УДК 519.86
DOI: 10.20535/SRIT.2308-8893.2017.2.08

ПРО ДИНАМІКУ ВІДКРИТОЇ ЕКОНОМІЧНОЇ СИСТЕМИ ЗА НАЯВНОСТІ МОНОПОЛІСТІВ І ФІНАНСОВИХ ЗОБОВ'ЯЗАНЬ

А.П. МАХОРТ

Анотація. Досліджено рівновагу відкритої економічної системи, яка складається з ненасичуваних споживачів товарів. Частина споживачів отримує фінансові надходження за рахунок власного виробництва, решта споживачів фінансується із зовнішніх джерел. Розглянуто рівновагу вальрасового типу. Модель економіки враховує наявність монополістів серед виробників товарів і фінансових зобов'язань у суб'єктів економічної системи. Фінансові зобов'язання спричиняють перерозподіл капіталу в економічній системі. Формування споживчих уподобань залежить від фінансових зобов'язань. Для такої економічної системи встановлено умови існування рівноваги. Визначено характеристики стану рівноваги, прийнятного для всіх суб'єктів економічної системи за рівнями споживання. Знайдено обсяги перерозподілу капіталу, за яких рівні споживання перевищуватимуть визначену межу. За еволюцію фінансових зобов'язань запропоновано опис динаміки економічної системи.

Ключові слова: рівновага, монополісти, попит, пропозиція, ціни.

ВСТУП

Моделювання поведінки економічних систем дає змогу виявляти інструменти впливу на них. Застосування інструментів впливу має сприяти усуненню процесів, які негативно діятимуть на економічну систему. Рівноважні підходи дослідження економічних систем надають потрібну для цього інформацію. Використання моделей рівноваги за Вальрасом [1, 2] є результативним щодо виявлення кризових чинників в економічних системах та вказує на засоби усунення їх дії.

Взаємовідносини між учасниками ринку призводять до встановлення певних фінансових зобов'язань. Зокрема, інвестиційна діяльність суб'єктів економічної системи є одним з мотивів появи фінансових зобов'язань. Але залежно від обставин ці зобов'язання можуть бути і кризовими чинниками. А в монополізованих економіках, які вже є потенційно вразливими до дестабілізуючих процесів, навіть незначні дисбаланси можуть істотно посилюватись. Важливо запобігти розвитку таких сценаріїв.

У моделі економіки врахуємо, що наявність фінансових зобов'язань впливатиме на особливості формування споживчих уподобань суб'єктів економічної системи. Крім того, розглядатимемо функціонування економічної системи в динаміці, щоб використати інформацію про еволюцію фінансових зобов'язань.

Мета роботи — з'ясування комбінованого впливу монопольних явищ та необхідності виконання зобов'язань на умови встановлення рівноваги економічної системи. Серед набору ймовірних станів рівноваги виокремлюватимемо лише прийнятні за рівнем споживання для всіх суб'єктів економічної системи.

МОДЕЛЬНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЕКОНОМІЧНОЇ СИСТЕМИ

Розглянемо дискретну динаміку відкритої економічної системи. У кожному періоді функціонування економічна система формуватиметься з l споживачів наявних n різновидів товарів (послуг). Вважатимемо, що стратегії поведінки споживачів передбачають їх ненасичуваність. Це означає, що всі можливі фінансові надходження споживачів витрачатимуться на придбання нових товарів. Одним з джерел фінансових надходжень є реалізація споживачами на ринку своїх надлишкових товарних ресурсів та отримання прибутку. Щодо надлишкових товарних ресурсів, то вони можуть утворюватись у процесі виробництва. Отже, частина споживачів водночас є і виробниками товарів. Будемо вважати, що серед виробників є і монополісти. Інша частина споживачів, яка не вироблятиме власних товарів, отримуватиме фінансування за рахунок перерозподілу прибутків виробників. Перерозподіл здійснюватиметься в результаті оподаткування прибутків.

Споживчі уподобання суб'єктів економічної системи в s-му періоді функціонування описуватимемо за допомогою матриці попиту $C^{\{s\}}=\left\|c_{kj}^{\{s\}}\right\|_{k=1,\, j=1}^{n,\;\; l}$. На формування уподобань впливають різні чинники і ці впливи можна враховувати, якщо ввести функціональну залежність матричних елементів $c_{kj}^{\{s\}}=c_{kj}^{(s)}(\boldsymbol{z}^{\{s\}})$ від обраного чинника $\boldsymbol{z}^{\{s\}}$. Вважатимемо надалі, що характеристика $\boldsymbol{z}^{\{s\}}$ пов'язана з наявністю фінансових зобов'язань одних суб'єктів економічної системи перед іншими. Для визначених фінансових зобов'язань $\boldsymbol{z}^{\{s\}}$ значення величин $c_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}})$ вказуватимуть на обсяг k-го товару, який потрібен j-му споживачу. За вектора цін на товари $p^{\{s\}}=\{p_i^{\{s\}}\}_{i=1}^{n}$ і таких споживчих уподобань суб'єктів економічної системи попит i-го споживача на k-й товар $\Lambda_{ik}^{\{s\}}(p)$ у s-му періоді функціонування матиме вигляд

$$\Lambda_{ik}^{\{s\}}(p)=\frac{c_{ki}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}})p_k^{\{s\}}}{\sum_{j=1}^{n}c_{ji}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}})p_j^{\{s\}}},\quad i=\overline{1,l},\quad k=\overline{1,n},$$

а щоб отримати вираз для попиту на k-й товар в економічній системі $\Phi_k^{\{s\}}$, слід врахувати прибуток споживачів

$$\widetilde{D}_i^{\{s\}}(p^{\{s\}})=y_i^{\{s\}}\sum_{j=1}^{n}c_{ji}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}})p_j^{\{s\}},\quad i=\overline{1,l}. \tag{1}$$

У підсумку матимемо

$$\Phi_k^{\{s\}}=\frac{1}{p_k^{\{s\}}}\sum_{i=1}^{l}\Lambda_{ik}^{\{s\}}(p^{\{s\}})\widetilde{D}_i^{\{s\}}(p^{\{s\}}),\quad k=\overline{1,n}. \tag{2}$$

Величини $y^{\{s\}} = \{y_i^{\{s\}}\}_{i=1}^{l}$ у виразі (1) є ступенями задоволення потреб споживачів і визначають спроможність суб'єктів економічної системи в s-му періоді функціонування забезпечити своєю діяльністю той рівень прибутку, якого буде достатньо для придбання всього (або частини) бажаного набору товарів. Відповідно вони набувають значень в інтервалі $(0,1]$.

Наявні товари в економічній системі є або ж виготовленими в процесі виробництва, або ж такими, що лишились з попередніх періодів функціонування і містилися у запасах суб'єктів економічної системи. Нехай для реалізації на ринку кожен виробник виготовляє лише один тип товару і може мати запас товарів інших виробників, крім, хіба що, товарів монополістів. У s-й період функціонування обсяги випуску нових товарів в економічній системі описуватимемо компонентами вектора $x^{\{s\}} = \{x_i^{\{s\}}\}_{i=1}^{n}$, а обсяги запасів товару визначатимуть компоненти вектора $\{b_{ki}^{1\{s\}}\}_{k=1}^{n}$, $i = \overline{1,n}$. Технологічний процес виготовлення товарів та витрати, пов'язані з ним, характеризуватиме матриця вигляду $\left\| a_{ki}^{\{s\}} + b_{ki}^{\{s\}} / x_i^{\{s\}} \right\|_{k,i=1}^{n}$, де її складові $a_{ki}^{\{s\}}$ визначають поточні витрати на виготовлення одиниці випуску i-го товару в натуральних показниках k-м виробником, а елементи $b_{ki}^{\{s\}}$ стосуються постійних витрат усього виробництва. За такого вигляду технологічної матриці з урахуванням запасів товарів, їх експорту $\{e_i^{\{s\}}\}_{i=1}^{n}$ та імпорту $\{i_i^{\{s\}}\}_{i=1}^{n}$ рівень пропозиції $\Psi_k^{\{s\}}$ k-го товару на ринку становитиме

$$\Psi_k^{\{s\}} = x_k^{\{s\}} - \sum_{i=1}^{n} a_{ki}^{\{s\}} x_i^{\{s\}} - \sum_{i=1}^{n} b_{ki}^{\{s\}} + \sum_{i=1}^{n} b_{ki}^{1\{s\}} - e_k^{\{s\}} + i_k^{\{s\}}, \quad k = \overline{1,n}. \tag{3}$$

Реалізувавши на ринку свою пропозицію товарів, після оподаткування суб'єкти економічної системи матимуть прибуток

$$\widetilde{D}_j^{1\{s\}}(p^{\{s\}}) = \pi_j^{\{s\}} x_j^{\{s\}} \left(p_j^{\{s\}} - \sum_{k=1}^{n} a_{kj}^{\{s\}} p_k^{\{s\}} \right) -$$

$$- \pi_j^{\{s\}} \sum_{k=1}^{n} b_{kj}^{\{s\}} p_k^{\{s\}} + \pi_j^{\{s\}} \sum_{k=1}^{n} b_{kj}^{1\{s\}} p_k^{\{s\}}, \; j = \overline{1,n}.$$

Стратегію оподаткування у s-му періоді функціонування визначатиме вектор $\pi = \{\pi_i\}_{i=1}^{n}$. Наявність фінансових зобов'язань зумовлюватиме появу додаткового перерозподілу капіталу між виробниками

$$\widetilde{D}_j^{\{s\}}(p^{\{s\}}) = \widetilde{D}_j^{1\{s\}}(p^{\{s\}}) + D_j^{\{s\}}, \; j = \overline{1,n}. \tag{4}$$

У наборі величин $z^{\{s\}} = \{D_i^{\{s\}}\}_{i=1}^{n}$ є і додатні, пов'язані з отриманням капіталу, і від'ємні через необхідність здійснення виплат за зобов'язаннями. Для тих суб'єктів економічної системи, які є і виробниками, і споживачами товарів, вираз (1) має збігатися з виразом (4). А прибутки тих споживачів, які не є виробниками, формуватимуться з урахуванням вимоги

$$\sum_{j=n+1}^{l}\widetilde{D}_j^{\{s\}}(p^{\{s\}})=\sum_{j=1}^{n}(1-\pi_j^{\{s\}})D_j^{1\{s\}}(p^{\{s\}})/\pi_j^{\{s\}}.$$

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Висновки про поведінку економічної системи можна зробити за значеннями її характеристик. А всі значення характеристик економічної системи гарантовано визначені лише в одному зі станів рівноваги. Рівновага економічної системи вальрасового типу [1, 2] передбачає, що в кожному періоді функціонування пропозиція товарів в економічній системі перевищує попит на них. Звуження цієї вимоги до випадку рівності попиту і пропозиції дозволить отримати набір лише економічно прийнятних станів економічної системи [1] (тих, які забезпечуватимуть надходження прибутків усім її суб'єктам). На підставі співвідношень (2) і (3) запишемо

$$\frac{1}{p_k^{\{s\}}}\sum_{i=1}^{l}\Lambda_{ik}^{\{s\}}(p^{\{s\}})\widetilde{D}_i^{\{s\}}(p^{\{s\}})=$$

$$=x_k^{\{s\}}-\sum_{i=1}^{n}a_{ki}^{\{s\}}x_i^{\{s\}}-\sum_{i=1}^{n}b_{ki}^{\{s\}}+\sum_{i=1}^{n}b_{ki}^{1\{s\}}-e_k^{\{s\}}+i_k^{\{s\}},\quad k=\overline{1,n},$$

або

$$\sum_{j=1}^{l}c_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}})y_j^{\{s\}}=x_k^{\{s\}}-\sum_{i=1}^{n}a_{ki}^{\{s\}}x_i^{\{s\}}-\sum_{i=1}^{n}b_{ki}^{\{s\}}+$$

$$+\sum_{i=1}^{n}b_{ki}^{1\{s\}}-e_k^{\{s\}}+i_k^{\{s\}},\ \ k=\overline{1,n}. \tag{5}$$

Крім того, з виразів (1) і (4) також випливатимуть рівняння

$$\begin{aligned}&D_j^{\{s\}}+\pi_j^{\{s\}}x_j^{\{s\}}\left(p_j^{\{s\}}-\sum_{k=1}^{n}a_{kj}^{\{s\}}p_k^{\{s\}}\right)-\pi_j^{\{s\}}\sum_{k=1}^{n}b_{kj}^{\{s\}}p_k^{\{s\}}+\\&+\pi_j^{\{s\}}\sum_{k=1}^{n}b_{kj}^{1\{s\}}p_k^{\{s\}}=y_j^{\{s\}}\sum_{i=1}^{n}c_{ij}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}})p_i^{\{s\}},\qquad j=\overline{1,n}.\end{aligned} \tag{6}$$

У системі рівнянь (5), (6) заданими є ті характеристики, на значення яких безпосередньо можуть впливати суб'єкти економічної системи. За наявних фінансових зобов'язань $\boldsymbol{z}^{\{s\}}=\{D_i^{\{s\}}\}_{i=1}^{n}$ споживачі визначаються зі своїми уподобаннями. Не братимемо до уваги випадок, коли всі споживачі не зацікавлені в окремому товарі, а окремий споживач не цікавиться жодним товаром. Вважатимемо, що для коефіцієнтів споживання справедлива оцінка $c_{kj}^{1\{s\}}\le c_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}})\le c^{0}{}_{kj}^{\{s\}}$, а величини $\{c_{kj}^{1\{s\}}\}_{k=1}^{n}$ і $\{c_{kj}^{0\{s\}}\}_{k=1}^{n}$, $i=\overline{1,l}$ — відомі. Вони задають відповідно мінімальний та максимальний набори бажаних товарів, що ними цікавиться i-й споживач, і утворюють матриці $C_{\{s\}}^{1}=\left\|c_{kj}^{1\{s\}}\right\|_{k=1,\,j=1}^{n,\ \ l}$ та $C_{\{s\}}^{0}=\left\|c_{kj}^{0\{s\}}\right\|_{k=1,\,j=1}^{n,\ \ l}$. Мінімальний та максимальний набори виникатимуть унаслідок можливих змін у виплатах фінансових зобов'язань $z^{\{s\}}$. Виробники приймають рішення щодо технологій виготовлення своїх товарів, тому елементи матриць технологічних коефіцієнтів $\left\| a_{kj}^{\{s\}} \right\|_{k,j=1}^{n}$, $\left\| b_{kj}^{\{s\}} \right\|_{k,j=1}^{n}$ мають бути відомими. Відомими будуть і обсяги запасу товарів суб'єктів економічної системи, подані матрицею $\left\| b_{kj}^{1\{s\}} \right\|_{k,j=1}^{n}$. Із технологічним процесом пов'язані і ціни та обсяги випусків товарів. Їх значення залежать від балансу між попитом і пропозицією, який встановлюється внаслідок рівноваги. Виготовлений товар має реалізовуватись на ринку за певною ціною. На ціну виробників товару можуть впливати лише монополісти, але баланс попиту і пропозиції обмежує їх вплив на обсяги випуску товарів. Решта виробників навпаки впливають лише на обсяги випусків товарів, тоді як ціна складатиметься в результаті досягнення рівноваги між попитом і пропозицією. Отже, якщо в економічній системі наявні $n-t$ монополістів, ціни на товари монополістів $(p_{t+1}^{0\{s\}},\dots,p_n^{0\{s\}})$ і обсяги випусків товарів решти виробників $(x_1^{0\{s\}},\dots,x_t^{0\{s\}})$ будуть заданими. Відповідно до економічних реалій також припускатимемо, що і стратегія оподаткування $(\pi_1^{0\{s\}},\dots,\pi_t^{0\{s\}})$ тих виробників, які не є монополістами, і структура зовнішньоекономічних зв'язків, подана векторами $\{e_i^{\{s\}}\}_{i=1}^{n}$ й $\{i_i^{\{s\}}\}_{i=1}^{n}$, є заданими.

Від ситуації на ринку залежать рівні споживання суб'єктів економічної системи, подані компонентами вектора $(y_1^{\{s\}},\dots,y_l^{\{s\}})$, ціни $(p_1^{\{s\}},\dots,p_t^{\{s\}})$, обсяги випусків $(x_{t+1}^{\{s\}},\dots,x_n^{\{s\}})$. Унаслідок антимонопольного регулювання змінюватимуться також рівні оподаткування монополістів $(\pi_{t+1}^{\{s\}},\dots,\pi_n^{\{s\}})$. Значення всіх цих величин залежить від поточного стану рівноваги економічної системи. Отже, систему рівнянь (5), (6) розв'язуватимемо стосовно векторів $\{y_i^{\{s\}}\}_{i=1}^{l}$, $\{p_i^{\{s\}}\}_{i=1}^{t}$, $\{x_i^{\{s\}}\}_{i=t+1}^{n}$ і $\{\pi_i^{\{s\}}\}_{i=t+1}^{n}$. Кожен розв'язок відповідатиме можливому стану рівноваги економічної системи. З набору рівноважних станів виокремлюватимемо лише ті, перебування в яких забезпечуватиме ефективне функціонування її суб'єктам, що можна з'ясувати за компонентами вектора ступенів задоволення потреб споживачів. Вважатимемо, що їх значення мають бути не нижчими за встановлений рівень.

Міжперіодну динаміку економічної системи враховуватимемо за еволюцією фінансових зобов'язань. Тоді зобов'язання змінюватимуться за формулою

$$D_j^{\{s+1\}} = -\lambda_{j_D}^{\{s\}} D_j^{\{s\}},\ \ j=\overline{1,n}.$$

Унаслідок таких змін можна виявити і трансформації характеристик станів рівноваги економічної системи в різних періодах її функціонування:

$$y_k^{\{s+1\}} = \delta_{k_y}^{\{s\}} y_k^{\{s\}},\ \ k=\overline{1,l},$$

$$p_k^{\{s+1\}} = \delta_{k\,p}^{\{s\}} p_k^{\{s\}}, \;\; k = \overline{1,t},$$

$$x_k^{\{s+1\}} = \delta_{k\,x}^{\{s\}} x_k^{\{s\}}, \;\; \pi_k^{\{s+1\}} = \delta_{k\,\pi}^{\{s\}} \pi_k^{\{s\}}, \;\; k = \overline{t+1,n}.$$

СТУПЕНІ ЗАДОВОЛЕННЯ ПОТРЕБ ВИРОБНИКІВ ТОВАРІВ

Вектор ступенів задоволення потреб споживачів $y^{\{s\}} = \{y_i^{\{s\}}\}_{i=1}^{l}$ є важливою характеристикою для встановлення якості стану рівноваги економічної системи. Наявність фінансових зобов'язань впливатиме на рівноважні значення компонентів цього вектора. Поява фінансових зобов'язань у деякому періоді функціонування зумовлено бажанням суб'єктів економічної системи поліпшити умови функціонування. Тоді для кожного суб'єкта економічної системи рівень задоволення потреб, визначений у випадку відсутності фінансових зобов'язань, не повинен знизитись у разі їх появи. Зміну уподобань суб'єктів економічної системи не пов'язуватимемо зі збільшенням, або зменшенням споживання окремих товарів. Отже, тут ідеться не про формальне збільшення обсягів споживання товарів, а саме про рівень задоволення потреб для обраного споживчого набору товарів. З'ясуємо, які обсяги перерозподілу капіталу забезпечуватимуть це. Слід враховувати, що і потреба у додаткових фінансових надходженнях і спроможність робити виплати за зобов'язаннями залежать від рівня прибутку. Тому має бути і зворотний вплив рівнів задоволення суб'єктів економічної системи на обсяги перерозподілу капіталу $\{D_i^{\{s\}}\}_{i=1}^{n}$. Нехай такий зворотний вплив задається виразом

$$D_j^{\{s\}} = \vartheta_j^{\{s\}} \mathrm{F}_j^{\{s\}}(y_1^{\{s\}},\ldots,y_n^{\{s\}}), \;\; F_j^{\{s\}}(y_1^{\{s\}},\ldots,y_n^{\{s\}}) \ge 0, \;\; j = \overline{1,n}, \tag{7}$$

де сталі $\{\vartheta_i^{\{s\}}\}_{i=1}^{n}$ набувають значення 1, або –1 залежно від знака величин $\{D_i^{\{s\}}\}_{i=1}^{n}$.

Нехай $A^{\{s\}} = \left\| a_{kj}^{\{s\}} \right\|_{k,j=1}^{n}$ є нерозкладною матрицею зі спектральним радіусом меншим за одиницю. Тоді, увівши позначення

$$d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) = \sum_{i=1}^{n} (E - A^{\{s\}})_{ki}^{-1} c_{ij}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}),$$

$$b_k^{\{s\}} = x_k^{\{s\}} - \sum_{i=1}^{n} (E - A^{\{s\}})_{ki}^{-1} \left[\sum_{j=1}^{n} b_{ij}^{\{s\}} - \sum_{j=1}^{n} b_{tj}^{1\{s\}} + e_i^{\{s\}} - i_i^{\{s\}} \right],$$

систему рівнянь (5) можна подати у вигляді

$$\sum_{j=1}^{l} d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) y_j^{\{s\}} = b_k^{\{s\}}, \;\; k = \overline{1,n}. \tag{8}$$

Знайдемо вектори $\{y_i^{\{s\}}\}_{i=1}^{l}$ й $\{D_i^{\{s\}}\}_{i=1}^{n}$, які задовольнятимуть систему рівнянь (7), (8). Обсяги випусків $(x_1^{\{s\}},\ldots,x_t^{\{s\}})$ задано, тому і величини

$(b_1^{0\{s\}},\dots,b_t^{0\{s\}})$ будуть заданими. Їх значення мають бути лише додатними унаслідок спектральних властивостей матриці $A^{\{s\}}$ і того, що пропозиція товарів в економічній системі не може бути від'ємною. Рівняння (7) з відомою правою частиною дають змогу визначити рівноважні значення ступенів задоволення потреб кожного суб'єкта економічної системи $\{y_i^{m\{s\}}\}_{i=1}^{l}$ у випадку відсутності фінансових зобов'язань $\boldsymbol{z}^{\{s\}}=0$ [3, 4]. Щоб фінансові зобов'язання не призводили до зниження рівнів задоволення потреб споживачів, слід вимагати виконання оцінок $y_i^{\{s\}} \ge y_i^{m\{s\}}$, $i=\overline{1,n}$. Використаємо алгоритм, запропонований у праці [4]. Нехай коливання обсягів перерозподілу капіталу в економічній системі відбуваются у межах $D_j^{m\{s\}} \le \left|D_j^{\{s\}}\right| \le D_j^{M\{s\}}$, $j=\overline{1,n}$ та узгоджені з оцінками на коефіцієнти споживання $c_{kj}^{1\{s\}} \le c_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) \le c_{kj}^{0\{s\}}$.

Задамо константи $\Delta_0^{\{s\}}$, $\Delta_1^{\{s\}}$ за умови, що вони задовольнятимуть нерівності

$$\sum_{j=n+1}^{l} d_{kj}^{1\{s\}} y_{kj}^{m\{s\}} - y_k^{m\{s\}}\Delta_1^{\{s\}} \le b_k^{0\{s\}} - \Delta_0^{\{s\}} b_k^{0\{s\}} \le \sum_{j=n+1}^{l} d_{kj}^{0\{s\}} - \Delta_1^{\{s\}}, \quad k=\overline{1,t}. \quad (9)$$

З урахуванням цього виберемо сукупність параметрів $(\alpha_1,\dots,\alpha_t,$ $\alpha_{t+1}^1,\dots,\alpha_n^1)$, за якими побудуємо величини $\{\beta_i\}_{i=1}^n$:

$$\beta_j^{\{s\}} = \Delta_1^{\{s\}}\alpha_j^{\{s\}} + \sum_{k=1}^{t}\alpha_k^{\{s\}} d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}), \quad j=\overline{1,t},$$

$$\beta_j^{\{s\}} = \Delta_0^{\{s\}}\alpha_j^{1\{s\}} + \sum_{k=1}^{t}\alpha_k^{\{s\}} d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}), \quad j=\overline{t+1,n}.$$

Будемо вважати, що для них виконуватимуться оцінки

$$y_j^{m\{s\}} \le \beta_j^{\{s\}} \le 1, \quad j=\overline{1,n},$$

якщо

$$d_{kj}^{0\{s\}} = \sum_{i=1}^{n}(E-A^{\{s\}})_{ki}^{-1} c_{ij}^{0\{s\}} \ge d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) \ge d_{kj}^{1\{s\}} = \sum_{i=1}^{n}(E-A^{\{s\}})_{ki}^{-1} c_{ij}^{1\{s\}}.$$

Рівноважні компоненти вектора ступенів задоволення потреб споживачів $y_1^{\{s\}},\dots,y_n^{\{s\}}$ визначатимемо з оптимізаційної задачі

$$\min_{(y_1^{\{s\}},\dots,y_n^{\{s\}})} \mathcal{F}^{\{s\}}, \quad \mathcal{F}^{\{s\}} = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}[\beta_j^{\{s\}} - y_j^{\{s\}}]^2 \quad (10)$$

за додаткових вимог

$$\sum_{j=1}^{n} d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) y_j^{\{s\}} + \Delta_1^{\{s\}} y_k^{\{s\}} = \Delta_0^{\{s\}} b_k^{0\{s\}}, \quad k=\overline{1,t}. \quad (11)$$

Теорема 1. Нехай для заданих значень сталих $\Delta_0^{\{s\}}$, $\Delta_1^{\{s\}}$ і параметрів $(\alpha_{t+1}^{1\{s\}},\dots,\alpha_n^{1\{s\}})$ з умов

$$y_j^{m\,\{s\}} \le \sigma_m^{\{s\}}\left(\Delta_1^{\{s\}} + \sum_{k=1}^{t} d_{kj}^{1\,\{s\}}\right) \le \sigma_M^{\{s\}}\left(\Delta_1^{\{s\}} + \sum_{k=1}^{t} d_{kj}^{0\,\{s\}}\right) \le 1, \quad j = \overline{1,t},$$

$$y_j^{m\,\{s\}} - \Delta_0^{\{s\}}\alpha_{\ j}^{1\{s\}} \le \sigma_m^{\{s\}}\sum_{k=1}^{t} d_{kj}^{1\,\{s\}} \le \sigma_M^{\{s\}}\sum_{k=1}^{t} d_{kj}^{0\,\{s\}} \le 1 - \Delta_0^{\{s\}}\alpha_j^{1\,\{s\}}, \quad j = \overline{t+1,n}$$

вибрано величини $\sigma_m^{\{s\}}$, $\sigma_M^{\{s\}}$ так, щоб виконувалися нерівності

$$\frac{\Delta_0^{\{s\}}}{(\Delta_1^{\{s\}})^2}\left(b_j^{0\,\{s\}} - \sum_{j=t+1}^{n} d_{kj}^{1\,\{s\}}\alpha_{\ j}^{1\{s\}}\right) -$$

$$-\frac{\sigma_m^{\{s\}}}{(\Delta_1^{\{s\}})^2}\left(\sum_{j=1}^{t}\sum_{i=1}^{n} d_{\ ki}^{1\{s\}} d_{\ ji}^{1\{s\}} + \Delta_1^{\{s\}}\sum_{j=1}^{t} d_{kj}^{1\,\{s\}} + \Delta_1 \sum_{j=1}^{t} d_{jk}^{1\,\{s\}}\right) \le \sigma_M^{\{s\}}, \quad k = \overline{1,t},$$

$$\frac{\Delta_0^{\{s\}}}{(\Delta_1^{\{s\}})^2}\left(b_j^{0\,\{s\}\,0\{s\}}{}_{k} - \sum_{j=t+1}^{n} d_{kj}^{0\,\{s\}}\alpha_j^{1\,\{s\}}\right) -$$

$$-\frac{\sigma_M^{\{s\}}}{(\Delta_1^{\{s\}})^2}\left(\sum_{j=1}^{t}\sum_{i=1}^{n} d_{ki}^{0\,\{s\}} d_{ji}^{0\,\{s\}} + \Delta_1^{\{s\}}\sum_{j=1}^{t} d_{kj}^{0\,\{s\}} + \Delta_1 \sum_{j=1}^{t} d_{jk}^{0\,\{s\}}\right) \ge \sigma_m^{\{s\}}, \quad k = \overline{1,t}.$$

Тоді за обмежень на коефіцієнти споживання $c_{kj}^{1\,\{s\}} \le c_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) \le c_{kj}^{0\,\{s\}}$ існуватиме розв'язок оптимізаційної задачі (10), (11) $y_1^{\{s\}},\ldots,y_n^{\{s\}}$, який набуватиме значень у множині $\{[y_i^{m\,\{s\}},1],\ j=\overline{1,n}\}$. Цьому розв'язку відповідатиме оптимальний обсяг перерозподілу капіталу, який задовольняє рівняння (7) і міститься в діапазоні $D_j^{m\,\{s\}} \le \left|D_j^{\{s\}}\right| \le D_j^{M\,\{s\}}$, $j=\overline{1,n}$.

Доведення. Оптимізаційна задача (9), (10) приводитиме до функції Лагранжа вигляду

$$\mathcal{L}^{\{s\}} = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}[\beta_j^{\{s\}} - y_j^{\{s\}}]^2 + \sum_{k=1}^{t}\lambda_k^{\{s\}}\left[\sum_{j=1}^{n} d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}})y_j^{\{s\}} + \Delta_1^{\{s\}}y_k^{\{s\}} - \Delta_0^{\{s\}}b_k^{0\,\{s\}}\right].$$

Із необхідних і достатніх умов існування мінімуму екстремальних задач випливатиме вимога

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial^2\mathcal{L}^{\{s\}}}{\partial y_i^{\{s\}}\partial y_j^{\{s\}}}\boldsymbol{y}_i\boldsymbol{y}_j = \sum_{k=1}^{n}\boldsymbol{y}_k^2 > 0,$$

яка виконуватиметься для будь-якого довільно вибраного ненульового вектора $(\boldsymbol{y}_1,\ldots,\boldsymbol{y}_n)$, і з'являтимуться рівняння

$$\frac{\partial\mathcal{L}^{\{s\}}}{\partial y_j^{\{s\}}} = y_j^{\{s\}} - \beta_j^{\{s\}} + \sum_{k=1}^{t}\lambda_k^{\{s\}}(\Delta_1^{\{s\}}\delta_{kj} + d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}})) = 0, \quad j=\overline{1,n}, \qquad (12)$$

$$\frac{\partial\mathcal{L}^{\{s\}}}{\partial \lambda_k^{\{s\}}} = \sum_{j=1}^{n} d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}})y_j^{\{s\}} + \Delta_1^{\{s\}}y_k^{\{s\}} - \Delta_0^{\{s\}}b_k^{0\,\{s\}} = 0, \quad k=\overline{1,t}. \qquad (13)$$

Із виразів (12), (13) отримаємо рівняння на множники Лагранжа $\{\lambda_i^{\{s\}}\}_{i=1}^t$:

$$(\alpha_k^{\{s\}}-\lambda_k^{\{s\}})=\frac{\Delta_0^{\{s\}}}{(\Delta_1^{\{s\}})^2}\left(b^0{}_k^{\{s\}}-\sum_{j=t+1}^{n}d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}})\alpha^1{}_j^{\{s\}}\right)-$$

$$-\frac{1}{\Delta_1^{\{s\}}}\sum_{j=1}^{t}d_{jk}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}})(\alpha_j^{\{s\}}-\lambda_j^{\{s\}})-$$

$$-\frac{1}{(\Delta_1^{\{s\}})^2}\sum_{j=1}^{t}\left[\sum_{i=1}^{n}d_{ki}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}})d_{ji}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}})\right](\alpha_j^{\{s\}}-\lambda_j^{\{s\}})-$$

$$-\frac{1}{\Delta_1^{\{s\}}}\sum_{j=1}^{t}d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}})(\alpha_j^{\{s\}}-\lambda_j^{\{s\}}),\ \ k=\overline{1,t}. \tag{14}$$

Вираз (12) визначатиме функціональну залежність $y_k^{\{s\}}=$ $=y_k^{\{s\}}(\alpha_1^{\{s\}}-\lambda_1^{\{s\}},\ldots,\alpha_t^{\{s\}}-\lambda_t^{\{s\}})$, $k=\overline{1,n}$, тому $F_j^{\{s\}}(y_1^{\{s\}},\ldots,y_n^{\{s\}})=$ $=F^*{}_j^{\{s\}}(\alpha_1^{\{s\}}-\lambda_1^{\{s\}},\ldots,\alpha_t^{\{s\}}-\lambda_t^{\{s\}})$, $k=\overline{1,n}$. Відповідно вирази (7) і (14) можуть бути трансформовані до вигляду

$$\left|D_j^{\{s\}}\right|=F_j^{*\{s\}}(\alpha_1^{\{s\}}-\lambda_1^{\{s\}},\ldots,\alpha_t^{\{s\}}-\lambda_t^{\{s\}}),\quad j=\overline{1,n},$$

$$\alpha_k^{\{s\}}-\lambda_k^{\{s\}}=\Theta_k^{\{s\}}(\alpha_1^{\{s\}}-\lambda_1^{\{s\}},\ldots,\alpha_t^{\{s\}}-\lambda_t^{\{s\}}),\quad k=\overline{1,t}.$$

Отже, оптимальні обсяги перерозподілу капіталу визначатимуться за множниками Лагранжа. З умов теореми випливатиме, що множина

$$\mathcal{M}_\lambda^{\{s\}}=\left\{\alpha_k^{\{s\}}-\lambda_k^{\{s\}}\in R,\ \left|\frac{\sigma_M^{\{s\}}+\sigma_m^{\{s\}}}{2}-\alpha_k^{\{s\}}-\lambda_k^{\{s\}}\right|\le\frac{\sigma_M^{\{s\}}-\sigma_m^{\{s\}}}{2},\ k=\overline{1,t}\right\}$$

переводитиметься оператором $\{\Theta_k^{\{s\}}(\alpha_1^{\{s\}}-\lambda_1^{\{s\}},\ldots,\alpha_t^{\{s\}}-\lambda_t^{\{s\}})\}_{i=1}^t$ сама в себе. Тому теореми про нерухому точку [5] гарантуватимуть існування ненульових множників Лагранжа $\{\lambda_i^{\{s\}}\}_{i=1}^t$, діапазон значень яких $\sigma_m^{\{s\}}\le\alpha_k^{\{s\}}-\lambda_k^{\{s\}}\le$ $\le\sigma_M^{\{s\}}$, $k=\overline{1,t}$. Визначення множників Лагранжа одразу дозволить визначити оптимальні обсяги перерозподілу капіталу.

За таких значень множників Лагранжа та обсягів перерозподілу капіталу компоненти вектора ступенів задоволення потреб споживачів, які розв'язуватимуть оптимізаційну задачу (10), (11), розраховуватимуться за формулами

$$y_j^{\{s\}}=\Delta_1^{\{s\}}(\alpha_j^{\{s\}}-\lambda_j^{\{s\}})+\sum_{k=1}^{t}(\alpha_k^{\{s\}}-\lambda_k^{\{s\}})d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}),\ \ j=\overline{1,t},$$

$$y_j^{\{s\}}=\Delta_0^{\{s\}}\alpha^1{}_j^{\{s\}}+\sum_{k=1}^{t}(\alpha_k^{\{s\}}-\lambda_k^{\{s\}})d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}),\ \ j=\overline{t+1,n},$$

і задовольнятимуть обмеження $y_i^{\{s\}}\ge y_i^{m\{s\}}$, $i=\overline{1,n}$. Теорему доведено.

Якщо знайдені за допомогою оптимізаційної задачі (10), (11) компоненти $\{y_i^{\{s\}}\}_{i=1}^n$ вектора ступенів задоволення потреб споживачів є рівноважними, вони мають задовольняти рівняння (8). Визначимо ступені задоволення потреб чистих споживачів $\{y_i^{\{s\}}\}_{i=n+1}^l$ так, щоб ця вимога виконувалась.

РІВНОВАЖНІ СТУПЕНІ ЗАДОВОЛЕННЯ ПОТРЕБ СПОЖИВАЧІВ

Відповідно до алгоритму, запропонованому у праці [4], щоб знайти компоненти вектора $\{y_i^{\{s\}}\}_{i=n+1}^l$, сформулюємо задачу

$$\min_{(\tilde{y}_{n+1},\ldots,\tilde{y}_l)} \tilde{\mathcal{F}}^{\{s\}}, \quad \tilde{\mathcal{F}}^{\{s\}} = \frac{1}{2}\sum_{j=n+1}^{l}[\tilde{\beta}_j^{\{s\}} - \tilde{y}_j^{\{s\}}]^2 \tag{15}$$

за додаткових вимог

$$b_k^{0\{s\}} - \Delta_0^{\{s\}} b_k^{0\{s\}} + \Delta_1^{\{s\}} y_k^{\{s\}} = \sum_{j=n+1}^{l} d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) - \sum_{j=n+1}^{l} d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}})\tilde{y}_j^{\{s\}}, \quad k = \overline{1,t}; \tag{16}$$

$$0 \le \tilde{y}_k^{\{s\}} \le 1 - y_k^{m\{s\}}, \quad k = \overline{n+1,l}, \tag{17}$$

де введено допоміжний вектор $\{\tilde{y}_i^{\{s\}}\}_{i=n+1}^l$ з компонентами $\tilde{y}_i^{\{s\}} = 1 - y_i^{\{s\}}$.

Теорема 2. Нехай виконуються умови (9), матриця $C_{\{s\}}^1$ не містить нульових рядків і стовпців, а матриця $A^{\{s\}}$ нерозкладна зі спектральним радіусом меншим за одиницю.

Існує сукупність параметрів $\{\alpha_i^{1\{s\}}\}_{i=1}^t$ і $\{\beta_i^{1\{s\}}\}_{i=1}^t$, для яких розв'язок оптимізаційної задачі (15) з

$$\tilde{\beta}_j^{\{s\}} = \beta_j^{1\{s\}} - \sum_{k=1}^{t} \alpha_k^{1\{s\}} d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}), \quad j = \overline{n+1,l}$$

задовольнятиме обмеження (17) і рівності (16).

Доведення. Функцію Лагранжа для оптимізаційної задачі (15)–(17) можна подати у вигляді

$$\tilde{\mathcal{L}}^{\{s\}} = \frac{1}{2}\sum_{j=n+1}^{l}[\tilde{\beta}_j^{\{s\}} - \tilde{y}_j^{\{s\}}]^2 + \sum_{j\in[n+1,l]} \chi_j^{\{s\}}[\tilde{y}_j^{\{s\}} - 1 + y_j^{m\{s\}}] +$$

$$+\sum_{k=1}^{t}\lambda_k^{1\{s\}}\left[\sum_{j=n+1}^{l} d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) - \sum_{j=n+1}^{l} d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}})\tilde{y}_j^{\{s\}} - b_k^{0\{s\}} + \Delta_0^{\{s\}} b_k^{0\{s\}} - \Delta_1^{\{s\}} y_k^{\{s\}}\right].$$

Розв'язок задачі (15) – (17) має бути додатним і задовольняти рівняння:

$$\frac{\partial \mathcal{L}^1}{\partial \tilde{y}_j^{\{s\}}} = \tilde{y}_j^{\{s\}} - \beta_j^{1\{s\}} + \sum_{k=1}^{t}\alpha_k^{1\{s\}} d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) -$$

$$-\sum_{k=1}^{t}\lambda_k^{1\{s\}} d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) + \chi_j^{\{s\}} = 0, \; j = \overline{n+1,l}, \tag{18}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}^1}{\partial \lambda_k^{1\{s\}}} = \sum_{j=n+1}^{l} d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) -$$

$$-\sum_{j=n+1}^{l} d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}})\widetilde{y}_j^{\{s\}} - b_k^{0\{s\}} + \Delta_0^{\{s\}} b_k^{0\{s\}} - \Delta_1^{\{s\}} y_k^{\{s\}} = 0, \;\; k = \overline{1,t}.$$

Такий розв'язок забезпечуватиме мінімум функціонала $\widetilde{\mathcal{F}}^{\{s\}}$, оскільки за будь-якого довільно вибраного ненульового вектора $(\boldsymbol{y}_{n+1},\ldots,\boldsymbol{y}_l))$ виконуватиметься вимога

$$\sum_{j=n+1}^{l}\sum_{i=n+1}^{l} \frac{\partial^2 \widetilde{\mathcal{L}}^{\{s\}}}{\partial \widetilde{y}_i \partial \widetilde{y}_j} \boldsymbol{y}_i \boldsymbol{y}_j = \sum_{s=n+1}^{l} \boldsymbol{y}_s^2 > 0.$$

В оптимізаційній задачі (15)–(17) наявні обмеження в формі нерівностей, унаслідок чого за теоремою Куна–Таккера [6] додатково вимагатимемо виконання умов

$$\chi_j^{\{s\}} \ge 0, \quad \chi_j^{\{s\}}[\widetilde{y}_j^{\{s\}} - 1 + y_j^{m\{s\}}] = 0, \quad j \in [n+1, l]. \qquad (19)$$

На підставі виразу (18) отримаємо

$$\chi_j^{\{s\}} = \beta_j^{1\{s\}} - \widetilde{y}_j^{\{s\}} - \sum_{k=1}^{t} \alpha_k^{1\{s\}} d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) + \sum_{k=1}^{t} \lambda_k^{1\{s\}} d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}), \quad j \in [n+1, l].$$

Тому з вимог (19) випливатимуть рівності

$$\widetilde{y}_j^{\{s\}} = 1 - y_j^{m\{s\}}, \quad j \in \widetilde{M}_1,$$

$$\beta_j^{1\{s\}} - \widetilde{y}_j^{(s)} - \sum_{k=1}^{t} \alpha_k^{1\{s\}} d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) + \sum_{k=1}^{t} \lambda_k^{1\{s\}} d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) = 0, \quad j \in \widetilde{M}_2, \qquad (20)$$

де $\bigcup_{i=1}^{2} \widetilde{M}_i = [n+1, l]$. Тоді запишемо рівняння на множники Лагранжа $\{\lambda_i^{1\{s\}}\}_{i=1}^{t}$:

$$b_k^{0\{s\}} - \Delta_0^{\{s\}} b_k^{0\{s\}} + \Delta_1^{\{s\}} y_k^{\{s\}} - \sum_{j=n+1}^{l} d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) + \sum_{j \in M_1} d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}})(1 - y_j^{m\{s\}}) =$$

$$= \sum_{i \in \widetilde{M}_2} d_{ki}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) \beta_i^{1\{s\}} + \sum_{j=1}^{t} \left[\sum_{i \in \widetilde{M}_2} d_{ki}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) d_{ji}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) \right] \left(\lambda_j^{0\{s\}} - \alpha_j^{1\{s\}} \right), \quad k = \overline{1,t}.$$

Спектральні властивості матриці $A^{\{s\}}$ і вимоги до матриці $C_{\{s\}}^1$ дадуть змогу виконати оцінку

$$\sum_{i \in M_2} d_{ki}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) d_{ji}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) \ge \min_{i \in [n+1, l]} d_{ki}^{1\{s\}} d_{ji}^{1\{s\}} > 0, \quad k, j = \overline{1,t}.$$

Це означатиме, що матриця $\left\| \sum_{i \in \widetilde{M}_2} d_{ki}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) d_{ji}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) \right\|_{k,j=1}^{t}$ додатна. Нехай $\{\lambda_i^{1\{s\}} - \alpha_i^{1\{s\}} - v_i^{\{s\}}\}_{i=1}^{t}$ — її пероновий вектор, який відповідає власному значенню $\widetilde{\lambda}^{\{s\}}$. Рівняння на множники Лагранжа подамо у вигляді

$$b_k^{0\{s\}} - \Delta_0^{\{s\}} b_k^{0\{s\}} + \Delta_1^{\{s\}} y_k^{\{s\}} - \sum_{j=n+1}^{l} d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) + \sum_{j \in M_1} d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}})(1 - y_j^{m\{s\}}) =$$

$$= \sum_{i \in \widetilde{M}_2} d_{ki}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) \beta_i^{1\{s\}} + \sum_{j=1}^{t} \left[\sum_{i \in \widetilde{M}_2} d_{ki}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) d_{ji}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) \right] v_j^{\{s\}} +$$

$$+ \widetilde{\lambda}^{\{s\}} (\lambda_k^{1\{s\}} - \alpha_k^{1\{s\}} - v_k^{\{s\}}), \quad k = \overline{1, t}.$$

звідки випливатиме, що для гарантованого існування ненульових множників Лагранжа $\{\lambda_i^{1\{s\}}\}_{i=1}^t$ достатньо відповідним чином підібрати компоненти векторів $\{\alpha_i^{1\{s\}}\}_{i=1}^t$ і $\{v_i^{\{s\}}\}_{i=1}^t$.

За вектором $\{\lambda_i^{1\{s\}} - \alpha_i^{1\{s\}}\}_{i=1}^t$ зі співвідношення (20) визначимо вектор $\{\widetilde{y}_i^{\{s\}}\}_{i=n+1}^l$, на якому досягатиметься мінімум функціонала $\widetilde{\mathcal{F}}^{\{s\}}$. Вибором значень сукупності параметрів $\{\beta_i^{1\{s\}}\}_{i \in \widetilde{M}_2}$ досягнемо того, щоб його компоненти мали лише додатні значення. За рахунок вибору $\{\beta_i^{1\{s\}}\}_{i \in \widetilde{M}_1}$ забезпечуватиметься і вимога $\chi_j^{\{s\}} > 0$, $j \in \widetilde{M}_1$.

Теорему доведено.

Унаслідок зв'язку між компонентами векторів $\{\widetilde{y}_i^{\{s\}}\}_{i=n+1}^l$ і $\{y_i^{\{s\}}\}_{i=n+1}^l$ з обмежень (16), (17) випливатимуть і обмеження на компоненти вектора $\{y_i^{\{s\}}\}_{i=n+1}^l$:

$$b_k^{0\{s\}} - \Delta_0^{\{s\}} b_k^{0\{s\}} + \Delta_1^{\{s\}} y_k^{\{s\}} = \sum_{j=n+1}^{l} d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) y_j^{\{s\}}, \quad k = \overline{1, t},$$

$$y_k^{m\{s\}} \le y_k^{\{s\}} \le 1, \quad k = \overline{n+1, l}.$$

За таких умов значення всіх ступенів задоволення потреб споживачів $\{y_i^{\{s\}}\}_{i=1}^l$ задовольнятимуть рівняння (8), тобто є рівноважними. Крім того, вони гарантуватимуть, що наявність фінансових зобов'язань не призводитиме до зниження рівнів задоволення потреб споживачів порівняно з випадом відсутності зобов'язань.

ЦІНОУТВОРЕННЯ В ЕКОНОМІЧНІЙ СИСТЕМІ

Ціна є результатом домовленості між покупцем і власником товару, тобто результатом збалансування попиту і пропозиції (6). Ціни мають бути додатними. З'ясуємо, чи раніше визначені рівноважні ступені задоволення потреб споживачів забезпечуватимуть цю вимогу. З урахуванням умови щодо спектрального радіуса матриці $A^{\{s\}}$ вираз (6) трансформуємо до вигляду операторного рівняння

$$p_k^{\{s\}} = \mathcal{P}_k^{\{s\}}(p^{\{s\}}), \quad k = \overline{1, t}; \tag{21}$$

$$\mathscr{P}_k^{\{s\}}(p^{\{s\}}) = \sum_{j=1}^{t}(E - A^{\{s\}})_{jk}^{-1} \times$$

$$\times\left[\sum_{i=t+1}^{n} a_{ij}^{\{s\}} p_i^{0\{s\}} - D_j^{\{s\}} + \frac{1}{x_j^{0\{s\}}}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{y_j^{\{s\}}}{\pi_j^{0\{s\}}} c_{ij}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) + b_{ij}^{\{s\}} - b_{ij}^{1\{s\}}\right)p_i^{\{s\}}\right].$$

Вважатимемо, що для обсягів перерозподілу капіталу з діапазону $D_j^{m\{s\}} \le \left|D_j^{\{s\}}\right| \le D_j^{M\{s\}}$, $j = \overline{1,n}$, справедлива оцінка

$$\sum_{j=1}^{t}(E - A^{\{s\}})_{jk}^{-1} \times$$

$$\times\left[\sum_{i=t+1}^{n} a_{ij}^{\{s\}} p_i^{0\{s\}} - D_j^{\{s\}} + \frac{y^{m\{s\}}_j}{\pi_j^{0\{s\}} x_j^{0\{s\}}}\sum_{i=1}^{n} c_{ij}^{1\{s\}} p^{0\{s\}}_i + \frac{1}{x^{0\{s\}}_j}\sum_{i=t+1}^{n} b_{ij}^{\{s\}} p_i^{0\{s\}}\right] > 0, \quad (22)$$

а рівень запасів товарів у суб'єктів економічної системи в s-му періоді функціонування (щодо запасів товарів монополістів, то лише вони можуть здійснювати продаж своїх товарів) узгоджуватиметься з обмеженням

$$\frac{y_j^{m\{s\}}}{\pi^{0\{s\}}_j} c^{1\{s\}}_{ij} + b_{ij}^{\{s\}} - b_{ij}^{1\{s\}} \ge 0, \quad i, j = \overline{1,t}. \quad (23)$$

Вищий рівень запасів може призводити до надлишкового нагромадження товарів, що несприятливо впливатиме на існування відповідних виробництв, а економічно прийнятні для всіх суб'єктів економічної системи стани рівноваги не реалізовуватимуться.

За умови виконання нерівностей (22), (23) для всіх ступенів задоволення потреб споживачів, які можуть бути розв'язками екстремальних задач (10), (11) і (15)–(17), додатний розв'язок рівняння (21) існуватиме, якщо справедлива оцінка [7]

$$\sum_{k=1}^{t}\sum_{j=1}^{t}(E - A^{\{s\}})_{jk}^{-1}\frac{1}{x_j^{0\{s\}}}\max_{i\in[1,t]}\left(\frac{1}{\pi^{0\{s\}}_j} c_{ij}^{0\{s\}} + b_{ij}^{\{s\}} - b_{ij}^{1\{s\}}\right) < 1.$$

Для рівноважних значень ступенів задоволення потреб споживачів і визначених за ними оптимальних обсягів перерозподілу капіталу можна записати аналітичний вираз розв'язку системи рівнянь (21)

$$p_i^{\{s\}} = \sum_{j=1}^{t}(E - \boldsymbol{\mathscr{H}}^{\{s\}})_{ji}^{-1} \times$$

$$\times\left(\sum_{k=t+1}^{n}\left[a_{kj}^{\{s\}} + \frac{1}{x_j^{0\{s\}}} b_{kj}^{\{s\}} + \frac{y_j^{\{s\}}}{\pi_j^{0\{s\}} x_j^{0\{s\}}} c_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}})\right] p^{0\{s\}}_k - D_j^{\{s\}}\right), \; i = \overline{1,t},$$

якщо матриця $\boldsymbol{\mathscr{H}}^{\{s\}} = \left\| a_{kj}^{\{s\}} + \frac{1}{x_j^{0\{s\}}} b_{kj}^{\{s\}} - \frac{1}{x_j^{0\{s\}}} b^{1\{s\}}_{kj} + \frac{y_j^{\{s\}}}{\pi_j^{0\{s\}} x_j^{0\{s\}}} c_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) \right\|_{k,j=1}^{t}$

буде невиродженою, інакше рівноважні значення цін розраховуватимуться за допомогою рівняння (21).

На відміну від цін рівноважні обсяги випуску товарів монополістами $(x_{t+1},\ldots,x_n)$ однозначно визначаються ступенями задоволення потреб споживачів

$$x_k^{\{s\}} = \sum_{j=1}^{l} d_{kj}^{\{s\}}(\boldsymbol{z}^{\{s\}}) y_j^{\{s\}} +$$

$$+\sum_{i=1}^{n}(E - A^{\{s\}})_{ki}^{-1}\left[\sum_{j=1}^{n} b_{ij}^{\{s\}} - \sum_{j=1}^{n} b_{ij}^{1\{s\}} + e_i^{\{s\}} - i_i^{\{s\}}\right], \quad k = \overline{t+1,n}.$$

Стан рівноваги економічної системи в s-му періоді її функціонування, який задається певними значеннями характеристик $\{y_i^{\{s\}}\}_{i=1}^{l}$, $\{p_i^{\{s\}}\}_{i=1}^{t}$, $\{x_i^{\{s\}}\}_{i=t+1}^{n}$, є одним з можливих. Забезпечити саме його реалізацію може вибір відповідної стратегії оподаткування. Якщо рівні оподаткування монополістів $\{\pi_i^{\{s\}}\}_{i=t+1}^{n}$ набуватимуть значень

$$\pi_j^{\{s\}} = \frac{\sum_{k=1}^{t} c_{kj}^{\{s\}}(\overline{\boldsymbol{z}}^{\{s\}})\overline{y}_j^{\{s\}}\overline{p}_k^{\{s\}} + \sum_{k=t+1}^{n} c_{kj}^{\{s\}}(\overline{\boldsymbol{z}}^{\{s\}})\overline{y}_j^{\{s\}} p_k^{0\{s\}} - \overline{D}_j^{\{s\}}}{p_j^{0\{s\}}\overline{x}_j^{\{s\}} - \sum_{k=1}^{t}(a_{kj}^{\{s\}}\overline{x}_j^{\{s\}} + b_{kj}^{\{s\}} - b_{kj}^{1\{s\}})\overline{p}_k^{\{s\}} - \sum_{k=t+1}^{n}(a_{kj}^{\{s\}}\overline{x}_j^{\{s\}} + b_{kj}^{\{s\}})p_k^{0\{s\}}},$$

$$j = \overline{t+1,n}.$$

то за обсягів перерозподілу капіталу $\overline{\boldsymbol{z}}^{\{s\}} = \{\overline{D}_i^{\{s\}}\}_{i=1}^{n}$ розв'язком рівнянь рівноваги (5), (6) будуть вектори $\{\overline{y}_i^{\{s\}}\}_{i=1}^{l}$, $\{\overline{p}_i^{\{s\}}\}_{i=1}^{t}$, $\{\overline{x}_i^{\{s\}}\}_{i=t+1}^{n}$.

Аналіз динаміки трансформацій рівноважних станів економічної системи в різних періодах її функціонування виконуватиметься за спостереженнями змін значень набору параметрів $\{\lambda_{i_D}^{\{s\}}\}_{i=1}^{l}$, $\{\delta_{k_y}^{\{s\}}\}_{i=1}^{l}$, $\{\delta_{i_p}^{\{s\}}\}_{i=1}^{t}$, $\{\delta_{i_x}^{\{s\}}\}_{i=t+1}^{n}$, $\{\delta_{i_\pi}^{\{s\}}\}_{i=t+1}^{n}$. Слід зауважити, що в $s+1$-му періоді функціонування економічної системи деякі з рівноважних характеристик можуть бути зафіксовані з огляду на рівноважні значення s-го періоду, тоді решта характеристик визначатимуться за ними. Наприклад, за відомих рівнів задоволення потреб споживачів $\{y_i^{\{s+1\}}\}_{i=1}^{l}$ визначатимуться ціни та обсяги випусків товарів $\{p_i^{\{s+1\}}\}_{i=1}^{t}$, $\{x_i^{\{s+1\}}\}_{i=1}^{n}$, а якщо за цінами попереднього s-го періоду вибирати бажану зміну рівнів цін у $s+1$-му періоді $\{\delta_{i_p}^{\{s\}}\}_{i=1}^{t}$, то з умов рівноваги визначатимуться вектори $\{y_i^{\{s+1\}}\}_{i=1}^{l}$ і $\{x_i^{\{s+1\}}\}_{i=t+1}^{n}$. Для цього випадку функціональна залежність $\vartheta_j^{\{s+1\}}\mathrm{F}_j^{\{s+1\}}(y_1^{\{s+1\}},\ldots,y_n^{\{s+1\}})$, $j=\overline{1,t}$ обсягів перерозподілу капіталу в економічній системі може бути задана у вигляді

$$D_j^{\{s+1\}} = \pi_j^{0\{s+1\}}\sum_{k=1}^{n} b_{kj}^{\{s+1\}}\delta_{k_p}^{\{s\}} p_k^{\{s\}} + y_j^{\{s\}}\sum_{k=1}^{n} c_{kj}^{\{s+1\}}(\boldsymbol{z}^{\{s+1\}})\delta_{k_p}^{\{s\}} p_k^{\{s\}} -$$

$$-\pi^{0}{}_j^{\{s+1\}} x_j^{0\{s+1\}}\left(\delta_{j_p}^{\{s\}} p_j^{\{s\}} - \sum_{k=1}^{n} a_{kj}^{\{s+1\}}\delta_{k_p}^{\{s\}} p_k^{\{s\}}\right) -$$

$$-\pi_j^{0\,\{s+1\}} \sum_{k=1}^{n} b_{kj}^{1\,\{s\}} \delta_{k\,p}^{\{s\}} p_k^{\{s\}}, \; j = \overline{1,t}.$$

Тоді обсяги перерозподілу капіталу в економічній системі залежатимуть від досягнення бажаного рівня цін.

ВИСНОВКИ

Результатом дослідження є з'ясування впливу наявності фінансових зобов'язань та пов'язаного з ними перерозподілу капіталу в економічній системі на умови встановлення рівноваги, або балансу попиту і пропозиції. Розглянуто взаємозалежність досягнення певних рівнів задоволення потреб суб'єктів економічної системи та величин обсягів перерозподілу їх капіталу. Ураховано, що стратегії поведінки споживачів ґрунтуються на намірі витратити весь наявний фінансовий ресурс на придбання нових товарів або послуг.

На підставі запропонованого раніше алгоритму визначення станів рівноваги економічної системи за наявності монополістів [4], який враховує можливість впливу додаткових чинників на формування споживчих уподобань (тут враховувався вплив фінансових зобов'язань), наведено характеристики прийнятного для всіх суб'єктів економічної системи стану рівноваги. Прийнятність оцінюється за значеннями рівнів задоволення потреб споживачів.

Наведено засоби аналізу можливих сценаріїв еволюції економічної системи. Функціонування економічної системи розбито на окремі послідовні періоди, у кожному з яких система досягає стану рівноваги. Зв'язок між характеристиками економічної системи в різних періодах її функціонування будується на основі припущення про динаміку змін фінансових зобов'язань.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гончар М.С.* Математичні основи інформаційної економіки / М.С. Гончар. — К.: Ін-т теорет. фізики, 2007. — 464 с.
2. *Debreu G.* Existence of competitive equilibrium / G. Debreu // Handbook of Mathematical Economics, ed. by K.J.Arrow and M.D.Intriligator. — Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1982. — Vol. II. — P. 698–742.
3. *Махорт А.Ф.* Оптимизация негативных влияний монополизма на состояние экономической системы / А.Ф. Махорт // Проблемы управления и информатики. — 2007. — № 1. — С. 146–153.
4. *Махорт А.П.* Про алгоритми визначення станів рівноваги відкритої економічної системи за наявності монополістів / А.П. Махорт // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2016. — № 4. — С. 95–107.
5. *Канторович Л.В.* Функциональный анализ / Л.В. Канторович, Г.П. Акилов. — М.: Наука, 1977. — 442 с.
6. *Пшеничный Б.Н.* Метод линеаризации / Б.Н. Пшеничный. — М.: Наука, 1983. — 136 с.
7. *Махорт А.Ф.* О влиянии зависимости структуры потребления товаров от цены на равновесие в экономической системе / А.Ф. Махорт // Кибернетика и системный анализ. — 2015. — № 2. — С. 52–61.

Надійшла 07.04.2017