

INFORMATION METHODS OF RADIO ENGINEERING ІНФОРМАЦІЙНІ МЕТОДИ РАДІОТЕХНІКИ

УДК 621.391:519.246.8

DOI:10.30837/rt.2022.3.210.14

*В.А. ТИХОНОВ, д-р фіз.-мат. наук, В.М. КАРТАШОВ, д-р техн. наук, О.В. КАРТАШОВ,
В.О. ПОСОШЕНКО, канд. техн. наук*

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ НЕСТАЦІОНАРНИХ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ У СВВП ПОДАННІ

Вступ

Значний інтерес при вирішенні прикладних завдань, пов'язаних з аналізом випадкових процесів, викликають методи та математичні моделі, що надають можливість дослідити статистичні характеристики складених, а також нестационарних випадкових процесів, що описують широкий клас фізичних явищ [1 – 3].

Актуальним є завдання виділення довготривалих корельованих складових акустичного сигналу безпілотного літального апарату (БПЛА), що формують спектральні піки в низькочастотній області спектра [4 – 6]. Виділення спектру сигналу БПЛА в області низьких частот з використанням адекватних математичних моделей дозволяє ефективно виділяти і розпізнавати БПЛА на фоні завад, що формуються іншими джерелами звуку [7 – 9]. Використання моделі авторегресії дозволяє також оцінювати параметри та виділяти сигнали [10, 11] на фоні завад, розпізнавати людей за їх голосами [12]. Актуальною є, зокрема, проблема оцінки довготривалої зміни клімату Землі під дією антропогенних факторів, яка цікавить фахівців багатьох галузей науки [1].

Досить складними для аналізу є нестационарні випадкові процеси з трендом та сезонною складовою. Оскільки процеси в статистичній радіотехніці часто представляють у вигляді вектора, координатами якого є його відліки, цей вектор корисно представити як послідовність підвекторів меншої довжини, ніж сам вектор. Наприклад, для тимчасових рядів із середньомісячних температур із сезонною складовою, довжина підвектора становитиме 12 відліків.

Реальні та імітаційні нестационарні випадкові процеси, що розглядаються в роботі, з трендом і сезонною складовою представляються моделлю складеного векторного випадкового процесу (СВВП) [13]. При цьому довжина підвектора дорівнює періоду сезонної складової. Фактично у такому поданні відліки часового ряду замінюються їх сукупністю, тобто підвекторами. Аналізуються статистичні зв'язки для підвекторів, а не як завжди, для відліків процесу. Якщо довжина підвектора дорівнює одиниці, всі операції у поданні СВВП еквівалентні звичайним операціям для часових рядів [13, 14].

Метою дослідження є удосконалення методу та моделі для оцінювання статистичних характеристик складених та нестационарних випадкових процесів, у тому числі різних складових часових рядів параметрів атмосфери. Отримані результати можуть бути використані для аналізу середньострокових і довгострокових змін атмосферних умов, уточнення результатів, отриманих традиційними методами математичної статистики, а також в інших галузях людської діяльності.

Основні властивості випадкового процесу в СВВП поданні

Під корельованим СВВП будемо розуміти процес $\bar{x}^n[t]$, у якому існують статистичні зв'язки між підвекторами \bar{x}_i . Уявимо процес $\bar{x}^n[t]$ у вигляді послідовності $m = N/n$ підвекторів

$$\bar{x}^n[t] = \{\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_{N/n}\}.$$

Кожен підвектор визначається n координатами вектора $\bar{x}^n[t]$:

$$\bar{x}_1 = \{x[1], x[2], \dots, x[n]\}, \bar{x}_2 = \{x[n+1], x[n+2], \dots, x[2n]\}, \dots$$

$$\dots, \bar{x}_i = \{x[(i-1)n+1], \dots, x[in]\}, \dots, \bar{x}_{N/n} = \{x[N-n+1], \dots, x[N]\},$$

де i – номер підвектора, N – номер останнього відліку вектора. Якщо кількість відліків вектору не кратна довжині підвектора n , то береться ціла частина цього числа, тобто $N/n \sim \lfloor N/n \rfloor$. При такому поданні можна повніше досліджувати закономірності зміни векторів.

СВВП подання зручно записати в матричному вигляді, в якому рядками матриці є координати підвекторів завдовжки n

$$\bar{x}^n[t] = \begin{bmatrix} \bar{x}_1^n \\ \bar{x}_2^n \\ \vdots \\ \bar{x}_m^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x[1] & x[2] & \dots & x[n] \\ x[n+1] & x[n+2] & \dots & x[2n] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x[N-n+1] & x[N-n+2] & \dots & x[N] \end{bmatrix}.$$

Таким чином, процес представляється послідовністю підвекторів меншої довжини n .

Середні значення СВВП $\bar{x}^n[t]$, що складаються з підвекторів довжиною n , визначаються виразом

$$\bar{\bar{x}}^n = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \bar{x}_i, \quad (1a)$$

де середні значення підвекторів дорівнюють

$$\bar{\bar{x}}_i = \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n x[in+v]. \quad (1b)$$

Формули (1) дають можливість визначити середні вектори та підвектори. Тоді середнє значення вектора часового ряду має координати, що дорівнюють середнім значенням відповідних підвекторів процесу. Наприклад, середнє від часового ряду, що складається із середніх значень підвекторів, можна інтерпретувати як послідовність

$$\overline{\bar{x}^n[t]} = [\overline{\bar{x}}_1, \overline{\bar{x}}_2, \dots, \overline{\bar{x}}_m]^T, \quad (2)$$

де середнє $\overline{\bar{x}}_i$ визначається (1б).

Очевидно, центрування СВВП полягає у відніманні з кожного підвектора середнього часового ряду

$$\overline{\bar{x}^n[t]} = [\overline{\bar{x}}_1, \overline{\bar{x}}_2, \dots, \overline{\bar{x}}_m]^T,$$

тобто

$$\bar{x}_c^n[t] = [\bar{x}_1 - \overline{\bar{x}}_1, \bar{x}_2 - \overline{\bar{x}}_2, \dots, \bar{x}_m - \overline{\bar{x}}_m]^T.$$

Далі вважатимемо, що аналізована вибірка центрована.

Слабкий тренд температур на фоні сильних сезонних коливань можна виявити, усереднюючи процес у СВВП поданні. Знайдемо тренд процесу, представленого на рис. 1, шляхом усереднення. Для цього вихідний часовий ряд середньомісячних температур представимо у вигляді ряду середньорічних даних

$$\overline{x^n[t]} = \overline{x_1[t]}, \overline{x_2[t]}, \dots, \overline{x_m[t]}, \quad (3a)$$

де

$$\overline{x_i[t]} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k[t], \quad n=12. \quad (3b)$$

У (3a) та (3b) час визначено як рік вимірювань температур.

Для отримання трендів додатково згладимо середньорічні значення даних (3а) низькочастотним ковзним фільтром. Щоб накласти на тренд вихідні дані, тобто щоб довжина вихідних даних та даних, отриманих усередненням, збігалася, продовжимо кожне значення тренду на 12 відліків, рівних відповідному відліку тренду. Тоді отримаємо часові ряди трендів, рівні за тривалістю початковій довжині даних. Отриманий таким способом тренд та вихідні дані представлені на рис. 1. Зауважимо, що процедура використовуваного ковзного усереднення, коли при усередненні враховуються $1/2$ попередніх значень часового ряду та $1/2$ наступних, не дає змоги отримати на початку часового ряду та наприкінці усереднення з тією ж точністю, як і всередині часового ряду.

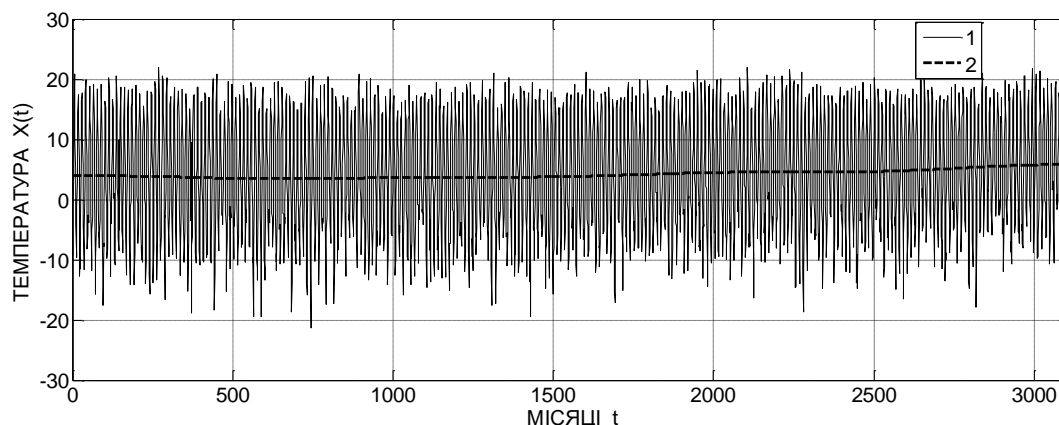


Рис. 1. Дані середньомісячних температур та оцінка їх довготривалого тренду

Нестационарний процес із трендом, показаний на рис. 1, являє собою дані про середньомісячні температури. Повна довжина ряду становить 3108 значень, отриманих обсерваторією за 259 років – з 1752 по 2010 рік. Дані містять слабкий тренд, яскраво виражені сезонні коливання температур з періодом 12 місяців та стаціонарний процес.

Аналіз тренду на рис. 1 показує, що з 1752 по 1803 рік температура падала з 4,05 до 3,45°C. Спад температури склав 0,6°C. Після 1804 року спостерігалось зростання температури з 3,45 до 5,96°C у 2010 році. Приріст температури за цей термін становив 2,51°C.

Модель лінійного передбачення нестационарних процесів із сезонною складовою та трендом

Зупинимося на принципах побудови моделі авторегресії проінтегрованого ковзного середнього (АРПКС) [14]. Нехай нестационарний процес $x[t]$ містить тренд, сезонну складову та стаціонарний процес, який описуватимемо у загальному випадку моделлю авторегресії – ковзного середнього (АРКС). У найпростішому випадку тренд і сезонну складову можна врахувати за допомогою операторів зсуву. Мультиплікативний процес $\omega[t]$ без сезонної складової та тренду можна записати у вигляді [15]

$$\omega[t] = \nabla^d \omega_1[t] = \nabla^d \nabla_s x[t] = (1 - z^{-1})^d (1 - z^{-s}) x[t] \quad (4)$$

Для виключення сезонної складової з процесу $x[t]$ застосовується оператор взяття різниці $\nabla_s = 1 - z^{-s}$, де z^{-s} – оператор зсуву, дія якого визначається виразом $z^{-s} x[t] = x[t - s]$, а s – дорівнює періоду сезонної складової. Тоді процес без сезонної складової, але з трендом і стаціонарною складовою, записується у вигляді

$$\omega_1[t] = \nabla_s x[t] = (1 - z^{-s}) x[t].$$

Для виключення сезонної складової з процесу $x[t]$ застосовується оператор взяття різниці $\nabla_s = 1 - z^{-s}$, де z^{-s} – оператор зсуву, дія якого визначається виразом $z^{-s} x[t] = x[t - s]$, а

s – дорівнює періоду сезонної складової. Тоді процес без сезонної складової, але з трендом і стаціонарною складовою, записується у вигляді

$$\omega_1[t] = \nabla_s x[t] = (1 - z^{-s})x[t].$$

Щоб виключити також тренд з часового ряду $\omega_1[t]$, необхідно вплинути на нього оператором $\nabla^d = (1 - z^{-1})^d$, тобто

$$\omega[t] = (1 - z^{-1})^d \omega_1[t]. \quad (5)$$

Для лінійного тренду вважають $d = 1$, а для квадратичного тренду необхідно брати $d = 2$ і т. д. Для лінійного тренду, з (5) отримуємо першу дискретну похідну процесу $\omega_1[t] = \nabla x[t] = x[t] - x[t-1]$. Для квадратичного тренду використовується друга дискретна похідна процесу $\omega_1[t] = \nabla^2 x[t] = \nabla(x[t] - x[t-1]) = (x[t] - 2x[t-1] + x[t-2])$.

Видалення сезонної складової та тренду операторами зсуву дозволяє врахувати ці складові і потім відновити.

У більш загальній мультиплікативній моделі АРПКС нестационарного часового ряду з трендом і сезонної складової, наприклад, що складається з даних усередині місяця, враховуються кореляції спостережень у послідовні місяці цього року. Модель також визначає кореляції спостережень місяця у послідовні роки. Модель АРПКС такого процесу описується загальною мультиплікативною моделлю виду [16]

$$\Phi(z^{-1})\varphi_p(z^{-s})\nabla^d\nabla_s^D x[t] = Q_q(z^{-1})\theta_g(z^{-s})a[t], \quad (6)$$

де оператори зсуву авторегресії (АР) і ковзного середнього (КС) дорівнюють:

$$\nabla_s^D = (1 - z^{-s})^D, \quad \Phi(z^{-1}) = 1 - \sum_{i=1}^p \Phi[i]z^{-i}, \quad Q(z^{-1}) = 1 - \sum_{i=1}^q Q[i]z^{-i}, \quad \varphi_p(z^{-s}) = 1 - \sum_{i=1}^p \phi[i]z^{-is},$$

$$\theta_g(z^{-s}) = 1 - \sum_{i=1}^g \theta[i]z^{-is}.$$

Для моделі АР, з рівняння (6) випливає

$$x[t] = \sum_{i=1}^p \Phi[i]x[t-i] + a[t]. \quad (7)$$

Зауважимо, що оператори, які усувають сезонні коливання (6), діють не тільки на ці складові процесу, але і на інші складові нестационарного процесу. Видалення сезонної складової оператором $\nabla_s^D = (1 - z^{-s})^D$ спотворює тренд і навіть його видаляє. Цей оператор слабо впливає на стаціонарну складову процесу АРПКС. Видалення тренду оператором $\nabla^d = (1 - z^{-1})^d$ впливає на властивості сезонної складової та на стаціонарну складову процесу.

Модель авторегресії нестационарного процесу у СВВП поданні

Застосування СВВП подання сезонної складової враховує статистичні зв'язки підвекторів. При використанні СВВП уявлення, довжина підвектора дорівнює періоду сезонної складової. Модель АРПКС у СВВП поданні описується виразом

$$\Phi^n(z^{-1})\nabla^d\nabla_s^D \bar{x}^n[t] = Q^n(z^{-1})\bar{a}^n[t], \quad (8)$$

де оператори АР та КС набувають вигляду

$$\Phi^n(z^{-1}) = 1 - \sum_{i=1}^p \Phi^n[i]z^{-i}, \quad Q^n(z^{-1}) = 1 - \sum_{i=1}^q Q^n[i]z^{-i}.$$

У СВВП поданні модель АРПКС може бути записана і в більш складній формі, аналогічній (6):

$$\Phi_p^n(z^{-1})\varphi_p^n(z^{-s})\nabla^d\nabla_s^D \bar{x}^n[t] = Q_q^n(z^{-1})\theta_g^n(z^{-s})\bar{a}^n[t].$$

Зупинимося докладніше на процесі АР в СВВП представленні. Його можна отримати з (8), якщо покласти, що оператори, які усувають тренд і сезонність, рівні 1, а коефіцієнти КС рівні 0. Нижче розглядаються властивості СВВП на імітаційних процесах із заданими статистичними характеристиками. В якості статистичних характеристик використовується частота піку і його ширина смуги параметричної спектральної щільності потужності. Такі процеси можна отримати методом формуючого фільтра за параметрами АР моделей лінійного передбачення [13,17], використовуючи зв'язок коефіцієнтів АР, частот піків та їх ширин смуги. Різницеве рівняння АР СВВП має вигляд

$$\bar{x}^n[t] = \sum_{i=1}^p \Phi^n[i] \bar{x}^n[t-i] + \bar{a}^n[t]. \quad (9)$$

Умова оптимальності моделі АР СВВП полягає у статистичній незалежності підвекторів $\bar{a}^n[t]$. Для моделі АР СВВП помилки $\bar{a}^n[t]$ мають бути некорельованими, тобто $E\{\bar{a}^n[t] \bar{a}^n[t-i]\} = 0$, при $i \neq 0$.

Роботу формуючого фільтра, що генерує процес АР у СВВП поданні, можна описати рівнянням (9). Затримки мають довжину n відліків. Згенерований процес АР СВВП складається з корельованих підвекторів, сформованих фільтром. У якості породжувального процесу використовуються підвектори типу білого шуму $\bar{a}^n[t]$ довжиною n . Природно, що процеси АР та АР у СВВП уявленні не збігаються. При $n=1$ модель АР СВВП вироджується у звичайну модель АР випадкового процесу.

Для центрованого часового ряду формула оцінки кореляційної функції у СВВП поданні має вигляд

$$R^n[k] = (\bar{x}_i^n, \bar{x}_{i+k}^n) = \frac{1}{m-k} \sum_{i=1}^{m-k} \sum_{l=1}^n (x[in+l]x[in+l+kn]), \quad (10)$$

де k – зсув часу кореляційної функції, m – кількість підвекторів завдовжки n у часовому ряді, змінний індекс l приймає значення $l=1, \dots, n$. Скалярний добуток підвекторів \bar{x}_i^n визначається виразом

$$c_{i,v}^n = (\bar{x}_i^n, \bar{x}_v^n) = \sum_{l=1}^n c_{i,v}^l.$$

Щоб отримати рівняння для розрахунку коефіцієнтів підвекторів АР процесу, помножимо (9) на $\bar{x}[t-k]$ та усереднимо. Після нескладних змін знайдемо рівняння типу Юла – Уокера для розрахунку параметрів моделі АР СВВП:

$$R^n[k] = \sum_{i=1}^p \Phi^n[i] R^n[i-k], \quad k = 1, 2, \dots, p. \quad (11)$$

При $k=0$ отримаємо вираз, що пов'язує дисперсію підвекторів процесу, векторів процесу та векторів помилки передбачення

$$R^n[0] = \sum_{i=1}^p \Phi^n[i] R^n[i] + D_a^n.$$

Параметричні спектри СВВП процесів описуються параметрами АР їх моделей. З огляду на збіги форм (9) і (10), всі властивості моделі АР випадкових процесів справедливі й у моделі АР СВВП. Так, вираз для параметричної оцінки спектральної щільності потужності (СЩП) за моделлю АР у СВВП поданні має вигляд

$$P^n(f) = \frac{D_a^n}{\left| 1 - \sum_{i=1}^p \Phi^n[i] e^{-j2\pi f i T} \right|^2} \quad (12)$$

Параметричну СЦП процесу в СВВП поданні, розраховану за (12) при $n = 12$, показано на графіку 1 (рис. 2). На графіку СЦП видно характер зміни підвекторів (середньомісячних температур) з часом. З аналізу графіка випливає, що сезонна складова часового ряду температур має довгостроковий тренд. Цей висновок можна зробити з графіка СЦП, який має найвищий максимум на нульовій частоті.

Графік 2 на рис. 2, що є класичним варіантом параметричної СЦП часового ряду, має суттєві відмінності від графіка 1 на рис. 2. Параметрична СЦП процесу, розрахована згідно з (12) при $n = 1$, має гострий пік на частоті, що відповідає періоду 12 (рис. 2).

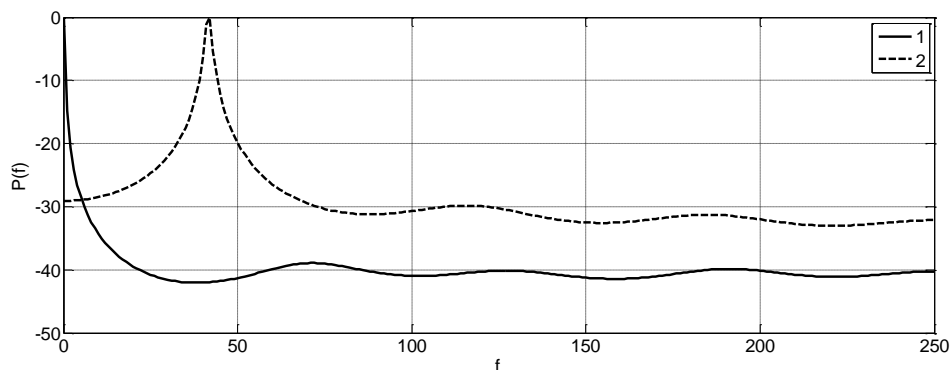


Рис. 2. Спектри AR(8) середньомісячних температур: 1 – параметрична СЦП за моделлю AR(8) у СВВП поданні, 2 – СЦП за моделлю AR(8) середньомісячних температур

Моделювання випадкового процесу AP у СВВП поданні

Промодельюємо імітаційний процес у СВВП поданні з трендом, у якого зміна підвекторів у часі описуються вузькосмуговим процесом другого порядку. СВВП AP процес утворювався підвекторами білого шуму, які подавалися на фільтр, що формує AP, з лініями затримки, рівними довжині підвектора. Параметри формуючого AP фільтра становили: центральна частота – 100, ширина смуги – 5, частота дискретизації 500. Коефіцієнти AP(2) для цих параметрів спектра дорівнювали: $\Phi[1] = 0,5989$, $\Phi[2] = -0,9391$. Потім генерувався корельований випадковий СВВП процес з довжиною підвектора 12 відліків. Зміна підвекторів у СВВП поданні моделювала зміну сезонної складової з періодом 12 у часі. На рис. 3 показаний цей процес довжиною 1608 відліків з трендом, що лінійно змінюється від 0 до 4, у якого сезонна складова описувалася СВВП моделлю із зазначеними частотними параметрами СЦП. Тренд адитивно поєднувався з AP(2) процесом у СВВП поданні.

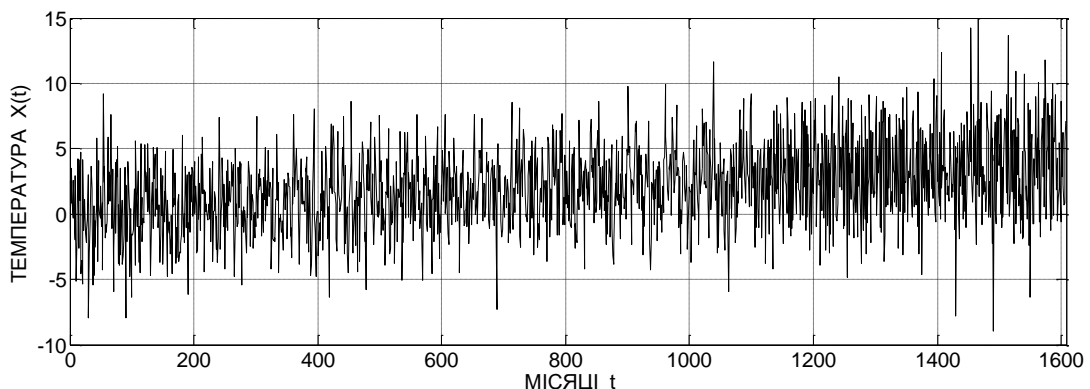


Рис. 3. Модель випадкового СВВП процесу AP(2) з адитивним довготривалим трендом

Помітний на рис. 4 тренд процесу оцінювався за описаним вище алгоритмом за допомогою формул (1) і (3). Згладжування проводилося ковзним фільтром з періодом згладжування 20. Порівняння істинного тренду та оцінного (рис. 4) показує їх хороший збіг.

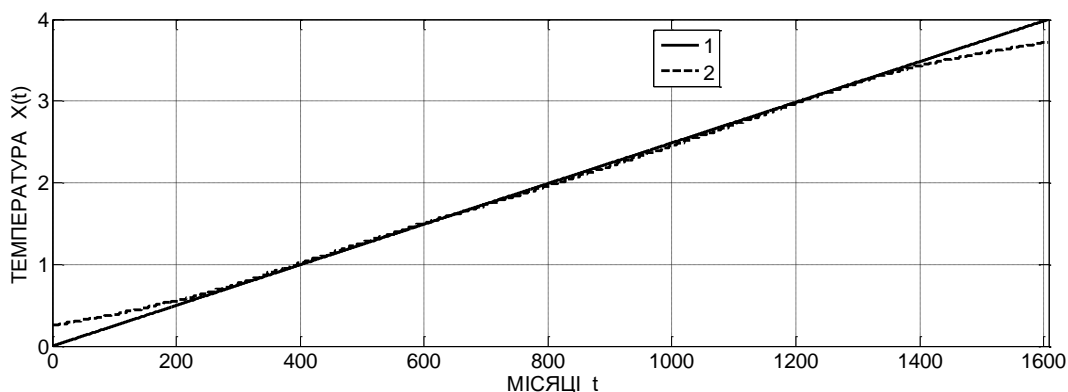


Рис. 4. Точність оцінки тренду: 1 – теоретичний тренд, 2 – оцінка тренда

Після видалення процесу тренду шляхом віднімання з процесу його оцінки, за параметричною СЦП оцінювався спектр зміни підвекторів у часі. Для цього за вибіркою оцінювали значення кореляційної функції (10) і підставлялися в систему рівнянь Юла – Уокера (11). При вирішенні цієї системи рівнянь знаходилися коефіцієнти АР(2). На рис. 5 представлена параметрична оцінка СЦП, знайдена за (12), з використанням моделі СВВП з довжиною підвектора 12. Теоретичне значення СЦП знаходилося за формулою (11), при $n=1$, безпосередньо за коефіцієнтами АР(2), що задаються. Порівняння оцінки СЦП з теоретичним значенням СЦП моделі показує, що вони добре збігаються.

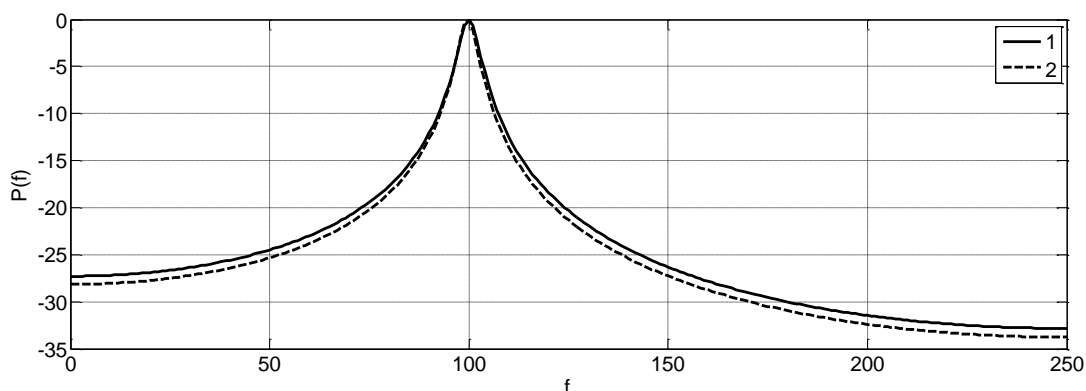


Рис. 5. Параметричні спектри за моделями АР(2): 1 – теоретична СЦП, 2 – оцінка СЦП сезонної складової моделі в СВВП поданні

Зауважимо, що оцінка СЦП без урахування моделі СВВП знайдена за (10), (11) та (12) при довжині підвектора $n=1$, схожа на спектр білого шуму (рис. 6). Однак значення функції автокореляції можуть бути ненульовими при більших зсувах часу, ніж ті, які використовувалися для оцінки. В даному випадку зсув часу дорівнює 8, так як з метою оцінки параметричної СЦП застосовувалася модель АР(8). Параметрична оцінка СЦП білого шуму квазі-рівномірна у всій області частот. Цьому відповідають коефіцієнти АР, близькі до нуля. Модель АР(8) використаної вибірки білого шуму має коефіцієнти АР: $\Phi[1]=0,019$; $\Phi[2]=0,002$; $\Phi[3]=0,012$; $\Phi[4]=-0,010$; $\Phi[5]=-0,030$; $\Phi[6]=0,006$; $\Phi[7]=-0,008$; $\Phi[8]=-0,040$. Таким чином, процес з властивостями білого шуму у СВВП поданні може мати ненульову кореляцію і вузькосмугову СЦП.

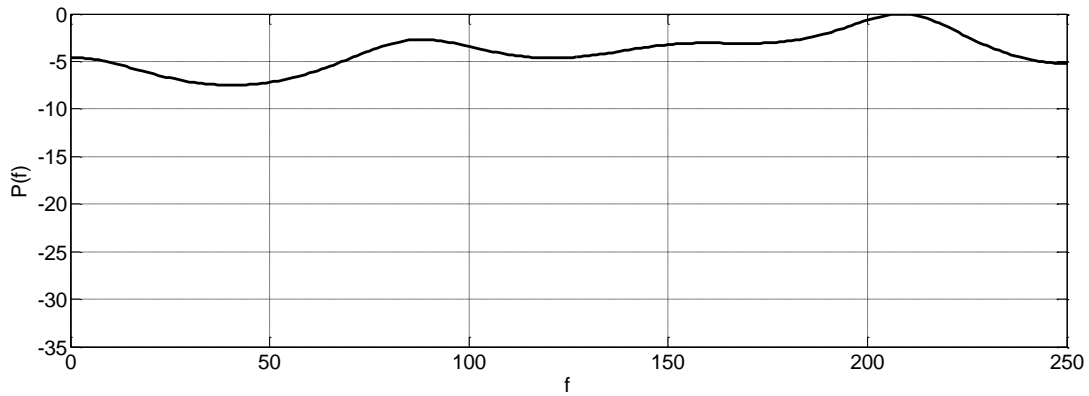


Рис. 6. Параметрична оцінка СЩП за моделлю $AR(8)$

Більш складна закономірність зміни сезонної складової нестационарного процесу в СВВП поданні моделювалася в наступному прикладі. Нестационарний процес включав лінійний тренд, що змінювався від 0 до 2. Підвектор був довжиною також 12 відліків. Зміна підвекторів описувалося моделлю $AR(4)$ з частотами піків 50 і 120 і відповідними ширинами смуг 5 і 15. Вибір адитивної суміші тренду і AR процесу, представлена на рис. 7.

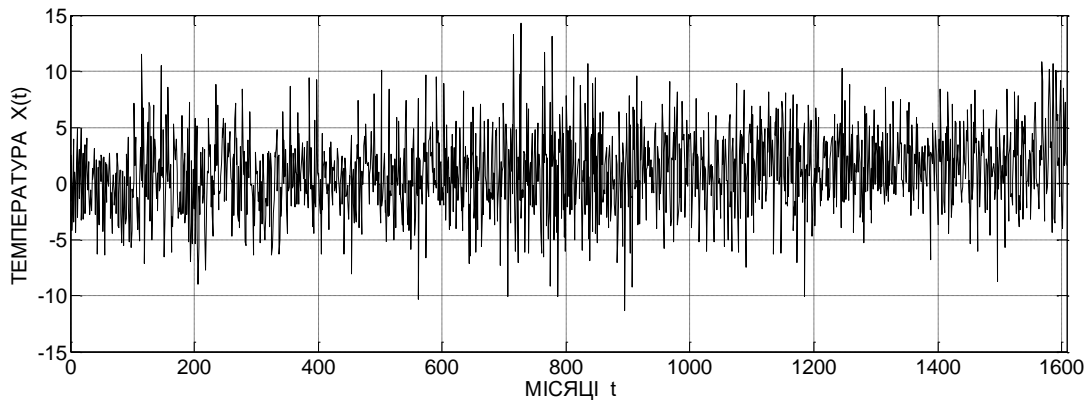


Рис. 7. Модель адитивного випадкового СВВП процесу $AR(4)$ із довготривалим трендом

Тренд процесу, представлений на рис. 8, оцінювався описаним вище способом за допомогою формул (1) і (3). Згладжування проводилося ковзним фільтром з періодом згладжування 40. Порівняння істинного тренду та оцінного (рис. 8) показує їх хороший збіг.

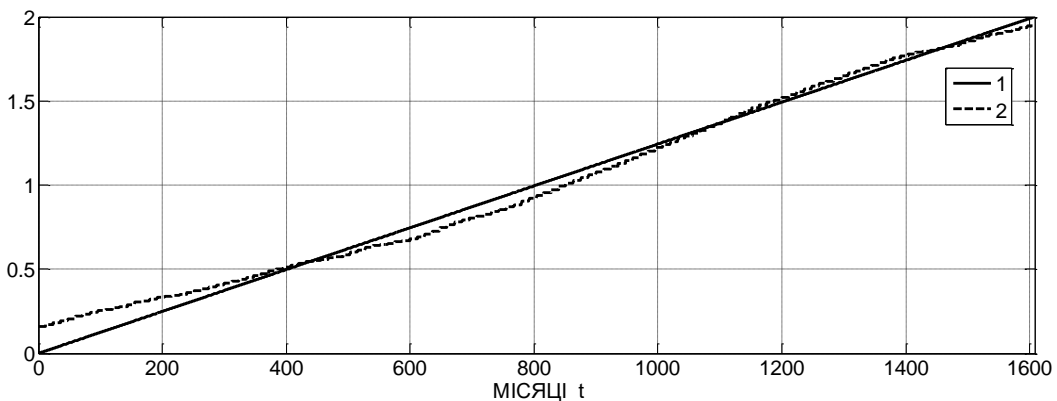


Рис. 8. Точність оцінки тренду: 1 – теоретичний тренд, 2 – оцінка тренда

Після видалення із суміші оцінки тренду за СЩП оцінювалася зміна підвекторів у часі. На рис. 9 представлена двомодова параметрична $AR(4)$ СВВП оцінка СЩП, знайдена по (10). Порівняння оцінки СЩП із її теоретичним значенням показує, що вони добре збігаються.

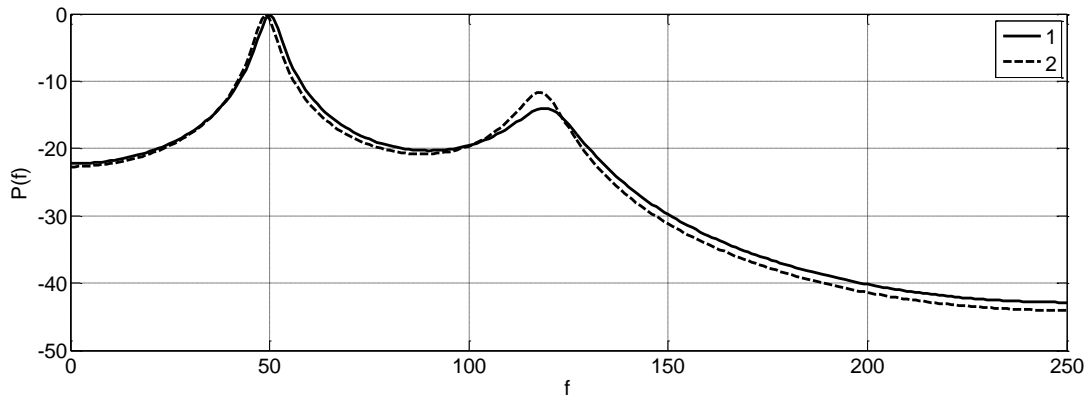


Рис. 9. Параметричні спектри за моделями $AR(4)$:
1 – теоретична СЦП, 2 – оцінка СЦП сезонної складової моделі у СВВП поданні

Оцінка СЦП, знайдена за моделями AR з використанням (10), (11) та (12), при довжині підвектора не виявляє кореляції для зсувів часу 8 і схожа на спектр білого шуму (рис. 10). Зазначимо, що параметрична оцінка СЦП білого шуму приблизно рівномірна для всіх частот. Цьому відповідають коефіцієнти $AR(8)$, близькі до нуля: $\Phi[1] = -0,040$; $\Phi[2] = 0,048$; $\Phi[3] = 0,045$; $\Phi[4] = -0,194$; $\Phi[5] = -0,067$; $\Phi[6] = 0,031$; $\Phi[7] = -0,037$; $\Phi[8] = 0,055$. Таким чином, процес із властивостями білого шуму, у СВВП поданні, може мати ненульову кореляцію.

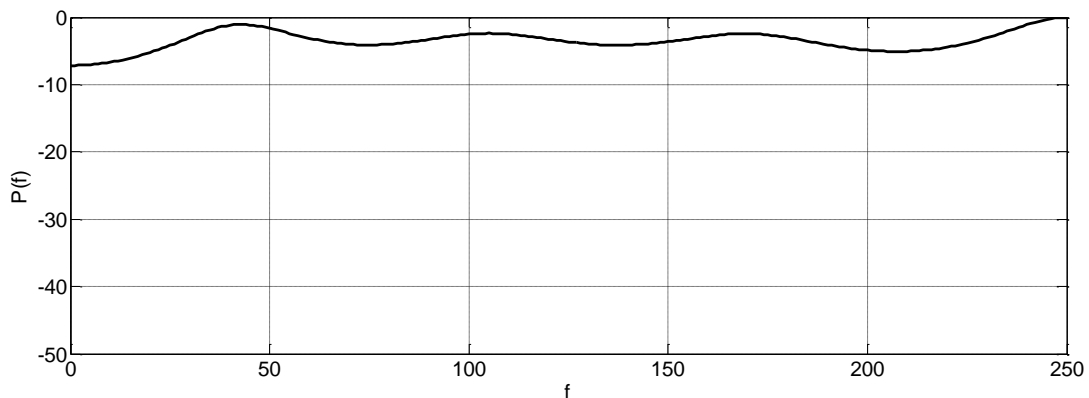


Рис. 10. Параметрична оцінка СЦП за моделлю $AR(8)$

Висновки

Показано деякі аспекти використання моделі СВВП для аналізу та моделювання нестационарних даних, що містять трендову та сезонну складові. Використання моделі СВВП дозволяє аналізувати також вид нестационарності, що враховує довготривалу зміну сезонної складової. Показано, що в рамках моделі СВВП шляхом знаходження середніх значень за період сезонної складової можна виділити тренд. При виділенні тренду слід використовувати усереднені сезонні дані за період, що дорівнює довжині підвектора. Подальше згладжування випадкової трендової складової здійснюється ковзним усередненням за допомогою низькочастотного фільтра.

Досліджувалися також оцінки зміни сезонної складової процесу за допомогою моделі AR з використанням СВВП уявлення. Достовірність оцінювання сезонної складової визначалася за СПМ AR моделі в СВВП поданні, у якій довжина підвекторів. Показано, що застосування моделі СВВП дозволяє знаходити закономірності процесів з властивостями білого шуму (у роботі використовувався зсув кореляційної функції, якій дорівнює 8).

Список літератури:

1. Карташов В.М., Тихонов В.А., Олейников В.Н. Обработка сигналов в радиоэлектронных системах дистанционного мониторинга атмосферы. Харьков : ХНУРЕ, 2014. 312 с.
2. Калистратова М.А., Кон А.И. Радиоакустическое зондирование атмосферы. Москва : Наука, 1985. 200 с.
3. Тихонов В.А., Чеботарёва Д.В. Прогнозирование потока данных в сетях мобильной связи // Матеріали ІІІ Міжнар. наук.-практ. конференції «Наукоємні технології в інфокомунікаціях» (23 - 25 травня 2019 р., Харків ; Кам'янець-Подільський, Україна). Харків : Мадрид, 2019. С. 126-127.
4. Ситнік О.В., Карташов В.М. Радіотехнічні системи : навч. посібник. Харків : Сміт, 2009. 448 с.
5. Кошкин Р.П. Беспилотные авиационные системы. Москва : Стратегические приоритеты, 2016. 676 с.
6. Макаренко С. И., Тимошенко А. В., Васильченко А. С. Анализ средств и способов противодействия беспилотным летательным аппаратам. Ч. 1. Беспилотный летательный аппарат как объект обнаружения и поражения // Системы управления, связи и безопасности. 2020. № 1. С. 109-146.
7. Kartashov V.M., Oleynikov V.N., Sheyko S.A., Koryttsev I.V., Babkin S.I., Zubkov O.V. Peculiarities of small unmanned aerial vehicles detection and recognition // Telecommunications and Radio Engineering. 2019. Vol. 78, Is. 9. P. 771-781.
8. Oleynikov V. N., Zubkov O. V., Kartashov V. M., Koryttsev I. V., Babkin S. I., Sheiko S. A. Investigation of detection and recognition efficiency of small unmanned aerial vehicles on their acoustic emission // Telecommunications and Radio Engineering. 2019. Vol. 78, Is. 9. P. 759-770.
9. В.А. Тихонов, В.М. Карташов, В.М. Олейников, В.И. Леонидов, Л.П. Тимошенко, И.С. Селезнев, Н.В. Рыбников. Обнаружение-распознавание беспилотных летательных аппаратов с использованием составной модели авторегрессии их акустического излучения // Вісник НТУУ «КПІ». Радіотехніка. Радіоапаратобудування. 2020. Вип. №81. С. 38–46. DOI: <https://doi.org/10.20535/RADAP.2020.81.38-46>.
10. Омельченко В.А., Безрук В.М., Коваленко Н.П. Распознавание заданных радиосигналов при наличии неизвестных сигналов на авторегрессионной основе // Радіотехніка. 2001. № 123. С. 195–199.
11. Дробахин О.О. Автоматизация процесса распознавания сигналов дефектоскопа на основе модели линейного предсказания // Дефектоскопия. 1985. № 10. С. 64–67.
12. Рамишвили Г.С. Автоматическое распознавание говорящего по голосу. Москва : Радио и связь, 1981. 224 с.
13. Тихонов В.А., Безрук В.М. Модели линейного предсказания в статистической радиотехнике. Харків : ХНУРЕ, 2020. 468 с.
14. Марпл.-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. Москва : Мир, 1990. 584 с.
15. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов : пер. с англ. Москва : Мир, 1974. Вып.1. 406 с.
16. Brockwell P.J., Davis R.A. Introduction to Time Series and Forecasting. Springer, 2002. P. 434.
17. Кармалита В.А. Цифровая обработка случайных колебаний. Москва : Машиностроение, 1986. 180 с.

Надійшла до редколегії 29.08.2022

Відомості про авторів:

Тихонов В'ячеслав Анатолійович – д-р ф.-м. наук, професор, Харківський національний університет радіоелектроніки, професор кафедри інформаційно-мережної інженерії; Україна; e-mail: vyacheslav.tykhonov@nure.ua; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4618-4787>

Карташов Володимир Михайлович – д-р техн. наук, професор, Харківський національний університет радіоелектроніки, завідувач кафедри медіаінженерії та інформаційних радіоелектронних систем; Україна; e-mail: volodymyr.kartashov@nure.ua; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8335-5373>

Карташов Олександр Володимирович – Харківський національний університет радіоелектроніки, здобувач кафедри медіаінженерії та інформаційних радіоелектронних систем; Україна; e-mail: mSERVICEKH1@gmail.com

Посошенко Віталій Олександрович – Харківський національний університет радіоелектроніки, доцент кафедри медіаінженерії та інформаційних радіоелектронних систем, Україна; email: vitalii.pososhenko@nure.ua; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0867-9161>