

УДК 338.48

DOI 10.33251/2707-8620-2019-1-91-97

**СІКІРДА Юлія Володимирівна,**кандидат технічних наук, доцент, доцент  
кафедри менеджменту, економіки та туризму,  
Льотна академія

Національного авіаційного університету

ORCID: 0000-0002-7303-0441

**ШМЕЛЬОВА Тетяна Федорівна,**доктор технічних наук, доцент,  
професор кафедри аеронавігаційних систем,  
Національний авіаційний університет

ORCID: 0000-0002-9737-6906

**ГАЄВСЬКИЙ Сергій В'ячеславович,**аспірант,  
Льотна академія

Національного авіаційного університету

ORCID: 0000-0003-3434-7494

## ОПТИМІЗАЦІЯ ТРАНСПОРТНИХ ПОТОКІВ ПРИ ОРГАНІЗАЦІЇ МІЖНАРОДНИХ АВІАЦІЙНИХ ПЕРЕВЕЗЕНЬ

*Розроблено транспортну модель оптимізації плану міжнародних авіаційних перевезень, яка дозволяє раціонально розподіляти повітряні судна авіакомпанії за повітряними лініями. Реалізована у табличному процесорі MS Excel транспортна модель забезпечує мінімальну вартість виконання міжнародних авіаційних перевезень при існуючому попиту на авіаперевезення та обмеженій пасажиромісткості повітряного парку.*

**Ключові слова:** пасажиромісткість, пасажиропотік, повітряне судно, попит, програмне забезпечення, собівартість перельоту, табличний процесор, транспортна задача, транспортна модель.

**Постановка проблеми.** За даними Державної авіаційної служби України [1] упродовж січня-жовтня 2019 року українськими авіакомпаніями виконано 88,4 тисяч комерційних рейсів (зростання порівняно з аналогічним періодом минулого року – на 3,4%), у т.ч. міжнародних – 74,6 тисяч (зростання – на 3,5%). За січень-жовтень 2019 року обсяги пасажирських перевезень українських авіакомпаній зросли порівняно з відповідним періодом минулого року на 10,3% та склали 11923,3 тис. чол., у т.ч. міжнародні – на 10,5% та склали 10943,3 тис. чол. При відкритті нових міжнародних маршрутів або при зміні попиту на існуючі напрями міжнародних повітряних перевезень авіакомпанії зіштовхуються з проблемою перерозподілу транспортних потоків з метою мінімізації витрат та підвищення конкурентоспроможності на ринку авіаційних послуг за рахунок зниження ціни на переліт. Математичний апарат, який використовується при оптимізації перевезень у транспортних системах, базується на моделях лінійного програмування, зокрема, їх спеціальному класі – транспортній моделі [2-4].

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** При проведенні досліджень науковці акцентують увагу на оптимальній організації пасажиро- та вантажопотоків для максимального задоволення попиту на транспортування [5-8], але не враховують при цьому комплексної оцінки пасажиромісткості та собівартості перевезень різними типами авіаційних транспортних засобів.

**Метою дослідження** є оптимізація транспортних потоків при організації міжнародних авіаційних перевезень за допомогою транспортної моделі у програмному середовищі MS Excel шляхом раціонального розподілу повітряних суден (ПС) за міжнародними повітряними лініями з урахуванням попиту на перевезення, складу повітряного парку авіакомпанії, його пасажиромісткості та собівартості перельоту за певним маршрутом.

**Виклад основного матеріалу.** Транспортні задачі (ТЗ) найчастіше описують переміщення (перевезення) будь-якої продукції з пункту відправлення (ПВ) в пункт призначення (ПП). Призначення ТЗ – визначення обсягів перевезень з пунктів відправлення в пункти призначення з мінімальною сумарною вартістю перевезень. При цьому повинні враховуватися обмеження, що накладаються на обсяги продукції, наявних в ПВ (пропозиція), і обмеження, що враховують потребу у продукції ПП (попит) [9-10].

У загальному випадку транспортну задачу можна застосовувати для опису ситуацій, пов'язаних з управлінням запасами, управлінням рухом капіталів, складанням розкладів, призначенням персоналу, розподілу літаків за повітряними лініями тощо.

ТЗ формулюється так [11-12]: є  $m$  пунктів відправлення  $A_1, A_2, \dots, A_m$ , в яких зосереджені запаси однорідної продукції у кількості відповідно  $a_1, a_2, \dots, a_m$  одиниць. Є  $n$  пунктів призначення  $B_1, B_2, \dots, B_n$ , які подали заявки відповідно на  $a_1, a_2, \dots, a_n$  одиниць продукції. Відомі вартості  $c_{ij}$  перевезення одиниці продукції від кожного ПВ  $A_i$  до кожного ПП  $B_j$  ( $i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$ ). Передбачається, що вартість перевезення одиниць продукції пропорційна її числу.

Необхідно знайти кількість  $x_{ij}$  одиниць продукції, що відправляється з  $i$ -го ПВ  $A_i$  в  $j$ -тий ПП  $B_j$ , яка мінімізує сумарні транспортні витрати і задовольняє обмеження, що накладаються на обсяги продукції в ПВ і ПП.

Математична модель ТЗ має наступний вигляд (1)-(4):

– цільова функція:

$$L = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min ; \quad (1)$$

– обмеження:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i = \overline{1, m}; \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = \overline{1, n}; \quad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}. \quad (4)$$

Транспортна задача, в якій сумарний попит і сумарна пропозиція збігаються, тобто,  $\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$ ,  $i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}$ , називається закритою задачею, у протилежному випадку – відкритою. Відкрита задача розв'язується приведенням до закритої.

Особливістю ТЗ є те, що всі коефіцієнти в обмеженнях (2-3) дорівнюють одиниці. Це дозволяє вирішувати задачу більш простим способом, за допомогою так званої транспортної таблиці (табл. 1).

Таблиця 1

## Транспортна таблиця для розв'язання транспортної задачі

	$B_1$	$B_2$	...	$B_n$	$a_i$
$A_1$	$x_{11}$ $c_{11}$	$x_{12}$ $c_{12}$	...	$x_{1n}$ $c_{1n}$	$a_1$
$A_2$	$x_{21}$ $c_{21}$	$x_{22}$ $c_{22}$	...	$x_{2n}$ $c_{2n}$	$a_2$
...	...	...	...	...	...
$A_m$	$x_{m1}$ $c_{m1}$	$x_{m2}$ $c_{m2}$	...	$x_{mn}$ $c_{mn}$	$a_m$
$b_j$	$b_1$	$b_2$	...	$b_n$	

На рис. 1 ТЗ представлена у вигляді мережі з  $m$  ПВ і  $n$  ПП, які показані у вигляді вузлів мережі. Дуги, що з'єднують вузли мережі, відповідають маршрутам, які зв'язують ПВ і ПП.

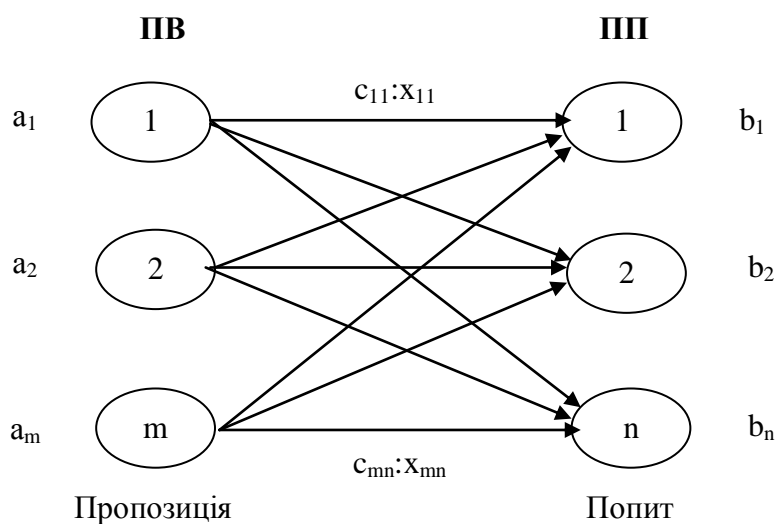


Рис. 1 Представлення ТЗ у вигляді мережевої моделі

Формалізація задачі оптимізації транспортних потоків при організації міжнародних авіаційних перевезень наводиться в табл. 2, де:  $c_{ij}$  – собівартість перельоту на  $i$ -му типі ПС до  $j$ -го пункту призначення, у.о.;  $a_i$  – кількість ПС  $i$ -го типу, шт.;  $b_j$  – попит на пасажироперевезення до  $j$ -го пункту призначення за тиждень, чол./тижд.;  $k_{ij}$  – кількість пасажирів, яку може перевезти  $i$ -ий тип ПС до  $j$ -го пункту призначення за виділену на тиждень кількість рейсів, чол./тижд.;  $x_{ij}$  – кількість ПС  $i$ -го типу, яку необхідно виділити на  $j$ -ту повітряну лінію, шт.

Таблиця 2

## Формалізація задачі оптимізації транспортних потоків при організації міжнародних авіаційних перевезень

Типи ПС	Повітряні лінії				Кількість ПС
	Київ – Афіни	Київ – Ашхабад	Київ – Будапешт	Київ – Варшава	
Б-737-200	$x_{11}$ $c_{11}$ $k_{11}$	$x_{12}$ $c_{12}$ $k_{12}$	$x_{13}$ $c_{13}$ $k_{13}$	$x_{14}$ $c_{14}$ $k_{14}$	$a_1$
Б-737-300	$x_{21}$ $c_{21}$ $k_{21}$	$x_{22}$ $c_{22}$ $k_{22}$	$x_{23}$ $c_{23}$ $k_{23}$	$x_{24}$ $c_{24}$ $k_{24}$	$a_2$
Б-737-400	$x_{31}$ $c_{31}$ $k_{31}$	$x_{32}$ $c_{32}$ $k_{32}$	$x_{33}$ $c_{33}$ $k_{33}$	$x_{34}$ $c_{34}$ $k_{34}$	$a_3$
Б-737-500	$x_{41}$ $c_{41}$ $k_{41}$	$x_{42}$ $c_{42}$ $k_{42}$	$x_{43}$ $c_{43}$ $k_{43}$	$x_{44}$ $c_{44}$ $k_{44}$	$a_4$
Б-767-300ER	$x_{51}$ $c_{51}$ $k_{51}$	$x_{52}$ $c_{52}$ $k_{52}$	$x_{53}$ $c_{53}$ $k_{53}$	$x_{54}$ $c_{54}$ $k_{54}$	$a_5$
Обсяги пере-везень, чол./тижд.	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	

Розглянемо приклад оптимізації транспортних потоків при організації міжнародних авіаційних перевезень середньостатистичної української авіакомпанії, яка має в наявності по три ПС типів Б-737-200, Б-737-300, Б-737-400, Б-737-500 та виконує рейси за маршрутами Київ – Афіни, Київ – Ашхабад, Київ – Будапешт, Київ – Варшава. Виходимо з умови, що дана авіакомпанія має дозвіл Державної авіаційної служби України на виконання 10 рейсів у місяць за кожним маршрутом.

При розрахунках враховано пасажиромісткість кожного типу ПС при наданні послуг економ-класу, собівартість перельоту та попит на перевезення. Вихідні дані для розв'язання задачі отримані з монографії з економіки цивільної авіації України [13], сайтів Державної авіаційної служби України [1] та Airlines Inform [14] і зведено в табл. 3.

Таблиця 3

**Вихідні дані для розв'язання задачі оптимізації транспортних потоків при організації міжнародних авіаційних перевезень**

Типи ПС	Маршрути								Кількість ПС
	Київ – Афіни 1487 км (10 рейсів/міс.)		Київ – Ашхабад 2597 км (10 рейсів/міс.)		Київ – Будапешт 898 км (10 рейсів/міс.)		Київ – Варшава 689 км (10 рейсів/міс.)		
Б-737-200 130 крісел	$x_{11}$ 3900	10500	$x_{12}$ 3900	13500	$x_{13}$ 3900	8500	$x_{14}$ 3900	7500	3
Б-737-300 149 крісел	$x_{21}$ 4470	11750	$x_{22}$ 4470	13750	$x_{23}$ 4470	9250	$x_{24}$ 4470	8500	3
Б-737-400 171 крісло	$x_{31}$ 5130	11900	$x_{32}$ 5130	14000	$x_{33}$ 5130	9950	$x_{34}$ 5130	8700	3
Б-737-500 132 крісла	$x_{41}$ 3960	9900	$x_{42}$ 3960	13100	$x_{43}$ 3960	8300	$x_{44}$ 3960	7200	3
Попит на перевезення, чол./міс.	10000		8000		12000		15000		

Собівартість перельоту по маршруту Київ – Афіни для Б-737-200 складає 10500 у.о., для Б-737-300 – 11700 у.о., для Б-737-400 – 11900 у.о., для Б-737-500 – 9900 у.о.; по маршруту Київ – Ашхабад: для Б-737-200 – 13500 у.о., для Б-737-300 – 13750 у.о., для Б-737-400 – 14000 у.о., для Б-737-500 – 13100 у.о.; по маршруту Київ – Будапешт: для Б-737-200 – 8500 у.о., для Б-737-300 – 9250 у.о., для Б-737-400 – 9950 у.о., для Б-737-500 – 8300 у.о.; по маршруту Київ – Варшава: для Б-737-200 – 7500 у.о., для Б-737-300 – 8500 у.о., для Б-737-400 – 8700 у.о., для Б-737-500 – 7200 у.о.

Кількість пасажирів, яку може перевезти по три ПС кожного типу в залежності від кількості крісел економ-класу за виділені на місяць 10 рейсів:

- Б-737-200 – 3900 чол./міс.;
- Б-737-300 – 4470 чол./міс.;
- Б-737-400 – 5130 чол./міс.;
- Б-737-500 – 3960 чол./міс.

Попит на пасажироперевезення до кожного пункту призначення за тиждень: до Афін – 10000 чол./міс.; до Ашхабаду – 8000 чол./міс.; до Будапешту – 13000 чол./міс.; до Варшави – 15000 чол./міс.

Транспортну модель задачі оптимізації транспортних потоків при організації міжнародних авіаційних перевезень можна представити у вигляді цільової функції (5) та обмежень (6-7):

$$\begin{aligned}
 L = & 10500x_{11} + 13500x_{12} + 8500x_{13} + 7500x_{14} + 11750x_{21} + \\
 & + 13750x_{22} + 9250x_{23} + 8500x_{24} + 11900x_{31} + 14000x_{32} + \\
 & + 9950x_{33} + 8700x_{34} + 9900x_{41} + 13100x_{42} + 8300x_{43} + \\
 & + 7200x_{44} \rightarrow \min; \\
 & x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 3; \\
 & x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 3;
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
 &x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 3; \\
 &x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = 3; \\
 &3900x_{11} + 3900x_{21} + 3900x_{31} + 3900x_{41} \geq 10000; \\
 &4470x_{12} + 4470x_{22} + 4470x_{32} + 4470x_{42} \geq 8000; \\
 &5130x_{13} + 5130x_{23} + 5130x_{33} + 5130x_{43} \geq 12000; \\
 &3960x_{14} + 3960x_{24} + 3960x_{34} + 3960x_{44} \geq 15000; \\
 &x_{ij} \geq 0, x_{ij} - \text{ціле.}
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

Проведені в табличному процесорі MS Excel за допомогою функції «Пошук рішення» [15] розрахунки підтвердили виконання всіх встановлених обмежень та дали наступні результати: на рейс Київ – Афіни необхідно поставити Б-737-200, Б-737-400 та Б-737-500; на рейс Київ – Ашхабад – Б-737-300 та Б-737-400; на рейс Київ – Будапешт – Б-737-200, Б-737-300 та Б-737-500; на рейс Київ – Варшава – Б-737-200, Б-737-300, Б-737-400 та Б-737-500. При цьому затрати на виконання міжнародних авіаційних перевезень будуть мінімальними та складуть 118000 у.о. До того ж, за всіма напрямками залишиться резерв вільних місць, який авіакомпанія зможе використати у разі підвищення попиту на авіаперевезення, зокрема, за маршрутом Київ – Афіни – 2990 крісел, Київ – Ашхабад – 1600 крісел, Київ – Будапешт – 330 крісел, Київ – Варшава – 2460 крісел.

**Висновки і перспективи подальших пошуків.** Проведені у програмному середовищі MS Excel розрахунки підтвердили, що для удосконалення організації міжнародних авіаційних перевезень доцільно використовувати запропоновану транспортну модель, що дозволяє знаходити оптимальний розподіл ПС за виділеними маршрутами з мінімальною вартістю перевезень за умов виконання накладених обмежень на обсяги пасажиропотоку, кількість та пасажиромісткість наявних ПС. Також у перспективі доцільно розглянути обернену задачу: розрахунок потреби авіакомпанії в кількості літаків кожного типу з урахуванням попиту на авіаперевезення.

#### Список використаних джерел

1. Державна авіаційна служба України (Державіаслужба). URL: <http://www.avia.gov.ua> (дата звернення 08.09.2019).
2. Прокудін Г. С. Моделі і методи оптимізації перевезень у транспортних системах: монографія. К.: Національний технічний університет, 2006. 224 с.
3. Трояновский В. М. Математическое моделирование в менеджменте. М.: РДП, 2002. 252 с.
4. Бакаев Л. А. Математические методы и модели исследования экономических систем. К.: Логос, 2005. 252 с.
5. Савченко Л. В. Підвищення ефективності прогнозування в транспортних системах: автореф. дис. ... канд. техн. наук. К., 2002. 34 с.
6. Eksioglu B., Vural A., Reisman A. The vehicle routing problem: A taxonomic review // Computers & Industrial Engineering. 2009. № 4. P. 1472–1483.
7. Дудукалов Ю. В. Применение методов нечеткого моделирования для оптимизации транспортных систем // Вісник Севастопольського Національного технічного університету. Серія: Машиноприладобудування та транспорт. 2011. Вип. 122. С. 61–64.
8. Забара С. С., Дехтярук М. Т. Автоматизована система управління транспортними перевезеннями // Системні дослідження та інформаційні технології. 2014. № 2. С. 18–28.
9. Берегова Г. І., Сидоренко А. Ю. Економіко-математичне моделювання. К.: УБС НБУ, 2007. 148 с.
10. Бережная Е. В., Бережной В. И. Математические методы моделирования экономических систем. М.: Финансы и статистика, 2002. 367 с.
11. Taha H. A. Operations research: An introduction. 9th ed. USA: Pearson Publ., 2010. 832 p.
12. Шишкин Е. В., Чхартишвили А. Г. Математические методы и модели в

управлении. М.: Дело, 2002. 440 с.

13. Кулаев Ю. Ф. Экономика гражданской авиации Украины: монография. К.: Феникс, 2004. 666 с.

14. Airlines Inform. URL: <https://www.airlines-inform.ru/commercial-aircraft/Boeing-737-family.html>. (дата звернення 08.09.2019).

15. Минько А. А. Статистический анализ в MS Excel. Профессиональная работа. СПб.: НТ Пресс, 2004. 448 с.

### References

1. *State Aviation Administration of Ukraine* (2019). Retrieved from: <http://www.avia.gov.ua>. [in Ukrainian].

2. Prokudin, G.S. (2006). *Modeli i metodi optimizaciyi perevezhen u transportnih sistemah: monografiya [Models and methods of transportation optimization in transport systems: monograph]*. Kyiv: National Technical University. [in Ukrainian].

3. Troyanovskij, V.M. (2002). *Matematicheskoe modelirovanie v menedzhmente [Mathematical modeling in management]*. Moscow: RDP. [in Russian].

4. Bakaev, L.A. (2005). *Matematicheskie metody i modeli issledovaniya ekonomicheskikh sistem [Mathematical methods and models of economic systems research]*. Kyiv: Logos. [in Ukrainian].

5. Savchenko, L.V. (2002). *Pidvishennya effektivnosti prognozuvannya v transportnih sistemah [Improving forecasting efficiency in transport systems]*. (abstract of Candidate's dissertation). Kyiv. [in Ukrainian].

6. Eksioglu, B., Vural, A., & Reisman, A. (2009). The vehicle routing problem: A taxonomic review. *Computers & Industrial Engineering*, no. 4, 1472–1483.

7. Dudukalov, Yu.V. (2011). *Primenenie metodov nechetkogo modelirovaniya dlya optimizacii transportnyh sistem [The use of fuzzy modeling methods to optimize transport systems]*. Visnik Sevastopolskogo Nacionalnogo tehnicnogo universitetu. Seriya: Mashinopriladobuduvannya ta transport [*Bulletin of the Sevastopol National Technical University. Series: Machinery and Transport*], vol. 122, 61-64. [in Ukrainian].

8. Zabara, S.S., & Dehtyaruk, M.T. (2014). *Avtomatizovana sistema upravlinnya transportnimi perevezennyami [Automated transportation management system]*. *Sistemni doslidzhennya ta informacijni tehnologiyi [System Research and Information Technologies]*, no. 2, 18-28. [in Ukrainian].

9. Beregova, G.I., & Sidorenko, A.Yu. (2007). *Ekonomiko-matematichne modelyuvannya [Economic and mathematical modeling]*. Kyiv: UBS NBU. [in Ukrainian].

10. Berezhnaya, E.V., & Berezhnoj, V.I. (2002). *Matematicheskie metody modelirovaniya ekonomicheskikh sistem [Mathematical methods for modeling economic systems]*. Moscow: Finance and statistics. [in Russian].

11. Taha, H.A. (2010). *Operations research: An introduction*. 9th ed. USA: Pearson Publ.

12. Shishkin, E.V., & Chhartishvili, A.G. (2002). *Matematicheskie metody i modeli v upravlenii [Mathematical methods and models in management]*. Moscow: Delo. [in Russian].

13. Kulaev, Yu.F. (2004). *Ekonomika grazhdanskoj aviacii Ukrainy: monografiya [Economics of Civil Aviation of Ukraine: Monograph]*. Kyiv: Fenics. [in Ukrainian].

14. *Airlines Inform* (2019). Retrieved from: <https://www.airlines-inform.ru/commercial-aircraft/Boeing-737-family.html>.

15. Minko, A.A. (2004). *Statisticheskij analiz v MS Excel. Professionalnaya rabota [Statistical analysis in MS Excel. Professional work]*. St. Petersburg: NT Press. [in Russian].

**SIKIRDA Yuliya**, Candidate of Engineering, Associate Professor, Associate Professor of the Management, Economy and Tourism Department, Flight Academy of National Aviation University;

**SHMELOVA Tetyana**, Doctor of Engineering, Associate Professor, Professor of the Air Navigation Systems Department, National Aviation University;  
**HAIEVSKYI Serhii**, Postgraduate, Flight Academy of National Aviation University.

### OPTIMIZATION OF THE TRANSPORT FLOWS IN THE ORGANIZATION OF INTERNATIONAL AIR TRANSPORTATION

**Abstract.** *When opening new international routes or changing demand for existing international air travel routes, airlines face the problem of redistributing transportation flows to minimize costs and increase competitiveness in the aviation market by reducing the cost of flights. The mathematical apparatus used to optimize transportation is based on linear programming models, in particular, their special class – the transport model.*

*In carrying out the research, scientists focus on the optimal organization of passenger and cargo flows for maximum satisfaction of the demand for transportation, but do not take into account the complex assessment of passenger capacity and the cost of transportation by different types of aircrafts.*

*The purpose of the research is to optimize transportation flows in the organization of international air transportation using a transport model in the MS Excel software by rationally distributing aircrafts on international air routes, taking into account the demand for transportation, the composition of the air fleet of the airline, its passenger capacity and the cost of the flight on a certain route.*

*In the article the formalization of the problem of optimization of transportation flows in the organization of international air transportation in the form of a transport table is presented. An example of optimization of transportation flows in the organization of international air transportation of the average Ukrainian airline, which has aircraft types B-737-200, B-737-300, B-737-400, B-737-500 and performs flights on routes Kyiv-Athens, Kyiv-Ashgabat, Kyiv-Budapest, Kyiv-Warsaw. The calculations take into account the passenger capacity of each type of aircraft in the provision of economy class services, the cost of the flight and the demand for transportation.*

*The calculations carried out in the MS Excel software confirmed that to improve the organization of international air transportation it is advisable to use the proposed transport model, which allows to find the optimal distribution of aircraft on selected routes with a minimum cost of transportation, subject to the imposed restrictions on the volume of passenger traffic, the number and passenger capacity of the aircraft available. In the future, it is appropriate to consider the inverse problem: calculating the airline's need for the number of aircraft of each type, taking into account the demand for air transportation.*

**Key words:** *aircraft, demand, flight cost, passenger capacity, passenger flow, table processor, transport model, transport task, software.*

*Одержано редакцією: 28.10.2019 р.  
Прийнято до публікації: 04.11.2019 р.*