

УДК 623.71

*Іван Іванович Мусієнко,
Наталія Ігорівна Литвиненко*

МЕТОД ВИБОРУ РАЦІОНАЛЬНИХ МАРШРУТІВ ПЕРЕСУВАННЯ РУХОМИХ ОБ'ЄКТІВ У НЕБЕЗПЕЧНИХ ЗОНАХ

Рухомі об'єкти (РО) доцільно класифікувати за формою (площинні, лінійні, точкові, розподілені); за розмірами (малорозмірні, великорозмірні); за характером (об'єкти безперервного руху, об'єкти з дискретним пересуванням); за швидкістю пересування (швидкісні, об'єкти повільного руху). До лінійних рухомих об'єктів належать, наприклад, колони військ (сил) на марші. До розподілених рухомих об'єктів відносяться такі, що складаються з окремих точкових елементів. Об'єкти з дискретним пересуванням — це такі об'єкти, які періодично змінюють місце дислокації або протягом пересування в район призначення роблять зупинки (привали). По відношенню до можливостей підрозділу охорони об'єкт є швидкісним, якщо швидкість його пересування більша, ніж максимально можлива швидкість пересування підрозділу охорони. Об'єкти повільного руху, навпаки, характеризуються значно меншою швидкістю пересування, що дає змогу здійснювати бойовий супровід при його прикритті двома дивізіонами. Одним із великорозмірних рухомих об'єктів, що потребує вогневого прикриття, є окрема механізована бригада, яка здійснює марш у новий позиційний район згідно з планом перегрупування військ. До точкових (малорозмірних) рухомих об'єктів повільного руху можна віднести розвідувально-диверсійні групи (ДРГ) (як свої, так і ДРГ противника).

Суто РО можна формально подати у вигляді множини точок на місцевості, координати яких змінюються в часі.

Головними показниками ефективності пересування РО в небезпечних зонах є ймовірність виявлення противником та час його руху до об'єкта. Ці показники взаємно суперечливі — для прихованого виходу потрібно вибирати маршрути прихованого висування, які не є найкоротшими; пересування, як правило, здійснюється вночі при

невеликій швидкості руху. Пересування в зонах видимості постів спостереження потребує підвищення ступеня маскуванню, що також зменшує швидкість пересування. Усе це призводить до надмірних витрат часу і до небезпеки не вкластись у директивний термін.

Важливою особливістю є те, що факт і момент виявлення РО противником невідомий. Факт виявлення стає відомим лише після виявлення переслідування чи після активної вогневої протидії противника. Деякі операції (наприклад, вогневі засідки, нальоти) виявляють себе зразу ж після початку бою. Виявлення РО в тилу противника, як правило, призводить до зриву маршу і потребує енергійних дій щодо відриву від противника, який переслідує, і виводу основного складу в безпечне місце з метою збереження сил. Тому для маршрутів вимушеного відходу чи запланованого виходу РО з бою повинні використовуватись показники, що враховують місця розташування гарнізонів, вогневих опорних пунктів, блок-постів, резервів противника та часу їх пересування на перехват частини, що відходить. Маршрути відходу повинні обходити такі вогнебезпечні місця. Пошук таких маршрутів може здійснюватись за критерієм мінімальної вогневої небезпеки.

Ймовірність виявлення РО противником залежить від місць розташування постів спостереження, від тактико-технічних характеристик засобів спостереження, розмірів та конфігурації зон виявлення. На розміри й конфігурацію зон виявлення істотно впливають рельєф місцевості, характер природних маскувальних емоностей.

Так, одержано математичні співвідношення для визначення часу пересування по маршруту в зонах з різними рівнями небезпеки виявлення та ураження в умовах невизначеності відносно системи спостереження й ураження противника [1].

Метою статті є розроблення методу оптимізації маршрутів пересування РО в небезпечних зонах.

Для досягнення визначеної мети у статті вирішуються такі завдання: формулюються показники ефективності прихованого пересування РО та критерії оптимальності маршруту; розробляються алгоритми оптимізації маршрутів за цими критеріями.

Задача визначення оптимальних маршрутів є багатокритеріальною із достатньо великою множиною факторів, що впливають на якість маршруту в реальних умовах. Тому в процесі вирішення такої задачі необхідно використовувати показники, що максимально враховують вплив цієї множини факторів. При цьому бажано, щоб часткові показники ефективності були однорідними за фізичним змістом. Така однорідність може бути досягнута, якщо врахувати одну важливу особливість — ймовірність виявлення РО противником залежить від часу його перебування у відповідних зонах виявлення.

Щодо цього часу можна стверджувати таке.

Із двох маршрутів руху більш доцільним є той, що забезпечує менший час перебування РО в зонах виявлення. Якщо цей час в обох маршрутах однаковий, то перевагу потрібно віддати маршруту з найменшим загальним часом його подолання.

Таким чином, раціональний маршрут руху повинен забезпечувати мінімальний час перебування в небезпечних для РО зонах, тобто в зонах виявлення засобів розвідки (зонах спостереження). Якщо існують маршрути, що огинають ці небезпечні зони, то серед них потрібно вибирати маршрут із мінімальним часом його подолання.

Таке визначення раціональності маршруту дає можливість сформулювати систему показників його ефективності [1]: час пересування по маршруту (показник нульового рангу); час пересування в зонах із різним рівнем небезпеки виявлення (показник прихованості r -го рангу); показник прихованості маршруту в умовах невизначеності відносно системи спостереження противника; час пересування в зонах із різним ступенем небезпеки ураження (показник вогневої небезпеки u -го рангу).

Критерії оптимальності маршруту.

Критерій 1. В умовах, коли рухомий об'єкт пересується в районі, де відсутня небезпека його виявлення, з двох маршрутів руху більш доцільним є той, що забезпечує менший час пересування.

Критерій 2. В умовах, коли рухомий об'єкт пересується в районі, де існує велика небезпека його виявлення, а час руху не обмежений, із двох маршрутів руху більш

доцільним є той, що забезпечує меншу ймовірність його виявлення противником.

Критерій 3. В умовах, коли рухомий об'єкт пересується в районі, де існує велика небезпека його виявлення, а час руху обмежений, із двох маршрутів руху більш доцільний той, що забезпечує меншу ймовірність його виявлення противником за умови, що час пересування не перевищує директивного часу.

Критерій 4. В умовах, коли рухомий об'єкт пересується в районі, де існує велика небезпека його вогневого ураження, а час руху обмежений, із двох маршрутів руху більш доцільним є той, що забезпечує меншу ймовірність його ураження противником за умови, що час пересування не перевищує директивного часу.

Теоретичною основою для розроблення алгоритмів та програм пошуку раціональних маршрутів пересування сил і засобів є відомі алгоритми пошуку найкоротших шляхів у графах (у мережах) [2].

Модель пересування. Розіб'ємо район, що аналізується, мережею з однаковим кроком d . У результаті розбивки отримаємо $m \times n$ точок на місцевості цього району. Будемо вважати, що з кожної точки РО може рухатися до сусідніх вузлів в одному з 8-ми напрямків, як показано на рисунку 1. Представивши ці точки як вузли, а їхні взаємозв'язки як дуги, отримаємо мережу, яку будемо називати восьмизв'язковою прямокутною мережею можливих пересувань.

Окрему дугу $(i, j) \rightarrow (i + \alpha, j + \beta)$, де $\alpha \in \{-1, 0, +1\}$, $\beta \in \{-1, 0, +1\}$ назовемо елементарним шляхом. В загальному випадку кожна дуга характеризується часом пересування РО по елементарному шляху $T_{i, j \rightarrow i + \alpha, j + \beta}$ та ймовірністю його виявлення на ньому $P_{i, j \rightarrow i + \alpha, j + \beta}$, $\alpha \in \{-1, 0, +1\}$, $\beta \in \{-1, 0, +1\}$.

Пару індексів (i, j) назовемо індексним елементом, який позначимо літерою k або q . Порядковий номер індексного елемента обчислюється за формулою $k = i + n(j - 1)$. Таким чином, при різних значеннях $i \in I = \{1, 2, \dots, m\}$, $j \in J = \{1, 2, \dots, n\}$ маємо цілком певне значення k . І, навпаки, кожному значенню $k \in K = \{1, 2, \dots, M\}$, де $M = m \cdot n$, відповідає цілком певна пара значень індексів (i, j) .

У загальному випадку кожен елементарний шлях характеризується числом C_{kq} , $k=1, 2, \dots, M$; $q=1, 2, \dots, M$. Це число називатимемо ціною елементарного шляху. У часткових випадках, що відповідають критеріям 1 або 2, ціна елементарного шляху є скаляром, тобто $C_{kq} = T_{kq}$, або $C_{kq} = P_{kq}$.

Множина цін C_{kq} становить матрицю переходів мережі. Компоненти матриці переходів мають такі значення: $C_{kq} = \infty$, якщо вузли k та q безпосередньо не зв'язані дугою.

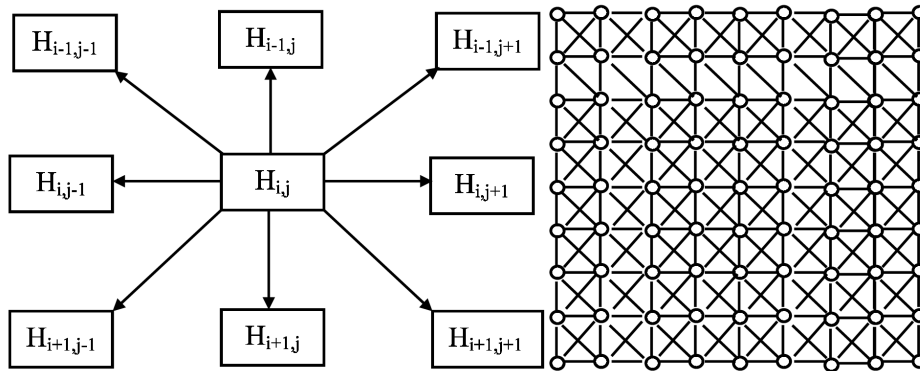


Рис. 1. Модель пересування

Якщо ж вузли k та q безпосередньо зв'язані дугою $k \rightarrow q$, то відповідна компонента матриці залежно від критерію, який використовується, дорівнює: 1) $C_{kq} = T_{kq}$ (критерій й1) або 2) $C_{kq} = P_{kq}$ (критерій й2).

Визначимо компоненти матриці C_{kq} .

Загальний час пересування по маршруту. Розрахуємо час пересування по елементарному шляху $k \rightarrow q$:

$$T_{kq} = \frac{\Delta l_{kq}}{V(\beta_{kq})}, \quad (1)$$

$$\text{де } \beta_{kq} = \arctan\left(\frac{H_k - H_q}{\Delta l_{kq}}\right)$$

$\Delta l_{kq} = d$ при пересуванні по стороні квадрата і $\Delta l_{kq} = d\sqrt{2}$ при пересуванні по діагоналі квадрата.

Нехай маршрут включає p елементарних пересувань на відстань Δl_u , $u=1, 2, \dots, p$ залежно від напрямку руху. Тоді загальний час руху дорівнює:

$$T = \sum_{u=1}^p T_u = \sum_{u=1}^p \frac{\Delta l_u}{V(\beta_u)}$$

Ймовірність виявлення РО при його пересуванні по маршруту. Ймовірність виявлення РО на елементарному шляху $k \rightarrow q$ дорівнює: $R_{kq} = 1 - e^{-\gamma_{kq} T_{kq}}$, а ймовірність пропуску (невиявлення) — $\bar{R}_{kq} = e^{-\gamma_{kq} T_{kq}}$, де T_{kq} — час пересування по елементарному шляху $k \rightarrow q$, що визначається формулою (1); γ_{kq} — миттєва ймовірність виявлення РО на елементарному шляху $k \rightarrow q$. Нехай, як і раніше, маршрут включає p елементарних пересувань на відстань Δl_u , $u=1, 2, \dots, p$. Тоді ймовірність виявлення РО на маршруті визначається формулою:

$$R = 1 - \prod_{u=1}^p (1 - R_u) = 1 - e^{-\sum_{u=1}^p \gamma_u T_u}$$

Таким чином, визначено час пересування T та ймовірність виявлення РО R при його пересуванні по цілком певному маршруту.

Нехай у мережі можливих пересувань (рис. 1) потрібно знайти оптимальний шлях від вихідного вузла $s \in K$ до кінцевого вузла $r \in K$.

Введемо параметр

$$x_{kq} = \begin{cases} 1, & \text{якщо дуга належить обраному шляху;} \\ 0, & \text{у протилежному випадку.} \end{cases}$$

Формулювання задач оптимізації маршруту. Відповідно трьом критеріям, що визначені раніше, надамо математичне формулювання трьох задач оптимізації маршруту.

1. Задача оптимізації маршруту за критерієм мінімального часу пересування (критерій 1):

а) знайти набір $X = \{x_{kq}\}$, що мінімізує

$$T(X) = \sum_{k=1}^M \sum_{q=1}^M T_{kq} x_{kq} \quad (2)$$

б) та задовольняє обмеженням

$$\begin{aligned} \sum_{q=1}^M x_{kq} - \sum_{i=1}^M x_{ik} &= 1, \quad k = s; \\ \sum_{q=1}^M x_{kq} - \sum_{i=1}^M x_{ik} &= 0, \quad k \in K \setminus \{s, r\}; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \sum_{q=1}^M x_{kq} - \sum_{i=1}^M x_{ik} &= -1, \quad k = r; \\ x_{kq} &\geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, M; \quad q = 1, 2, \dots, M. \end{aligned}$$

2. Задача оптимізації маршруту за критерієм мінімальної ймовірності виявлення РО на маршруті висування (критерій 2):

а) знайти набір $X = \{x_{kq}\}$, що мінімізує

$$R(X) = 1 - \prod_{k=1}^M \prod_{q=1}^M e^{-\gamma_{kq} T_{kq} x_{kq}} \quad (4)$$

б) та задовольняє обмеженням (3).

Співвідношення (4) перетворюється до вигляду:

$$R(X) = 1 - \prod_{k=1}^M \prod_{q=1}^M e^{-\gamma_{kq} T_{kq} x_{kq}} = 1 - e^{-\sum_{k=1}^M \sum_{q=1}^M \gamma_{kq} T_{kq} x_{kq}} = 1 - e^{-\Gamma(X)}$$

звідки видно, що максимум функції $R(X)$ досягається, коли мінімального значення набуває функція:

$$\Gamma(X) = \sum_{k=1}^M \sum_{q=1}^M \gamma_{kq} T_{kq} x_{kq} \quad (5)$$

Ця властивість дозволяє замість задачі нелінійного програмування (4), (3) вирішувати еквівалентну їй задачу лінійного програмування: знайти набір $X = \{x_{kq}\}$, що мінімізує (5) при обмеженнях (3).

3. Задача оптимізації маршруту за критерієм мінімальної ймовірності виявлення РО на маршруті висування за умови, що час пересування не перевищує директивного часу (критерій 3): знайти набір $X = \{x_{kq}\}$, що мінімізує

$$\Gamma(X) = \sum_{k=1}^M \sum_{q=1}^M \gamma_{kq} T_{kq} x_{kq}. \quad (6)$$

при обмеженнях

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{q=1}^M x_{kq} - \sum_{q=1}^M x_{kq} &= 1, \quad k = s; \\ \sum_{q=1}^M x_{kq} - \sum_{q=1}^M x_{kq} &= 0, \quad k \in K \setminus \{s, r\}; \\ \sum_{q=1}^M x_{kq} - \sum_{q=1}^M x_{qk} &= -1, \quad k = r; \\ \sum_{k=1}^M \sum_{q=1}^M T_{kq} x_{kq} &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$x_{kq} \geq \{0, 1\}, \quad k = 1, 2, \dots, M; \quad q = 1, 2, \dots, M. \quad (8)$$

Алгоритми розв'язання задач оптимізації маршрутів пересування РО. Задачі 1, 2, 3 є задачами лінійного програмування, методи розв'язання яких відомі [4]. Особливістю задач 1, 2, 3 є те, що вони становлять окремий клас задач лінійного програмування, так званих задач пошуку оптимальних шляхів у графах (на мережах). З огляду на цю особливість застосуємо один із методів розв'язання задач такого класу, що спирається на поняття двоїстості задач лінійного програмування [3].

Алгоритм розв'язання задачі оптимізації маршруту за критерієм мінімального часу пересування.

Сформулюємо задачу, що є двоїстою до вихідної задачі (2)-(3): знайти набір $Y = \{y_k\}$, що максимізує

$$\tilde{T}(Y) = y_s - y_r \quad (9)$$

при обмеженнях

$$\begin{aligned} y_k - y_q &\leq T_{kq}, \\ k &= 1, 2, \dots, M; \quad q = 1, 2, \dots, M; \end{aligned} \quad (10)$$

Алгоритм розв'язання задачі (9)-(10) складається з кінцевого числа ітерацій. В обчислювальному процесі відшуковуються значення двоїстих змінних. На попередньому кроці приймається $y_r = 0$, а всі інші $y_k = \infty$. Якщо в мережі залишається хоча б одна дуга (k, q) така, що $y_k > T_{kq} + y_q$, то відповідне значення y_k змінюється на $T_{kq} + y_q$. У протилежному випадку — зупинка алгоритму (задачу вирішено).

Таким чином, значення y_k послідовно зменшуються, поки умова (10) не буде виконана для всіх дуг. Алгоритм сходиться за кінцеве число кроків за умови, що сума T_{kq} вздовж будь-якого контуру, що міститься в мережі, не є від'ємною. Для задач, що вирішуються, ця умова виконується, оскільки коефіцієнти цільових функцій є невід'ємними.

Насправді, за допомогою цього алгоритму відшуковуються найкоротші маршрути з усіх вузлів у кінцевий вузол r . Для визначення найкоротшого шляху для будь-якого вузла s знаходять дугу (s, t) , для якої $y_s - y_t = T_{st}$. Алгоритм гарантує, що є, принаймні, одна така дуга. Аналогічно у вузлі t знаходять дугу (t, u) таку, що $y_t - y_u = T_{tu}$. Продовжуючи рухатися по мережі подібним способом, знаходять маршрут, що призводить у кінцевому результаті у вузол r .

Алгоритм розв'язання задачі оптимізації маршруту за критерієм мінімальної ймовірності виявлення РО на маршруті висування.

Задачі (2)-(3), (5) відповідає двоїста задача: знайти набір $Y = \{y_k\}$, що максимізує

$$\tilde{\Gamma}(Y) = y_s - y_r \quad (11)$$

при обмеженнях

$$\begin{aligned} y_k - y_q &\leq \gamma_{kq} T_{kq}, \\ k &= 1, 2, \dots, M; \quad q = 1, 2, \dots, M. \end{aligned} \quad (12)$$

Як видно, задача (11)-(12) за структурою аналогічна попередній задачі. Тому алгоритм її розв'язання аналогічний алгоритму, який щойно розглянуто.

Алгоритм розв'язання задачі оптимізації маршруту за критерієм мінімальної ймовірності виявлення РО при умові, що час його пересування не перевищує директивного часу (критерій 3).

Задача (6)-(8) є більш складною. Це ускладнення пов'язано з додатковим обмеженням (8), в результаті чого задача стає цілочисловою і для її вирішення потрібно за-

стосовувати відповідні алгоритми цілочислового (дискретного) лінійного програмування [5], які, як відомо, відносяться до алгоритмів експоненціальної складності.

Разом із тим, можна показати, що в цьому випадку задачу можна трансформувати до задачі поліноміальної складності.

Задачі (6)-(8) відповідає двоїста задача: знайти набір $Y_0 = \{y_0, y_1, y_2, \dots, y_M\}$, що максимізує

$$\tilde{\Gamma}(Y) = y_s - y_r + y_0 T_0 \quad (13)$$

при обмеженнях

$$y_k - y_q + y_0 T_{kq} \leq \gamma_{kq} T_{kq}, \quad (14)$$

$$k = 1, 2, \dots, M; q = 1, 2, \dots, M.$$

Задача (13)-(14) відрізняється від класичної (11)-(12) наявністю єдиної додаткової змінної y_0 . При фіксованому значенні y_0 задача (13)-(14) перетворюється до виду: знайти набір $Y = \{y_k\}$, що максимізує

$$\tilde{\Gamma}(Y, y_0) = y_s - y_r + y_0 T_0$$

при обмеженнях

$$y_k - y_q \leq \gamma_{kq} T_{kq} - y_0 T_{kq} = B_{kq}, \quad (15)$$

$$k = 1, 2, \dots, M; q = 1, 2, \dots, M.$$

Нехай $\tilde{\Gamma}(y_0) = \min_{Y \in \Omega(y_0)} \tilde{\Gamma}(Y, y_0)$, де $\Omega(y_0)$ —

множина значень вектора Y , що задовольняє умови (15). Таким чином, отримано функцію одної змінної $\tilde{\Gamma}(y_0)$. Для мінімізації цієї функції можна використати будь-який із відомих алгоритмів мінімізації функції одної змінної. Нехай $y_0 = y_0^*$ — оптимальне значення функції (15). Тоді набір змінних прямої задачі $X^* = \{x_{kq}^*\}$, що відповідає цьому значенню, є розв'язком задачі (6)-(8).

Таким чином, можна зробити висновки: сформульовані три типи показників, за якими можна оцінювати ефективність пе-

ресування рухомого об'єкта по маршруту, а саме: час пересування по маршруту; час пересування в зонах із різним рівнем безпеки виявлення; час пересування в зонах із різним ступенем небезпеки ураження. Цим показникам відповідають цілком певні критерії, які можуть використовуватись для вирішення відповідних задач оптимізації з використанням математичного методу пошуку найкоротшого шляху в ациклічній мережі, який конкретизовано та адаптовано до структури задачі, що вирішується. Надано відповідно трьом критеріям математичне формулювання задачі оптимізації маршруту за критерієм мінімального часу пересування, задачі оптимізації маршруту за критерієм мінімальної ймовірності виявлення РО на маршруті висування, задачі оптимізації маршруту за критерієм мінімальної ймовірності виявлення РО на маршруті висування при умові, що час пересування не перевищує директивного часу, та розроблено алгоритми їх розв'язання. Одержані результати становлять наукову основу для побудови та програмної реалізації методики вибору раціональних маршрутів виходу РО в район виконання операції.

Література

1. Іваницький Р. С. Показники ефективності прихованого висування розвідувальних підрозділів до об'єкта розвідки / Р. С. Іваницький, І. І. Мусієнко // Честь і закон. — Х.: Військ. ін-т ВВ МВС України, 2003. — № 1. — С. 11—14.
2. Вагнер Г. Основы исследования операций / Г. Вагнер. — М.: Изд-во "Мир", 1973. — 486 с.
3. Гольштейн Е. Г. Задачи линейного программирования транспортного типа / Е. Г. Гольштейн, Д. Б. Юдин. — М.: Наука, 1969. — 382 с.
4. Возможности современных компьютерных технологий щодо інформаційного забезпечення планування та проведення спеціальних операцій сил спеціального призначення / І. О. Кириченко, С. Є. Кучерина, І. І. Мусієнко, І. А. Пегахін // Зб. наук. пр. — Х.: ХВУ, 2004. — Вип. 5 (27). — С. 115—121.
5. Раскин Л. Г. Многоиндексные задачи линейного программирования / Л. Г. Раскин, И. О. Кириченко. — М.: Радио и связь, 1982. — 238 с.

В статье формулируются показатели эффективности скрытого перемещения движущихся объектов и критериев оптимальности маршрута, определяются задачи оптимизации маршрута перемещения движущихся объектов за данными критериями и разрабатываются алгоритмы их решения.

Ключевые слова: перемещение, скрытность, оптимизация, рациональный маршрут, движущиеся объекты.

In the article the indexes of efficiency of the hidden movement of moving objects and the criteria of optimality of the route are formulated, the tasks of optimization of the route of moving objects according to the given criteria and the algorithms of their solution are defined.

Key words: movement, secrecy, optimization, rational route, moving objects.