УДК 004.681

СПІВСТАВЛЕННЯ ЧІТКОГО ТА НЕЧІТКОГО ПІДХОДІВ ДО РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧ ІНФОРМАЦІЙНОЇ БЕЗПЕКИ

М.В. ДЕМЧИШИН, Є.Г. ЛЕВЧЕНКО

Проведено порівняння чіткого та нечіткого підходів із метою виявлення їх спільних рис та відмінностей. У задачі розподілу ресурсів захисту інформації проаналізовано принципи формування функцій належності до нечітких множин і їх вплив на кінцеві результати. Показано, що нечіткий підхід дає змогу оптимізувати показники системи захисту інформації за рахунок раціонального вибору функцій належності, які відображають основну характеристику об'єктів — їх динамічну вразливість. На прикладі системи з двох об'єктів із різними вразливостями встановлені умови, за яких досягається найвищий рівень співпадіння результатів у разі використання двох підходів. Методика може бути використана під час розрахунку допустимих витрат в інформаційних системах із довільною кількістю об'єктів, котрі відрізняються кількістю розміщеної інформації, вразливістю та рівнем допустимих втрат. Окреслені шляхи подальшого застосування приведеної методики в задачах інформаційної безпеки.

ВСТУП

Протистояння двох сторін в інформаційній сфері відбувається в умовах невизначеності, коли дії суперника не можуть бути передбачені точно. Через це пошук рішення, яке має визначати оптимальну поведінку кожної зі сторін, ускладнено. Величини, які характеризують протистояння, задаються за допомогою статистичних даних, а якщо їх бракує — на основі експертної оцінки, і таким чином задача стає стохастичною. Інший підхід дає теорія нечіткої логіки і нечітких множин [1, 2], у якій строгі математичні поняття замінюються на розпливчасті лінгвістичні.

Слід зазначити, що, не дивлячись на формальну різницю між цими двома підходами, ступінь достовірності одержаних результатів за певного рівня обізнаності про характеристики системи й умови протистояння не може відрізнятись суттєво. У першому випадку чітка постановка задачі (досягнення максимуму чи мінімуму певних показників) супроводжується приблизним завданням числових даних, причому це стосується не тільки показників, які залежать від суперника (імовірність нападу, імовірність виділення певної кількості ресурсів), але й власних (кількість інформації на об'єктах). Крім того, функціональні залежності, які входять в цільову функцію, не можуть бути встановлені точно і задаються евристично. Отриманий результат може сприйматись лише з певною імовірністю. З цих міркувань термін «чіткий підхід» слід було б подавати в лапках. У другому випадку сама постановка задачі є нечіткою. І хоча в подальшому ми переходимо від поставлених нечітких вербальних умов до математичних функцій належності, які дають можливість одержати числові результати — ці результати не можуть бути точними через їх нечітке «походження». Математична модель в обох випадках ґрунтується на об'єктивних характеристиках системи, які відображено з тою чи іншою мірою точності в певних функціональних залежностях. Різниця у формулюванні рішення полягає в тому, що в першому випадку ми подаємо результат із деякою долею імовірності, а у другому визначаємо область числових значень, які відповідають поставленим умовам. Ця відмінність несуттєва, оскільки в першому випадку результат також можна надати у вигляді інтервалу, межі якого визначаються граничними значеннями допустимої імовірності. Більше того, прослідковується певна спорідненість між двома поняттями, які визначають межі інтервалу допустимих значень — фізичною величиною, яка визначається цільовою функцією, і функцією належності. Це наводить на думку перекинути «місток» між цими двома підходами та визначити умови, в яких вони дають найбільш близькі результати.

МЕТА ТА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Нашим завданням є дослідження нечіткого підходу і визначення інтервалів інвестицій, котрі задовольняють поставленим нечітким умовам щодо допустимих рівнів втрати інформації на об'єктах і витрат на її захист. Об'єкти можуть відрізнятись вразливістю, кількістю інформації, заданими в умові допустимим рівнем втрат інформації і орієнтовною кількістю інвестицій у кожний з них. Предметом пошуку є форми функцій належності, котрі відображають поставлені нечіткі умови і враховують характеристики об'єктів та дають результати, найбільш близькі до чіткого підходу.

МЕТОДИКА РОЗРАХУНКІВ ТА РЕЗУЛЬТАТИ

Задача формулюється у вигляді двох нечітких умов:

- нечітка мета: частка втраченої інформації не повинна значно перевищувати f_0;
- нечітке обмеження: кількість витрачених на захист ресурсів y повинна бути близькою до y_0 (можливе й інше формулювання: величина y має бути якомога меншою).

Слід зазначити, що у нашому формулюванні, порівняно з попередніми роботами [3], мета і обмеження помінялись місцями. Це ніяк не впливає на кінцевий результат у силу симетрії задачі по відношенню до мети і обмежень. Проте логічніше мету формулювати по відношенню до можливого витоку інформації, а не до затрачених ресурсів.

Значення f та y в наших розрахунках будемо виражати величинами, віднесеними до кількості інформації g на об'єкті. Відповідно до теорії нечітких множин введемо такі поняття: $Y = \{y\}$ — множина альтернатив; $G(y)$ — нечітка множина в Y, яка ототожнюється з поставленою метою; $C(y)$ — нечітка множина в Y, яка ототожнюється з введеним обмеженням.

Функції належності $\mu_G(y)$, $\mu_C(y)$ до введених множин формуємо на основі наступних міркувань. Залежність $f(x,y)$, яка відбиває вразливість об'єкта і визначає потенційні втрати інформації $i(x,y) = g \cdot f(x,y)$, виражається степеневою або показниковою функцією [4]. Будемо використовувати степеневі функції, які можуть приймати дробно-лінійну та дробно-нелінійну форми. Функція $f(x,y)$ визначає функцію належності $\mu_G(y)$, а саме із залежності

$$f(x,y)=\frac{(x/y)^n}{(x/y)^n+c} \qquad (1)$$

формуємо функцію $\mu_G(y)=\dfrac{cy^n}{x^n+cy^n}$, в якій $x=\text{const}$ — прогнозована кількість ресурсів нападу, котра в цьому і в наступних виразах виступає як параметр. Стала величина c впливає на крутизну залежності (в основному, в початковій області). Поява в чисельнику множника cy^n викликана тим, що має виконуватись умова $\mu_G(y)\to 1$, коли $y\to\infty$.

Принципи формування функції належності $\mu_G(y)$ проілюструємо на чисельному прикладі. Припустимо, що вразливість об'єкта виражається дробно-лінійною залежністю у формі $f(x,y)=\dfrac{x/y}{x/y+16}$. Стала $c=16$ відображає такі ситуації: якщо $x/y=1$, то $f(x,y)=0{,}059$, якщо $x/y=3$, то $f(x,y)=0{,}158$ (за однакової кількості ресурсів нападу і захисту частка втраченої інформації становить $5{,}9\%$, у разі трикратного перевищення ресурсів нападу над ресурсами захисту — $15{,}8\%$). Вважаємо, що такі ситуації відповідають реальному рівню інформаційної безпеки розглянутого об'єкта. Функція належності $\mu_G(y)$ при цьому має вигляд: $\mu_G(y)=\dfrac{16y}{x+16y}$. Покладемо $x=0{,}15$ (ресурси нападу складають 15% від вартості інформації) і вважатимемо, що частка втраченої інформації не має суттєво перевищувати значення $f_0=0{,}1$. З виразу для $f(x,y)$ при $f=0{,}1$ знаходимо $y=0{,}08$, звідки визначаємо $\mu_G(y)=0{,}90$ — це значення нас задовольняє. Розглянемо тепер інший об'єкт із більшою вразливістю, яка виражається залежністю $f(x,y)=\dfrac{x/y}{x/y+8}$. За таких же ресурсів нападу і захисту $(x=0{,}15$, $y=0{,}08)$ одержуємо $f=0{,}17$, $\mu_G(y)=\dfrac{8y}{x+8y}=0{,}81$. Як бачимо, ситуація незадовільна: $f>>f_0$, значення $\mu_G(y)$ знизилось до 0,81. Для досягнення мети, тобто того ж значення $\mu_G(y)=0{,}90$, необхідно збільшити y до $y=0{,}17$.

Зауважимо, що $f(y)$ та $\mu_G(y)$ мають протилежний характер: якщо y збільшується, то $f(y)$ зменшується, а $\mu_G(y)$ зростає, прагнучи до одиниці та відображає той факт, що зі збільшенням y поставлена мета задовольняється в більшій степені. Приклади функцій належності $\mu_G(y)$, які застосовуються в наших розрахунках, приведені на рис. 1 (криві 1, 2).

Варіанти можливих нечітких обмежень, а також відповідні їм функції належності до нечіткої множини $\mu_C(y)$, які відображають введене обмеження, сформулюємо наступним чином:

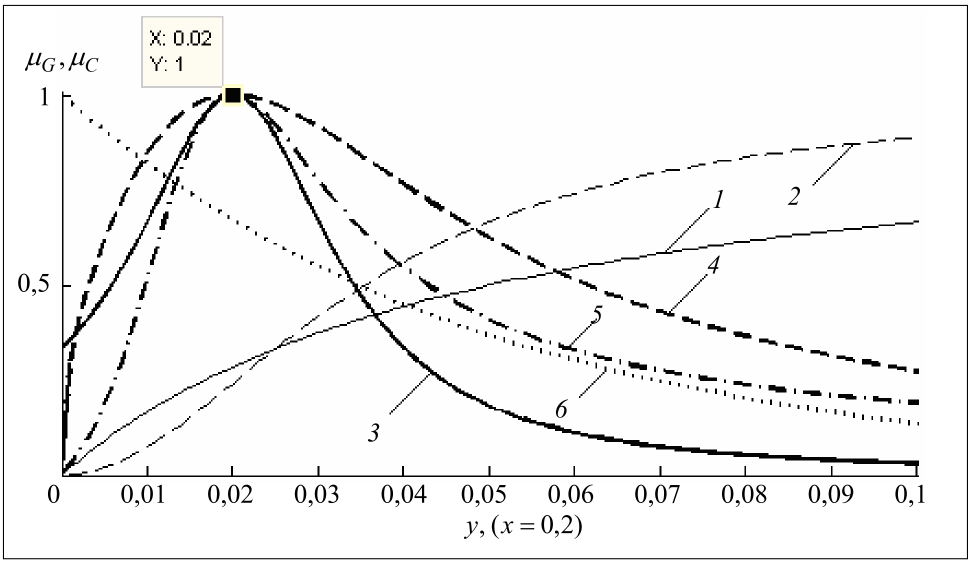

Рис. 1. Форми функцій належності: *1* — дробно-лінійна $\mu_G(y) = \dfrac{4y}{x+4y}$; *2* — дробно-нелінійна $\mu_G(y) = \dfrac{32y^2}{x^2+32y^2}$; *3* — симетрична $\mu_C(y) = \dfrac{1}{1+200(y/x-0{,}1)^2}$; *4* — асиметрична $\mu_C(y) = \dfrac{y/x+(y/x)^{1/2}}{y/x+(y/x)^{1/2}+20(y/x-0{,}1)^2}$; 5 — асиметрична $\mu_C(y) = \dfrac{y/x+(y/x)^2}{y/x+(y/x)^2+20(y/x-0{,}1)^2}$; *6* — експоненціальна $\mu_C(y) = \exp(-4\,y/x)$

• Кількість ресурсів y не має суттєво відхилятися від y_0, причому відхилення в сторону збільшення та сторону зменшення вважаємо рівнозначними. Функцію належності запишемо у такому вигляді:

$$\mu_C(y) = \frac{1}{1+a(y-y_0)^2/x^2} \,. \tag{2}$$

Геометрично ця залежність зображується у формі симетричної дзвоноподібної кривої (рис. 1, крива 3). Значення параметрів y_0, a визначають положення максимуму та, відповідно, ширину «дзвону».

• Кількість ресурсів y не має суттєво відхилятися від y_0, причому при відхиленні y від y_0 перевага віддається значенням $y > y_0$. Функція належності до цієї множини має вигляд:

$$\mu_C(y) = \frac{y/x+(y/x)^n}{y/x+(y/x)^n+a(y-y_0)^2/x^2} \tag{3}$$

і зображується асиметричною кривою. Параметр n в (3) впливає на напрямок опуклості кривої $\mu_C(y)$ в області $y \gtrsim 0$: при $n<1$ опуклість направлена догори (крива 4), при $n \ge 1$ — донизу (крива 5).

- Кількість ресурсів y має бути якомога меншою. Функція належності до цієї множини має бути спадною. В якості таких функцій можна використати експоненціальні залежності типу

$$\mu_C(y) = e^{-ky/x}, \tag{4}$$

які відповідають поставленому обмеженню: варіанти зі збільшеною кількістю витрат на захист є менш привабливими (рис. 1, крива 6). Коефіцієнт k, як і параметр a, відображає ступінь строгості у виконанні поставленого обмеження, задається менеджментом підприємства і залежить від вартості інформації, кількості наявних ресурсів і відношення до ризику втрати інформації.

Зазначимо, що значення числових параметрів у виразах $\mu_G(y)$, $\mu_C(y)$ (рис. 1) не відображають конкретні системи і вибрані лише з умови більш яскравого висвітлення особливостей кожної з форм.

Наша мета — знайти таке формулювання нечіткої задачі, за якого кінцеві результати в максимальній степені співпадають із результатами чіткого підходу. Постановка чіткої задачі ґрунтується на виборі функцій $f_k(y)$ (k — номер об'єкта), які характеризують вразливості об'єктів і зрештою визначають основні показники системи — кількість втраченої інформації, прибуток від внесення інвестицій у захист та їх рентабельність. За нечіткого підходу виконання поставлених вербальних умов забезпечується вибором функцій належності. Функція належності $\mu_G(y)$, що відображає нечітку мету (зменшення витоку інформації за рахунок внесення коштів на її захист), також визначена видом функції $f(y)$, і задача зводиться до вибору функції $\mu_C(y)$, яка характеризує нечітке обмеження розміру ресурсів захисту. Вибір цієї функції і має забезпечити співпадіння результатів.

Виникає питання: за якими показниками оцінювати ступінь співпадіння результатів, а також як відобразити різницю результатів обох підходів. У разі чіткого формулювання задачі ми визначаємо показники ефективності системи захисту в залежності від затрачених ресурсів. У разі нечіткого формулювання на обидві величини (показник ефективності та кількість ресурсів) накладаються обмеження, і необхідно визначити інтервал значень y, в якому одночасно задовольняються ці обмеження.

Таким чином, задача стає більш конкретною: вибір показника ефективності у разі чіткого підходу і встановлення такого показника при нечіткому. Показником, який у найбільшій степені характеризує економічну ефективність системи при чіткому підході, є рентабельність $r(y)$ системи захисту [5]:

$$r(y) = \frac{b(y)}{y} = \frac{i(0) - i(y) - y}{y} = \frac{j(y)}{y} - 1, \tag{5}$$

де $i(y) = \sum i_k(y)$ — вартість втраченої інформації, $j = i(0) - i(y)$ — вартість захищеної в результаті внесення інвестицій інформації, $b(y)$ — прибуток від інвестицій. У подальшому покладемо $i(0) = 1$.

У разі нечіткого підходу це має бути певний результуючий показник, який враховує ступінь виконання обох поставлених умов. Виникає питання:

яким чином сформувати функцію $\mu(y)$, точніше, як входять у цю функцію її складові $\mu_G(y)$ та $\mu_C(y)$? Вважати, що $\mu(y)$ утворена перетином множин $G \cap C = D$ [2] у нашому випадку, очевидно, не можна, оскільки у множину D входять точки з малими значеннями $\mu_G(y)$ та $\mu_C(y)$. Аналогічний висновок можна зробити відносно інших операцій із множинами, які ототожнюються зі сполучником «або», у тому числі з використанням алгебраїчної суми. Більш логічним здається використати операцію, якій відповідає сполучник «і» в його м'якій інтерпретації [2], тобто коли вона виражена через алгебраїчний добуток:

$$\mu(y) = \mu_G(y) \cdot \mu_C(y). \tag{6}$$

Зазначимо, що, використовуючи (6) для визначення області допустимих значень, слід ввести нижній поріг.

Отже, нашою задачею є вибір функції $\mu_C(y)$, яка в максимальній степені забезпечує співпадіння $\mu(y)$ з $r(y)$. Будемо прагнути досягти співпадіння цих функцій (як точкового, так і інтегрального), зосереджуючи особливу увагу на суміщенні їх максимумів, що, зрештою, за подібності форм кривих забезпечить близькість інтервалів Δy допустимих значень y — це і є нашою кінцевою метою. Близькість інтервалів слід розглядати на певному рівні — не вищому, наприклад, за 0,9 від максимального значення функцій $\mu(y)$ та $r(y)$ (обидві величини нормовані до одиниці), оскільки на вищому рівні (наприклад, 0,99) навіть за умови досить близького положення максимумів інтервал перекриття може бути невеликим і не може служити показником загального збігу функцій. Зрозуміло, що ступінь співпадіння залежить від рівня відліку: чим нижче рівень, тим більший ступінь співпадіння двох функцій.

Маючи на меті геометричну інтерпретацію розв'язку, розглянемо систему, яка складається із двох об'єктів. Функції $f_k(y)$ для них на першому етапі розрахунків оберемо у вигляді дробно-лінійних залежностей:

$$f_1^{(1)}(y) = \frac{x/y}{x/y+2}; \quad f_2^{(1)}(y) = \frac{x/y}{x/y+4}, \tag{7}$$

де верхній індекс — номер варіанта, нижній — номер об'єкта.

У разі нечіткого підходу їм відповідають функції належності $\mu_G(x,y)$:

$$\mu_{G1}^{(1)}(y) = \frac{2y}{x+2y}; \quad \mu_{G1}^{(1)}(y) = \frac{4y}{x+4y}. \tag{8}$$

Функції належності $\mu_C(y)$ розглянемо у трьох варіантах, які відображають різний характер функцій:

- симетричний (дзвоноподібний):

$$\mu_{C1}^{(1)}(y) = \frac{1}{1+26(y/x-0{,}023)^2}, \quad \mu_{C2}^{(1)}(y) = \frac{1}{1+36(y/x-0{,}011)^2}; \tag{9}$$

- асиметричний:

$$\mu_{C1}^{(1)}(y) = \frac{y/x+(y/x)^{1/2}}{y/x+(y/x)^{\frac{1}{2}}+9{,}3(y/x-0{,}056)^2},$$

$$\mu_{C2}{}^{(1)}(y) = \frac{y/x + (y/x)^{1/2}}{y/x + (y/x)^{\frac{1}{2}} + 9{,}8(y/x - 0{,}077)^2}; \qquad (10)$$

- експоненціальний:

$$\mu_{C1}{}^{(1)}(y) = e^{-4{,}4y/x}, \ \ \mu_{C2}{}^{(1)}(y) = e^{-5{,}4y/x}. \qquad (11)$$

На другому етапі функції $f_k(y)$ оберемо у вигляді дробно-нелінійних залежностей:

$$f_1{}^{(2)}(y) = \frac{(x/y)^2}{(x/y)^2 + 32}; \ f_2{}^{(2)}(y) = \frac{(x/y)^3}{(x/y)^3 + 192}. \qquad (12)$$

У разі нечіткого підходу їм відповідають наступні функції належності $\mu_G(y)$:

$$\mu_{G1}{}^{(2)}(y) = \frac{32y^2}{x^2 + 32y^2}; \ \mu_{G2}{}^{(2)}(y) = \frac{192y^3}{x^3 + 192y^3}. \qquad (13)$$

Функції належності $\mu_C(y)$ можуть мати такий самий характер, як і в попередньому випадку:

- симетричний (дзвоноподібний):

$$\mu_{C1}{}^{(2)}(y) = \frac{1}{1 + 13(y/x - 0{,}008)^2},$$

$$\mu_{C2}{}^{(2)}(y) = \frac{1}{1 + 11(y/x - 0{,}009)^2}; \qquad (14)$$

- асиметричний:

$$\mu_{C1}{}^{(2)}(y) = \frac{y/x + (y/x)^{\frac{1}{2}}}{y/x + (y/x)^{\frac{1}{2}} + 4{,}4(y/x - 0{,}035)^2},$$

$$\mu_{C2}{}^{(2)}(y) = \frac{y/x + (y/x)^{\frac{1}{2}}}{y/x + (y/x)^{\frac{1}{2}} + 4{,}6(y/x - 0{,}013)^2}; \qquad (15)$$

- експоненціальний:

$$\mu_{C1}{}^{(2)}(y) = e^{-3{,}1y/x}, \ \ \mu_{C2}{}^{(2)}(y) = e^{-3{,}2y/x}. \qquad (16)$$

Числові параметри, наведені у виразах (9)–(11) та (14)–(16), за нашими розрахунками відповідають максимальному співпадінню залежностей $\mu(y)$ з $r(y)$. Результати цих розрахунків, проведених із використанням програмного комплексу Matlab, зображено на рис. 2.

Вважаючи, що функція належності $\mu(y)$, котра відображає ступінь задоволення поставленим умовам у разі нечіткого підходу, є аналогом функції $r(y)$, яка є мірилом задоволення наших бажань у разі чіткого підходу та, прагнучи досягти максимального наближення $\mu(y)$ до $r(y)$, проаналізуємо вид залежностей $\mu_G(y)$, $\mu_C(y)$ на рис. 2 та спробуємо розробити рекомендації з їх формування.

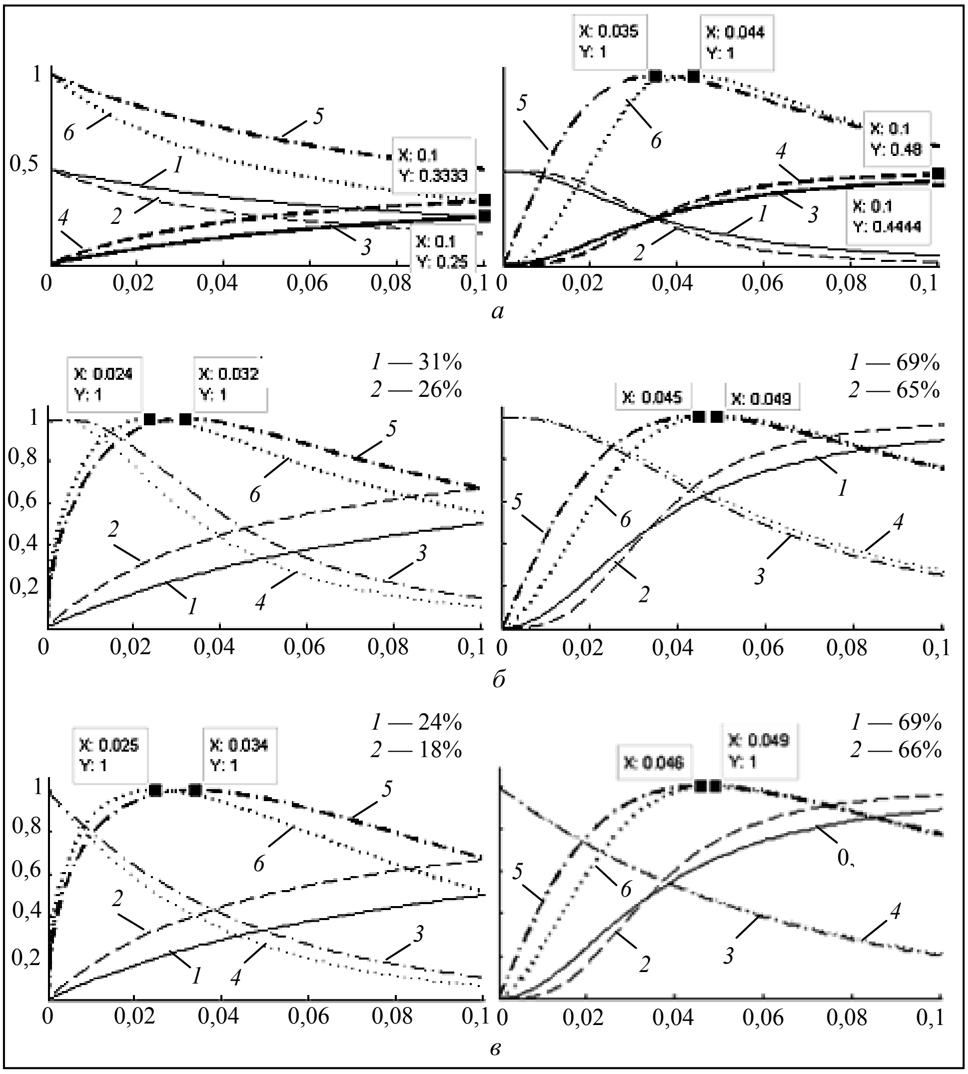

Рис. 2. Порівняння характерних функціональних залежностей при чіткому і нечіткому підходах: *а* (лівий): *1* — $i_1^{(1)}(y)$, *2* — $i_2^{(1)}(y)$, *3* — $j_1(y)=1-i_1(y)$, *4* — $j_2(y)=1-i_2(y)$, *5* — $r_1(y)=(1-i_1(y))/y$, *6* — $r_2(y)=(1-i_2(y))/y$; *а* (правий): *1* — $i_1^{(2)}(y)$, *2* — $i_2^{(2)}(y)$, *3, 4, 5, 6* — як для лівого; *б* (лівий): *1* — $\mu_{G1}^{(1)}(y)$, *2* — $\mu_{G2}^{(1)}(y)$, *3* — $\mu_{C1}^{(1)}(y)$, *4* — $\mu_{C2}^{(1)}(y)$, *5* — $\mu_1(y)$, *6* — $\mu_2(y)$; *б* (правий): *1* — $\mu_{G1}^{(2)}(y)$, *2* — $\mu_{G2}^{(2)}(y)$, *3* — $\mu_{C1}^{(2)}(y)$, *4* — $\mu_{C2}^{(2)}(y)$, *5, 6* — як для лівого; *в* (лівий): *3* — $\mu_{C1(y)}^{(1)}$, *4* — $\mu_{C2(y)}^{(1)}$, *в* (правий): *3* — $\mu_{C1(y)}^{(2)}$, *4* — $\mu_{C2(y)}^{(2)}$, криві *1, 2, 5, 6* для лівого і правого рисунків так само, як для кривих рис. *б* відповідно

Рис. 2,*а* ілюструє чіткий підхід і представляє кількість втраченої інформації (нижні спадні криві), кількість захищеної інформації (нижні зростаючі криві), а також рентабельність (верхні криві) у залежності від розміру інвестицій у випадку дробно-лінійних (зліва) і дробно-нелінійних (справа) залежностей $f_k(y)$, які відображені у функціях $i_1(y)$, $i_2(y)$. Кількість втраченої інформації на k -му об'єкті $(k = 1,2)$ визначається виразом $i_k(y) = g_k f_k(y)$, де покладено $g_k = \frac{1}{2}$ (кількість інформації на об'єктах однакова). Криві 1, 2 на лівій і правій частинах рис. 2,*а* розраховуються за різними виразами, а криві 3–6 — за однаковими.

Рис. 2,*б,в* представляють результати розрахунків за умови нечіткого підходу і зображають функції належності. Зростаючі криві на цих рисунках — функції $\mu_{Gk}(y)$, які відповідають приведеним вище функціям $f_k(y)$: на лівій частині рисунків — дробно-лінійним, на правій — дробно-нелінійним. Нижні спадаючі в основному інтервалі криві — це функції $\mu_{Ck}(y)$ в різних формах: рис. 2,*б* — дзвоноподібна, рис. 2,*в* — експоненціальна. Зазначимо, що необхідність забезпечення максимального співпадіння результатів приводить до того, що використовується лише права частина «дзвону» (рис. 2,б), а ліва потрапляє в нереальну область $y < 0$.

Верхні криві — це віднесені до одиниці функції

$$\mu_k(y) = \mu_{Gk}(y)\mu_{Ck}(y), \qquad (17)$$

які й підлягають порівнянню з приведеними на рис. 2,*а* залежностями $r_k(y)$ для кожного об'єкта. Форми залежностей $r_k(y)$, відповідно до (5), визначаються кривизною ліній $j_k(y)$ (криві 3, 4 на рис. 2,*а*) за умови дробно-лінійного характеру залежностей $f(y)$ зображуються спадними лініями, за умови дробно-нелінійного мають максимум за певного значення y. На рис. 2,*в* наведено розрахункові вирази для кривих 3–4, інші криві розраховані за такими ж виразами, що й на рис. 2,*б*. Квадратами на рисунках позначено максимальні значення залежностей.

При порівнянні залежності $\mu_k(y)$ із функцією $r_k(y)$ ставимо за мету точкове співпадіння цих залежностей: відхилення значень $\mu_k(y)$ від $r_k(y)$ у кожній точці не має перевищувати 10%. На рис.2 наведено відсоток точок, в яких ця умова виконується. У разі дробно-лінійної форми залежності $f(x, y)$ точкове співпадіння не можна вважати задовільним — частка співпадіння менше третини (до 31%). У випадку дробно-нелінійних залежностей $f(x, y)$ відсоток співпадіння $\mu(y)$ з $r(y)$ складає більше двох третин (від 65% до 69%). Таке співпадіння можна вважати задовільним.

Більше інформації від порівняння різних комбінацій функцій належності можна одержати, якщо перейти від двовимірного зображення результатів до тривимірного. На рис. 3 наведено просторову фігуру, яка зображує залежність $\mu(y_1, y_2)$. Форму цієї залежності від двох змінних y_1 та y_2, встановимо з наступних міркувань. Функції належності $\mu_G(y)$ утворюємо на основі залежностей $f(y)$, які визначають форму і значення функції $i(y)$ — відносної кількості втраченої інформації. У системі з двох (або декількох) об'єктів функція $i(y)$ стає сепарабельною: $i(y_1, y_2) = i_1(y_1) + i_2(y_2)$. Це дає підставу вважати, що функція належності $\mu(y_1, y_2)$ також є сепарабельною, оскільки цілі та обмеження формулюються для кожного об'єкта незалежно:

$$\mu(y_1, y_2) = g_1\mu_1(y_1) + g_2\mu_2(y_2). \tag{18}$$

Слід пам'ятати, що нечіткі множини G, C та GC є нормальними, тобто $\sup \mu_G(y) = \sup \mu_C(y) = 1$ та, зрештою, $\sup \mu(y) = 1$. Іншими словами, функції належності $\mu_G(y)$, $\mu_C(y)$ та $\mu(y)$ нормовано до 1.

Просторову фігуру (рис. 3,*а*) побудовано на функціях $\mu_1(y_1)$, $\mu_2(y_2)$ (18). Ці функції розраховуються на основі (17), причому $\mu_{G1}(y_1)$ має дробно-квадратичну, а $\mu_{G2}(y_2)$ — дробно-кубічну форми з рис. 2,*б* (для наочності їх зображено на рис. 3,*а* зростаючими жирними лініями, що виходять з початку координат). Функції $\mu_{C1}(y_1)$ та $\mu_{C2}(y_2)$, які використовуються у розрахунках залежностей $\mu_1(y_1)$, $\mu_2(y_2)$, мають дзвоноподібний характер і зображені кривими 3, 4 на рис. 2,*б*. Таким чином, функції $\mu_1(y_1)$, $\mu_2(y_2)$ мають такий вигляд:

$$\mu_{GC1}(y_1) = \mu_{G1}(y_1)\mu_{C1}(y_1) = \frac{32{y_1}^2}{{x_1}^2 + 32{y_1}^2}\frac{1}{1 + 13(y_1/x_1 - 0{,}008)^2},$$

$$\mu_{GC2}(y_1) = \mu_{G2}(y_2)\mu_{C2}(y_2) = \frac{192{y_2}^3}{{x_2}^3 + 192{y_2}^3}\frac{1}{1 + 11(y_2/x_2 - 0{,}09)^2}.$$

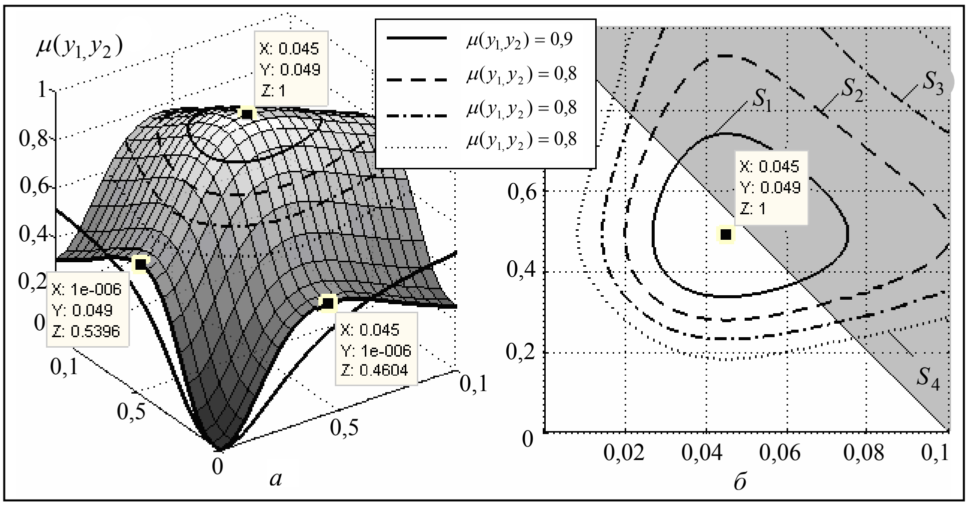

Рис. 3. Просторова фігура $\mu(y_1, y_2)$: *а* — форма фігури; *б* — лінії перерізу на різних рівнях

На рис. 3,*а* показано також лінії, утворені в результаті перерізу просторової фігури горизонтальними площинами, проведеними на рівнях 0,9; 0,8; 0,7 та 0,6 від максимального значення $\mu(y_1, y_2)$. Ці лінії, спроектовані на площину $y_1 0 y_2$, зображено на рис. 3,*б*. Допустимі значення $\{y_1, y_2\}$ знаходяться всередині фігури, обмеженої лінією перерізу і прямою $y_1 + y_2 = 0{,}1$, яка визначає граничну кількість ресурсів захисту (вважаємо її рівною 10% від вартості інформації). Затінена область, що лежить вище прямої, є неробочою. Через $S_i\,(i=\overline{1,4})$ позначено площу області допустимих значень $\{y_1, y_2\}$, що віднесена до всієї робочої області, тобто площі рівнобедреного трикутника зі стороною $0{,}1$. При зниженні рівня перерізу, тобто зменшенні строгості поставлених нечітких умов область допустимих значень $\{y_1, y_2\}$ зростає — від значення $S_1=0{,}135$ на рівні $0{,}9$ до $S_4=0{,}447$ на рівні $0{,}6$. Ці ж області дозволяють визначити межі допустимих відхилень y_1 та y_2 від їх оптимального значення, позначеного квадратом з координатами $y_1^0=0{,}045$, $y_2^0=0{,}049$. Зауважимо, що нижній нуль у позначенні змінної y відноситься до поставленого нечіткого обмеження, а верхній — до оптимального значення, яке враховує обидві нечіткі умови і визначається залежністю $\mu(y)$.

Виникає питання: наскільки чутливі форми і площі областей S_i до виду залежностей $\mu_G(y)$ та $\mu_C(y)$, які формують просторову фігуру? В основному, це питання торкається функцій $\mu_C(y)$, які відрізняються більшою різноманітністю форм. На рис. 4 показано лінії перерізу просторової фігури $\mu(y_1, y_2)$, побудованої на аналогічних, що й у попередньому випадку, функціях $\mu_{Gk}(y_k)$ (13) — дробно-квадратичної для першого об'єкта і дробно-кубічної для другого та різних залежностях $\mu_{Ck}(y_k)$ — симетричній, асиметричній і експоненціальній. На цьому ж рисунку показано лінії перерізу просторової фігури $r(y_1, y_2)$. Квадрати — вершини просторових фігур. Зазначимо, що ці вершини попарно співпадають із графічною точністю (рентабельність $r(y_1, y_2)$ із функцією належності $\mu(y_1, y_2)$ на основі симетричного дзвону та функції належності $\mu(y_1, y_2)$ із асиметричним і експоненціальним характером $\mu_C(y)$).

Розглядаючи співвідношення площ S_i овальних фігур, які визначають області допустимих значень $\{y_1, y_2\}$ як показник ступеню співпадіння чіткого і нечіткого підходів, можемо зробити висновок, що найкращі результати одержано за умови симетричної форми функції $\mu_C(y)$: S_2 ближче всього до S_1 на обох рівнях перерізів — $0{,}9$ та $0{,}8$.

Перехід до тривимірного представлення результатів дає крім того додаткову інформацію: дозволяє сформувати композицію розподілу двох незалежних величин: y_1 та y_2, в межах заданого значення їх суми.

Підбиваючи підсумки, зазначимо наступне. Порівняння двох підходів обумовлене тим, що результати чіткого підходу ґрунтуються на використанні об'єктивних характеристик системи і можуть правити за орієнтир у виборі функцій належності. Труднощі цього вибору посилюються суперечливою позицією сторін, котрі формують функції $\mu_G(y)$ та $\mu_C(y)$, висловлюючись фігурально «менеджера» та «економіста»: перший із них турбується про інформаційну безпеку і зацікавлений у виділенні більшої кількості ресурсів, другий — про фінансовий стан підприємства і прагне до економії ресурсів. Компромісне рішення направлене на досягнення максимальної ефективності інвестицій, основним показником якої є рентабельність. Перша з функцій належності — $\mu_G(y)$ — однозначно зв'язана з функцією вразливості $f(y)$ і може вважатись відомою. Спробуємо встановити подібний зв'язок і для другої функції — $\mu_C(y)$. З цією метою порівняємо положення залежностей $\mu_C(y)$ та $f(y)$ (останні входять у функції $i(y)$). Обмежимось розглядом симетричних залежностей $\mu_C(y)$. Тоді задача зводиться до визначення параметрів y_0 та a (2), котрі забезпечують максимальне співпадіння $\mu(y)$ з $r(y)$ при заданому $f(y)$.

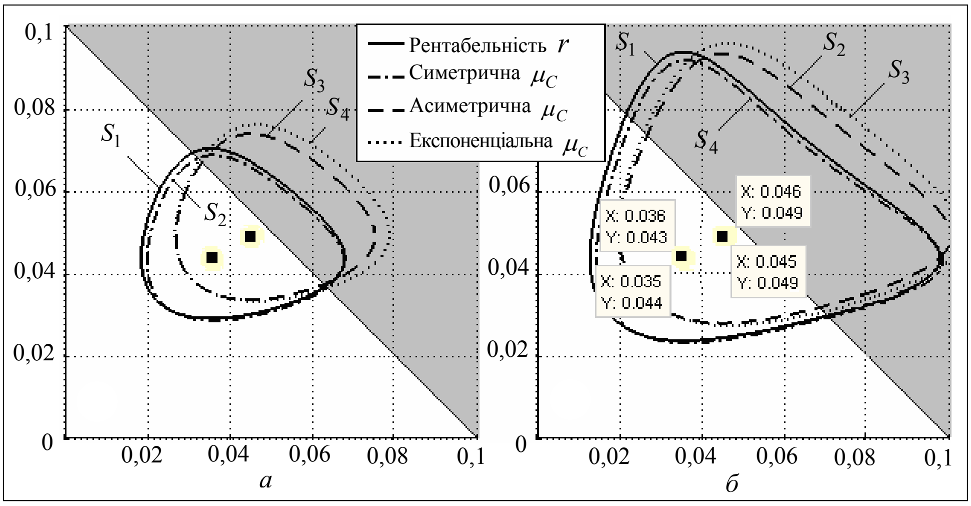

Рис. 4. Лінії перерізу просторових фігур $r(y_1, y_2)$ та $\mu(y_1, y_2)$ при різних варіантах залежності $\mu_{C_k}(y_k)$ на рівнях 0,9 (а) та 0,8 (б)

Порівнюючи рис. 2,*а* з рис. 2,*б* можемо зробити такі висновки:

- У разі дробно-лінійної залежності $f(y)$ (ліва сторона рис. 2,*а*) $y_0 = 0$, отже при формуванні залежності $\mu_C(y)$ залишається підібрати параметр a в (2). У разі збільшення крутизни функції $f(y)$ (перехід від кривої 1 до кривої 2 на рис. 2,*а*) збільшується і крутизна функції $\mu_C(y)$ (криві 3, 4 на рис. 2,*б*). Це забезпечується збільшенням значення a від 26 до 36. Отже, у випадку зменшення вразливості об'єкта, формуючи функцію належності $\mu_C(y)$, необхідно збільшувати параметр a.

- У разі дробно-нелінійного характеру залежності $f(y)$ (права сторона рис. 2,*а*) й зростанні параметрів n та c в (1), яке супроводжується збільшенням крутизни функції $f(y)$ у робочій області (криві 1 та 2), значення y_0 зростає (від $0{,}035$ до $0{,}044$) і, відповідно, збільшується y_0 в залежності $\mu_C(y)$ — від $y_0 = 0{,}003 \cdot x = 0{,}0006$ до $y_0 = 0{,}09 \cdot x = 0{,}018$. Параметр a при цьому змінюється від 13 до 11.

Таким чином, при зростанні нелінійності в $f(y)$ необхідно збільшувати значення y_0, причому ступінь його збільшення зростає зі зростанням строгості поставленого обмеження: чим вужчий дзвін, тим ближче має бути бажане значення y_0 до оптимального значення y^0. У граничному випадку, коли $\mu_C(y)$ переводиться в δ-функцію, $y_0 = y^0$, проте цей варіант суперечить принципам нечітких множин.

Наведені міркування підтверджують, що введене в [6] формулювання вразливості є ключовим у розробці стратегії розподілу ресурсів. Зазначимо, що у [6] мається на увазі статична вразливість, обумовлена початковою, у значній мірі природною захищеністю об'єкта, котра визначається як імовірність витоку інформації за умови відсутності інвестицій в її захист. Динамічна вразливість у [6] визначається через статичну з певними показниками, які мають значення продуктивності інвестицій. У нашому розгляді вразливість залежить безпосередньо від співвідношення ресурсів нападу і захисту. Визначення форми цієї залежності для кожного об'єкта, як і показників продуктивності в моделі [6], є основним завданням економічного менеджменту інформаційної безпеки. Зазначимо також, що використана методика дає якісно схожі результати з методикою Гордона-Лоеба [7], яка знайшла своє емпіричне підтвердження.

ВИСНОВКИ

Встановлено умови, за яких досягається найкраще співпадіння результатів нечіткого і чіткого підходів. Показано, що нечіткий підхід дає змогу оптимізувати показники системи захисту інформації за рахунок раціонального вибору функцій належності, які відображають основну характеристику об'єктів — їх динамічну вразливість. Методика може бути використана в розрахунку допустимих витрат в інформаційних системах із довільною кількістю об'єктів, котрі відрізняються кількістю розміщеної інформації, вразливістю і рівнем допустимих втрат, а також показником, за яким формується нечітка мета. Це може бути допустима кількість вилученої інформації, прибуток від інвестицій у захист інформації, їх рентабельність тощо. Задача також може бути сформульовано відносно сторони нападу — тоді обмеження буде відноситись до допустимих ресурсів нападу, а мета обумовлюватиме нижню границю кількості вилученої інформації.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Zadeh L.A.* Fuzzy sets // Information and Control. — 1965. — № 8. — P. 338–353.
2. *Bellman R.E., Zadeh L.A.* Decision-making in a fuzzy environment // Management Science. — 1970. — **17**, № 4. — P. 141–164.
3. *Кравченко В.І., Левченко Є.Г.* Використання теорії нечітких множин для визначення витрат на захист інформації // НТЖ «Захист інформації». — 2011. — № 1(50). — С. 85–90.
4. *Левченко Є.Г., Рабчун А.О.* Оптимізаційні задачі менеджменту інформаційної безпеки // НТЖ «Сучасний захист інформації». — 2010. — № 1. — С. 16–23.
5. *Gordon L.A., Loeb M.P.* Return on Information Security Investments: Myths vs. Reality // Strategic Finance. — 2002. — November. — P. 26–31.
6. *Gordon L.A., Loeb M.P.* The Economics of Information Security Investment, ACM Transactions on Information and System Security. — 2002. — **5**, № 4, November. — P. 438–457.
7. *Левченко Є.Г., Демчишин М.В., Рабчун А.О.* Математичні моделі економічного менеджменту інформаційної безпеки // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2011. — № 4. — С. 88–96.

Надійшла 20.10.2011