdot P_c}}$  – комплексный коэффициент корреляции; черта означает усреднение;

\* – знак комплексного сопряжения;  $P_n, P_c$  – средние мощности помехи и сигнала.

Используя соотношения (1), (2) и введя корреляционный вектор

$$\vec{V}_\kappa^T = \vec{V}_c^T + \dot{\rho} \sqrt{\frac{P_n}{P_c}} \vec{V}_n^T,$$

вектор комплексной огибающей можно представить следующим образом:

$$\vec{X}^T(t) = \dot{x}_c(t) \cdot \vec{V}_\kappa^T + \dot{x}_n(t) \cdot \vec{V}_n^T + \vec{X}_{ш}^T(t).$$

При проведении исследования влияния коэффициента корреляции  $\dot{\rho}$  на эффективную работу оптимальной адаптивной антенны по критерию максимума выходной мощности полезного сигнала удобно рассматривать выходной сигнал  $y(t)$ , как скалярное произведение в  $N$ -мерном комплексном унитарном пространстве:

$$y(t) = (\vec{X}(t), \vec{W}) = \dot{x}_c(t) (\vec{V}_\kappa, \vec{W}) + \dot{x}_n(t) (\vec{V}_n, \vec{W}) + (\vec{X}_{ш}, \vec{W}), \quad (3)$$

где  $\vec{W} = (w_1, w_2, \dots, w_N)$  – вектор весовых коэффициентов (ВВК).

В силу представления (3) сигнала  $y(t)$  и некоррелированности всех составляющих правой части равенства (3) мощность на выходе антенной решетки  $P_{вых}$  можно записать как сумму мощностей:

$$P_{вых} = P_{вых}^c + P_{вых}^n + P_{ш}.$$

Здесь  $P_{вых}^c = P_c |(\vec{V}_\kappa, \vec{W})|^2$  – мощность выходного сигнала;  $P_{вых}^n = P_n |(\vec{V}_n, \vec{W})|^2$  – мощность помехи на выходе антенны;  $P_{ш} = \sigma_{ш}^2 |(\vec{W}, \vec{W})|^2$  – выходная мощность собственного шума;  $\sigma_{ш}^2$  – суммарная мощность шумов каналов решетки.

Путем вариации весовых коэффициентов из задачи максимизации выходной мощности сигнала

$$\max_{\vec{W}} \Rightarrow P_{вых}^c = P_c |(\vec{V}_\kappa, \vec{W})|^2 \quad (4)$$

определим оптимальный по выбранному критерию ВВК.

Максимум квадрата модуля скалярного произведения достигается только в том случае, когда вектора скалярного произведения в (4)  $\vec{V}_\kappa$  и  $\vec{W}$  коллинеарные. Таким образом, с точностью до постоянного множителя максимальная мощность будет достигнута, если ВВК  $\vec{W} = \vec{V}_\kappa$ . Проведя нормировку весовых коэффициентов ( $\|\vec{W}\|^2 = (\vec{W}, \vec{W}) = 1$ ), получаем максимальную мощность на выходе антенны  $\bar{P}_c$  в виде

$$\bar{P}_c = P_c (\vec{V}_\kappa, \vec{V}_\kappa). \quad (5)$$

Расположим линейную эквидистантную решетку вдоль оси OZ прямоугольной системы координат (см. рис.1). Пусть  $\dot{\rho} = \dot{\rho} \sqrt{\frac{P_c}{P_n}}$ , тогда корреляционный вектор принимает вид

$$\vec{V}_K = \left( e^{i2\pi\frac{d}{\lambda}\cos\theta_c} + \dot{\rho} \cdot e^{i2\pi\frac{d}{\lambda}\cos\theta_n}; e^{i4\pi\frac{d}{\lambda}\cos\theta_c} + \dot{\rho} \cdot e^{i4\pi\frac{d}{\lambda}\cos\theta_n}; \dots; e^{i2N\pi\frac{d}{\lambda}\cos\theta_c} + \dot{\rho} \cdot e^{i2N\pi\frac{d}{\lambda}\cos\theta_n} \right)$$

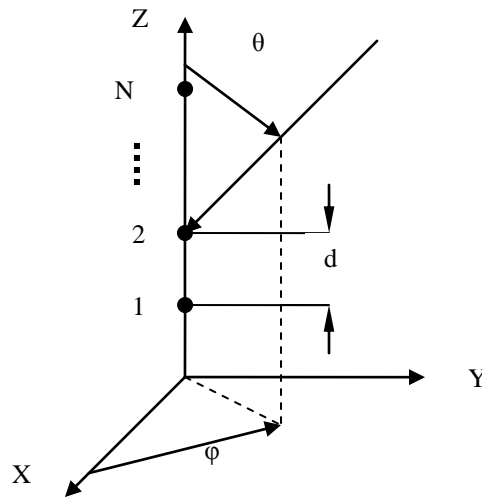


Рис. 1. Геометрия линейной антенной решетки

Здесь  $\frac{d}{\lambda}$  – шаг решетки ( $\lambda$  – длина волны);  $\theta_{c(n)}$  – угол, образованный линейкой антенны и падающим лучом сигнала (помехи). Теперь преобразуем правую часть равенства (5) к виду, удобному для анализа зависимости оптимальной выходной мощности  $\bar{P}_c$  от амплитуды и фазы коэффициента корреляции  $\dot{\rho} = |\dot{\rho}|e^{i\varphi}$ . Для этого, введя обобщенный параметр  $a = 2\pi\frac{d}{\lambda}(\cos\theta_c - \cos\theta_n)$ , распишем скалярное произведение правой части (5):

$$\begin{aligned} \bar{P}_c &= P_c \left\{ \sum_{m=1}^N \left| e^{i2\pi\frac{d}{\lambda}m\cos\theta_c} + |\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_n}{P_c}} e^{i(2\pi\frac{d}{\lambda}m\cos\theta_n + \varphi)} \right|^2 \right\} = \\ &= \left| a = 2\pi\frac{d}{\lambda}(\cos\theta_c - \cos\theta_n) \right| = \\ &= N \left( P_c + |\dot{\rho}|^2 P_n \right) + 2|\dot{\rho}| \sqrt{P_c P_n} \sum_{m=1}^N \cos(ma - \varphi). \end{aligned}$$

Нормируем максимальную выходную мощность  $\bar{P}_c$ , разделив последнюю на мощность помехи  $P_n$ , и рассмотрим, таким образом, относительную энергетическую характеристику эффективной работы адаптивной антенной решетки  $G(|\dot{\rho}|, \varphi)$  – отношение сигнал/помеха (с/п):

$$G(|\dot{\rho}|, \varphi) = \frac{\bar{P}_c}{P_n} = N \left( \frac{P_c}{P_n} + |\dot{\rho}|^2 \right) + 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \sum_{m=1}^N \cos(ma - \varphi).$$

Так как для обобщенного параметра  $a \neq 2\pi n$ ,  $n \in Z$  сумма в правой части последнего равенства сворачивается:

$$\sum_{m=1}^N \cos(ma - \varphi) = \cos \left[ (N+1) \frac{a}{2} \right] \frac{\sin N \frac{a}{2}}{\sin \frac{a}{2}},$$

то максимальное значение отношения с/п принимает вид

$$G(|\dot{\rho}|, \varphi) = N \left( \frac{P_c}{P_n} + |\dot{\rho}|^2 \right) + 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \cos \left[ (N+1) \frac{a}{2} - \varphi \right] \frac{\sin N \frac{a}{2}}{\sin \frac{a}{2}}. \quad (6)$$

Полученная формула (6) полностью описывает сложную интерференционную картину, возникающую на выходе оптимальной ЛЭААР в случае наличия корреляционной связи между сигналом и помехой. Кроме того, правая часть равенства (6) показывает, что вся динамика влияния на выходной сигнал адаптивной антенны интерференции полей сигнала и помехи может быть исследована с помощью обобщенного параметра  $a = 2\pi \frac{d}{\lambda} (\cos \theta_c - \cos \theta_n)$  ( $a \in [0; 4\pi \frac{d}{\lambda}]$ ), связывающем углы прихода на элементы антенны лучей сигнала и помехи, а также шага решетки. Так при совпадении направлений прихода сигнала и помехи обобщенный параметр  $a = 0$  и значение отношения с/п принимает вид:

$$G(|\dot{\rho}|, \varphi) = N \left( \frac{P_c}{P_n} + |\dot{\rho}|^2 + 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \cos \varphi \right). \quad (7)$$

А это значит, что при синфазном сложении полей сигнала и помехи отношение с/п увеличивается на величину  $2N|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}}$ , а при противофазном уменьшается на эту же величину.

Если обобщенный параметр  $a$  принимает значение  $\pi$ , то эффективность антенны при четном количестве элементов антенной решетки ( $N = 2M$ ) не зависит от фазы коэффициента корреляции:

$$G(|\dot{\rho}|, \varphi) = 2M \left( \frac{P_c}{P_n} + |\dot{\rho}|^2 \right)$$

и при слабой корреляции ( $|\dot{\rho}| \ll 1$ ) практически не зависит и от модуля коэффициента корреляции. В то время как при нечетном количестве ( $N = 2M + 1$ ) картина резко меняется – эффективность работы антенны становится линейной функцией от модуля коэффициента корреляции:

$$G(|\dot{\rho}|, \varphi) = (2M + 1) \left( \frac{P_c}{P_n} + |\dot{\rho}|^2 \right) - 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \cos \varphi.$$

Как с теоретической, так и практической стороны представляет интерес получение значений нижних и верхних границ максимального значения отношения с/п при наличии корреляционной связи между сигналом и помехой. Так как в отсутствие корреляции ( $\dot{\rho} = 0$ ) максимальное отношение с/п определяется величиной  $N \frac{P_c}{P_n}$ , то для этого достаточно сделать оценки добавки

$$\Delta G(|\dot{\rho}|, \varphi) = N|\dot{\rho}|^2 + 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \cos \left[ (N+1) \frac{a}{2} - \varphi \right] \frac{\sin N \frac{a}{2}}{\sin \frac{a}{2}},$$

вызванной интерференционным явлением. Определим верхнюю границу этой добавки

$$\begin{aligned} \Delta G(|\dot{\rho}|, \varphi) &\leq N|\dot{\rho}|^2 + 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \left| \cos \left[ (N+1) \frac{a}{2} - \varphi \right] \frac{\sin N \frac{a}{2}}{\sin \frac{a}{2}} \right| \leq \\ &\leq N \left( |\dot{\rho}|^2 + 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Как следует из соотношения (6), верхняя оценка достигается при совпадении направлений прихода сигнала и синфазной помехи. Приведем теперь и нижнюю оценку:

$$\begin{aligned} G(|\dot{\rho}|, \varphi) &= N \left( \frac{P_c}{P_n} + |\dot{\rho}|^2 \right) + 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \cos \left[ (N+1) \frac{a}{2} - \varphi \right] \frac{\sin N \frac{a}{2}}{\sin \frac{a}{2}} \geq \\ &\geq N \left( |\dot{\rho}|^2 \frac{P_c}{P_n} - 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Нижняя оценка также достигается при совпадений направлений прихода сигнала и противофазной помехи. Следовательно, оптимальное значения отношения с/п при любом значении обобщенного параметра  $a \in \left[ 0; 4\pi \frac{d}{\lambda} \right]$  всегда находится в интервале:

$$N \left( \frac{P_c}{P_n} + |\dot{\rho}|^2 - 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \right) \leq G(|\dot{\rho}|, \varphi) \leq N \left( \frac{P_c}{P_n} + |\dot{\rho}|^2 + 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \right).$$

Из полученных оценок (8) и (9) видно, что предельные значения оптимального значения отношения с/п не зависят от фазы коэффициента корреляции, а зависят только от его модуля. В связи с тем, что

$$|\dot{\rho}|^2 - 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} = |\dot{\rho}| \left( |\dot{\rho}| - 2\sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \right) \leq 0, \quad \left( \frac{P_c}{P_n} > 1, |\dot{\rho}| \in [0; 1] \right),$$

то при соответствующем наложении полей сигнала и помехи оптимальная величина с/п может по отношению к максимальному значению с/п в отсутствие корреляции не только возрастать на величину  $N \left( |\dot{\rho}|^2 + 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \right)$ , но и убывать на величину  $N \left( |\dot{\rho}|^2 - 2|\dot{\rho}| \sqrt{\frac{P_c}{P_n}} \right)$ .

### Численные исследования

Проведем более детальное исследование выходного сигнала с помощью диаграммы направленности антенной решетки, в качестве параметров выбрав: число элементов  $N$ , шаг решетки  $d/\lambda$  и модуль коэффициента корреляции  $|\dot{\rho}|$ .

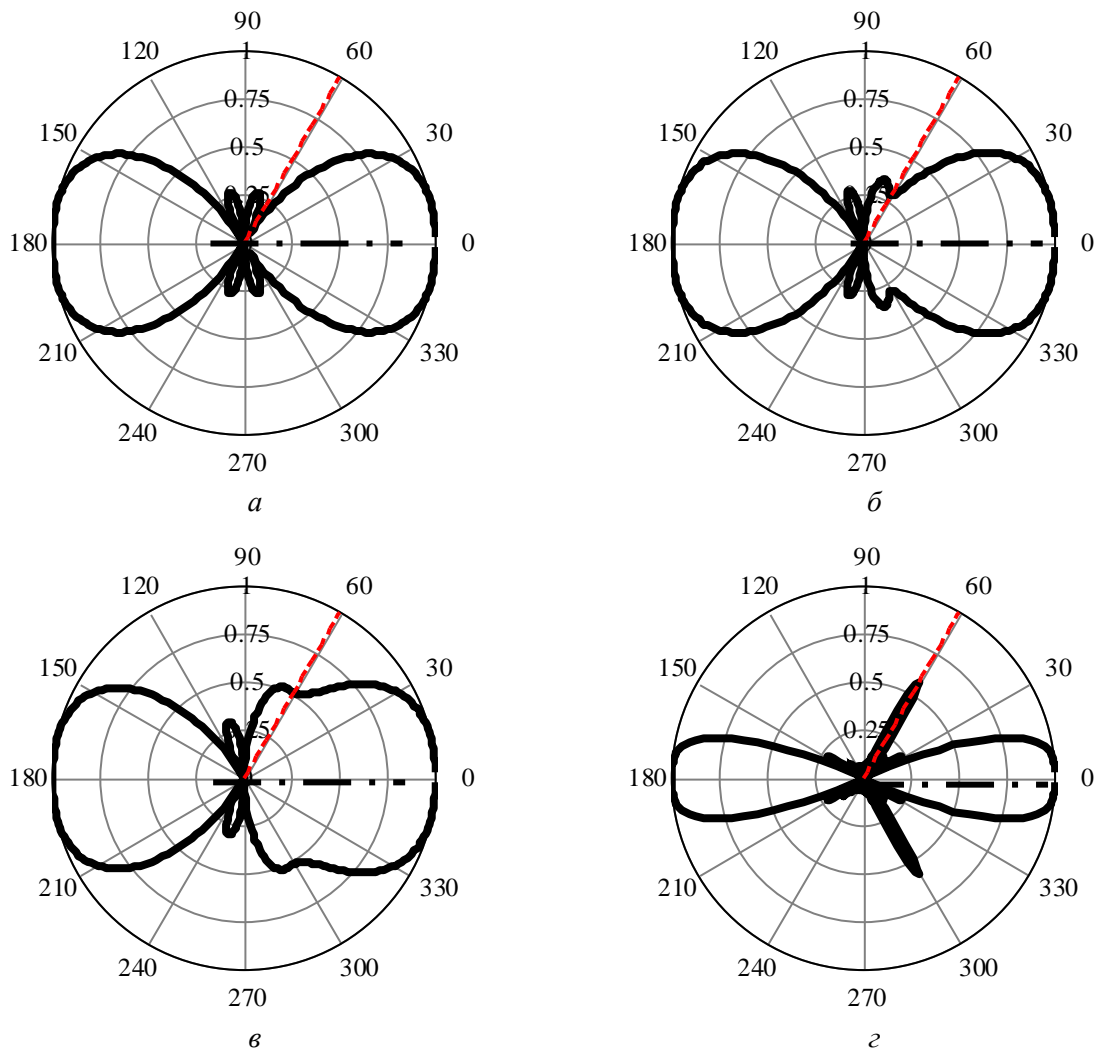


Рис.2. Диаграмма направленности антенной решетки: - . - . - - направление прихода сигнала; - - - - - направление прихода помехи

На рис. 2, а, б, в представлены диаграммы направленности (ДН) по полю оптимальной ЛЭААР для числа элементов решетки  $N = 4$ , шага решетки  $d / \lambda = 0,5$ , отношения сигнал/помеха на входе антенны  $P_c / P_n = 3$ , фазы коэффициента корреляции  $\varphi = \pi / 4$  и соответственно модуля коэффициента корреляции: а)  $|\rho| = 0,1$ ; б)  $|\rho| = 0,5$ ; в)  $|\rho| = 0,9$ . Как видно из представленных графиков ДН, с ростом корреляционной зависимости между сигналом и помехой происходит деформация главного лепестка с перекачкой мощности сигнала боковых лепестков в направление прихода помехи. С увеличением количества элементов решетки (рис.2г,  $N=20$ ) при сильной корреляции ( $|\rho| = 0,9$ ) происходит сужение главных лепестков ДН в направлении прихода помехи одновременно с формированием большого бокового лепестка в направлении прихода помехи. При этом, как показали дальнейшие расчеты, с увеличением  $N$  уровень бокового лепестка неуклонно возрастает. А это значит, что с увеличением числа элементов при наличии корреляции эффективность оптимальной ЛЭААР падает и при значительной корреляции работа антенны становится мало эффективной.

На рис. 3 представлена общая картина зависимости оптимального значения сигнал/помеха от обобщенного параметра  $\alpha$  и фазы коэффициента корреляции  $\rho$ .

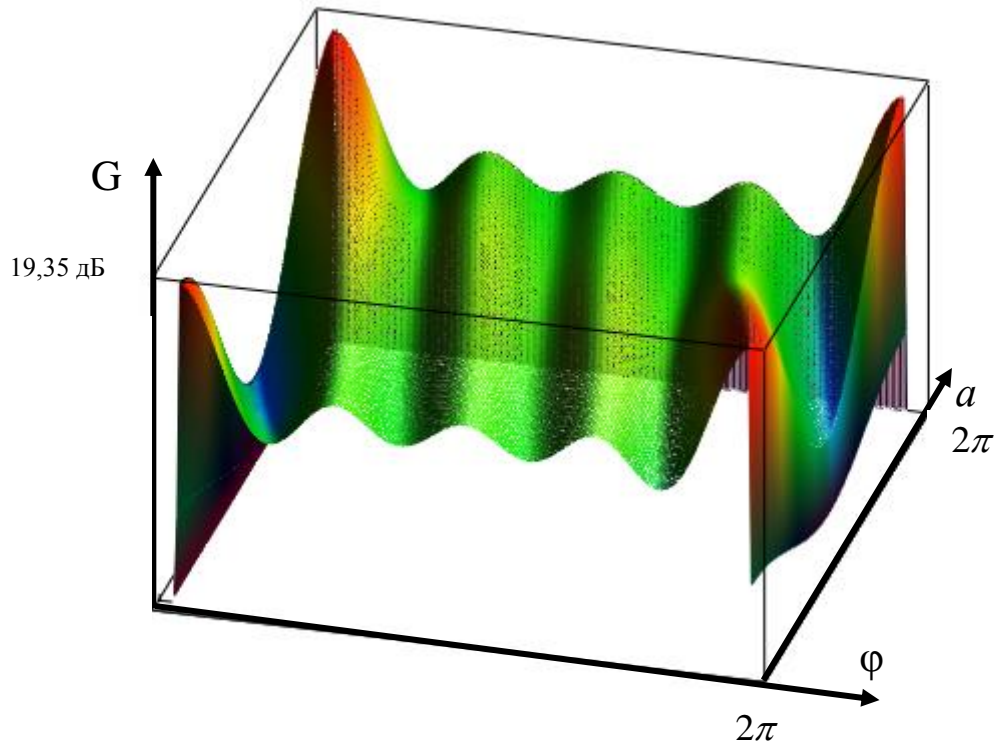


Рис. 3. Зависимость максимального значения  $c/p$  от  $\alpha$  и  $\varphi$  для  $N = 4$

### Выводы

В работе поведено исследование влияние корреляционной помеховой составляющей на максимальное значение выходной мощности сигнала адаптивной антенной решетки. Проведенные исследования показали:

- при проектировании ААР с учетом появления корреляционной зависимости между сигналом и помехой целесообразно брать четное количество элементов решетки;
- наличие количества элементов решетки порядка несколько десятков и более в указанной сигнально помеховой обстановке может привести к потере эффективности работы ААР;
- полученные предельные значения для максимального значения отношения сигнал/помеха позволяют оценить возможности эффективной работы ААР в условиях наличия корреляции между сигналом и помехой.

**Список литературы:** 1. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решетки. Введение в теорию. – М. : Радио и связь, 1986. – 442 с. 2. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов ; пер. с англ. – М. : Радио и связь, 1989. – 440 с. 3. Комpton Р. Т.мл. Адаптивная антенная решетка в широкополосной системе связи // ТИИЭР, 1978. – Т.66, №3. – С.23 – 34. 4. Попов А.С. Уровни сигнала и помехи в антенной решетке с оптимальной диаграммой направленности // Известия вузов МВ и ССО СССР. Радиоэлектроника. – 1985. – №2. – С.103 – 104. 5. Королюк В.С., Портенко Н.И., Скороход А.В., Турбин А.Ф. Справочник по теории вероятностей и математической статистике. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1985. – 650 с.

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 24.09.2014