УДК 621.391: 621.396

Іван Никифорович Мєшков
Сергій Петрович Колачов
Володимир Анатолійович Мусієнко
Володимир Володимирович Малишкін

ОБРОБКА ЦИФРОВИХ СИГНАЛІВ НА ФОНІ ЗАВАД З НЕПОВНОЮ АПРІОРНОЮ ІНФОРМАЦІЄЮ

Ефективність системи (каналу) передачі дискретної інформації визначається швидкістю її передачі та вірністю відтворення у місці прийому. Одним з основних способів підвищення ефективності є забезпечення високої завадостійкості прийому сигналів при заданій швидкості передачі. Розробка завадостійких способів передачі та прийому цифрових сигналів – одна з найважливіших проблем сучасної теорії й практики зв'язку. Критерієм якості цифрового каналу, з точки зору його завадостійкості, є величина середньої ймовірності помилки прийому цифрових сигналів [1]. Вирішальні схеми, які забезпечують реєстрацію переданого сигналу з мінімальною середньою ймовірністю помилки, називають оптимальними [1]. Загальна теорія зв'язку визначає максимально ймовірну (потенціальну) завадостійкість каналу передачі цифрових сигналів відносно того чи іншого виду завад. Методи синтезу і структура алгоритмів оптимальних вирішальних схем визначаються наявністю апріорної інформації про характеристики сигналу і завади в каналі зв'язку. Якщо сигнал і завада в ймовірнісному значенні повністю визначені, тоді задача вирішується методами теорії перевірки статистичних гіпотез. В цьому випадку говорять про наявність повної апріорної інформації [3]. Перевірка гіпотез проводиться в приймачі шляхом порівняння апостеріорних ймовірностей прийнятого коливання. Відношення

$$\Lambda_{ij} = \frac{p(A_i)\cdot W(Z\ /A_i)}{p(A_j)\cdot W(Z/A_j)} > C_0(ij)\ ,\ i \neq j \qquad (1)$$

називається узагальненим відношенням правдоподібності, де $Z(t) = A_k(t) + b(t), t \in [0, T]$ - адитивна суміш сигналу $A_k(t), k = \overline{1, m}$ й завади $b(t)$; $P(A_k)$ — апріорна ймовірність передачі сигналу $A_k(t)$; $W(Z/A_k)$ — умовна щільність ймовірності прийнятого коливання $Z(t)$ при умовах, що передавався сигнал $A_k(t)$; t — тривалість сигналу; $k = 1, m$ — сукупність сигналів. Гіпотеза про те, що передавався сигнал $A_i(t)$, приймається у випадку, якщо відношення правдоподібності (1) перевищить деякій поріг C_0 (ij):

В системах передачі інформації, де усі помилки однаково небажані, значення порогу C_0 (ij)=1 і правило рішення можна записати у вигляді

$$\frac{p(A_i)\cdot W(Z/A_i)}{p(A_j)\cdot W(Z/A_j)} > 1, i \neq j. \qquad (2)$$

У літературі частіше використовується логарифм відношення правдоподібності

$$\ln [\Lambda (ij)] > 0. \qquad (3)$$

Правила рішення (2) і (3) реалізують критерій максимуму апостеріорної ймовірності і забезпечують мінімум середньої ймовірності помилки.

В практичних умовах зачасту повна апріорна інформація, про характеристики сигналу в каналі зв'язку відсутня. Тому виникає актуальна проблема розробки алгоритмів прийому і методів їх синтезу в умовах завад з гранично відомою або зовсім невідомою статистикою. В даний час існує ряд загальних методів переборювання апріорної невизначеності. До них відносяться методи непараметричної статистики [3], в основі яких лежать знакові, рангові й знаково-рангові алгоритми обробки прийнятого коливання $Z(t)$, методи адаптації, які використовують класифіковані або некласифіковані навчаючі вибірки; асимптотичні методи, які передбачають використання алгоритмів обробки, завадостійкість яких збільшується до максимальної при безмежному збільшенні часу спостереження та ін.

Завжди при рішенні задач статистичного синтезу заздалегідь вибирається критерій оптимальності, а потім, у відповідності з цим критерієм, визначається оптимальний алгоритм. Тут й в подальшому мова буде йти про апріорну невизначеність тільки відносно завади. Апріорні ймовірності сигналів в каналі передбачаються відомими. З метою вибору й обґрунтування вирішувальних схем для умов апріорної невизначеності представляється доцільним розглянути структуру оптимальної вирішальної

схеми в умовах завад з довільним законом розподілу. Довільність статистики завад, розуміється, є відносною: мається на увазі клас завад, функції щільності ймовірностей яких допускають представлення їх у вигляді ряду [2] :

$$W(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}\cdot\sum_{k=0}^{\infty}\frac{C_k}{k!}\cdot H_k(x), \quad (4)$$

$$C_k=\frac{1}{\sqrt{k!}}\cdot\int_{-\infty}^{\infty}W(x)\cdot H_k(x)\cdot dx; \quad (5)$$

де $H_k(x)$ - поліном Эрміта порядку k.

Поліноми перших декількох порядків відповідно [2] рівні:

$$H_0(x)=1;\quad H_1(x)=x;\quad H_2(x)=x^2-1;\quad H_{n+1}(x)=xH_n(x)-nH_{n-1}(x) \quad (6)$$

У якості вагової функції в даному розкладенні використовується вираз нормальної щільності розподілу

$$W(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\cdot\sigma^2}}\cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}},\ x\in(-\infty,+\infty), \quad (7)$$

де σ^2 - дисперсія завади.

Значення перших декількох коефіцієнтів, розрахованих за формулою (5), відповідно рівні:

$$C_0=1;\ C_1=C_2=0;\ C_3=\frac{k}{\sqrt{3!}};\ C_4=\frac{\gamma}{\sqrt{4!}}; \quad (8)$$

$$C_5=\frac{\gamma}{\sqrt{5!}}(M_5-10M_3);\ k=\frac{M_3}{\sqrt{M_2^3}};\ \gamma=\frac{M_4}{M_2^2}, \quad (9)$$

де K – коефіцієнт асиметрії;

γ – коефіцієнт ексцесу розподілення W(x);

M_i – центральні моменти 1-го порядку розподілу W(x).

Визначимо суму сигналу й завади на виході каналу з постійними параметрами :

$$Z(t)=A_j(t)+B(t),\ j=1,m,\ t=[0,T] \quad (10)$$

Оскільки сигнал й завада задані на кінцевому інтервалі [0,T], то їх можна представити у вигляді розкладень за ортогональними функціями [4] :

$$A_j(t)=\sum_{k=0}^{n}a_{jk}\cdot\varphi_k(t), \quad (11)$$

$$B(t)=\sum_{k=0}^{n}b_k\cdot\varphi_k(t), \quad (12)$$

$$Z(t)=\sum_{k=0}^{n}z_k\cdot\varphi_k(t), \quad (13)$$

$$\text{де } z_k=a_{jk}+b_k; \quad (14)$$

$$a_{jk}=\int_0^T A_j(t)\cdot\varphi_k(t)\cdot d(t); \quad (15)$$

$$b_{jk}=\int_0^T B(t)\cdot\varphi_k(t)\cdot d(t). \quad (16)$$

Нехай коефіцієнти розкладення завади b_i представляють собою статистично незалежні однаково розподілені випадкові величини з нульовим середнім значенням й дисперсіями, рівними σ_i^2 (i=1,n). Кожен коефіцієнт b_i характеризується одномірною щільністю ймовірностей, котру, у відповідності з (4), представимо у вигляді ряду

$$W(b_i)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i}\cdot e^{-\frac{b_i^2}{2\sigma_i^2}}\cdot\sum_{k=0}^{\infty}\frac{C_k}{k!}\cdot H_k(b_i). \quad (17)$$

Коефіцієнти коливання, що приймається, z_k за умов передачі сигналу $A_k(t)$ будуть мати функцію умовної щільності ймовірностей

$$W(z_i/a_{ji})=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}}e^{-\frac{(z_i-a_{ji})^2}{2\sigma_i^2}}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{C_k}{\sqrt{k!}}\times H_k\left(\frac{z_i-a_{ji}}{\sigma_i}\right), i=\overline{1,n}. \quad (18)$$

В силу незалежності коефіцієнтів умовне багатомірне розподілення буде рівнятися множенню одномірних щільностей :

$$W(Z/A_j)=\prod_{s=0}^{n}W(z_{ji}/a_{ji}). \quad (19)$$

Відповідно до критерію максимуму апостеріорної ймовірності оптимальне правило рішення можна записати у вигляді

$$\max_{j=\overline{1,m}}\left\{p(A_j)\cdot\prod_{i=0}^{m}W(z_j/a_{ji})\right\} \quad (20)$$

де $p(A_j)$ - апріорна ймовірність передачі сигналу A_j.

Після підстановки виразу (18) й логарифмування отриманого співвідношення, алгоритм обробки сигналу приводиться до вигляду

$$\min_{j=\overline{1,m}}\left\{\sum_{i=1}^{n}\frac{(z_i-a_{ji})^2}{2\cdot\sigma_i^2}-\sum_{i=1}^{n}L_{ji}-\ln\cdot p(A_j)\right\}, \quad (21)$$

$$\text{де } L_{ji}=\ln\left[\sum_{k=0}^{\infty}\frac{C_k}{\sqrt{k!}}\cdot H_k\left(\frac{z_i-a_{ji}}{\sigma_i}\right)\right],\ i=1,n;\ j=1,m. \quad (22)$$

Розкривши квадрат під знаком суми в (20), отримаємо ще один вираз алгоритму обробки сигналу

$$\max_{j=\overline{1,m}}\left\{\sum_{i=1}^{n}\frac{z_i\cdot a_{ji}}{\sigma_i^2}-\varepsilon_{ji}\right\}, \quad (23)$$

$$\text{де } \varepsilon_{ji}=\sum_{i=1}^{n}L_{ji}+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left(a^*_{ji}\right)^2+\ln\cdot p(A_j);$$

$$a^*_{ji}=\frac{a_{ji}}{\sigma_i}.$$

Алгоритм (23) отримано безвідносно до якого–небудь конкретного розподілення завади й є оптимальним для класу завад, що задовольняє умові (4).

Структурна схема, яка реалізує алгоритм обробки (23), представлена на рис. 1.

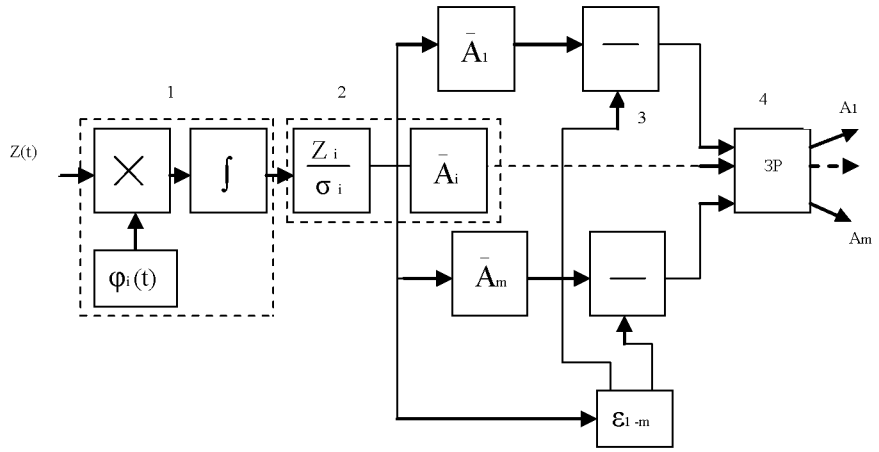

Рис.1. Узагальнена оптимальна вирішальна схема.

Схему (рис. 1) можна назвати узагальненою оптимальною вирішальною схемою відносно завади з довільним законом розподілу й нерівномірним розподілом її інтенсивності в частотно-часових границях сигналу.

Вона дозволяє визначити основні функції приймача, що забезпечує оптимальну обробку сигналів на фоні завад довільного виду.

Узагальнена оптимальна вирішальна схема (рис. 1) складається з наступних основних засобів:

1 – засоби обчислення коефіцієнтів узагальненого ряду Фурьє реалізації корисного сигналу й завади, що приймається;

2 – вирівнювача інтенсивності завади і набору фільтрів, узгоджених з сигналами на виході вирівнювача, кількість яких визначається сукупністю сигналів;

3 – набора узагальнених порогових елементів, визначених на схемі у вигляді засобів віднімання;

4 – засобу реєстрації *ЗР*, в якому здійснюється порівняння сигналів на виході кожної гілки обробки. Реєструється той сигнал, в гільці якого прийняте коливання має максимальне значення.

При рівномірному розподілі інтенсивності завади оптимальна вирішальна схема не буде включати засоби її вирівнювання і буде складатися з системи фільтрів, узгоджених з сигналами на вході каналу зв'язку та порогових засобів (рис. 2).

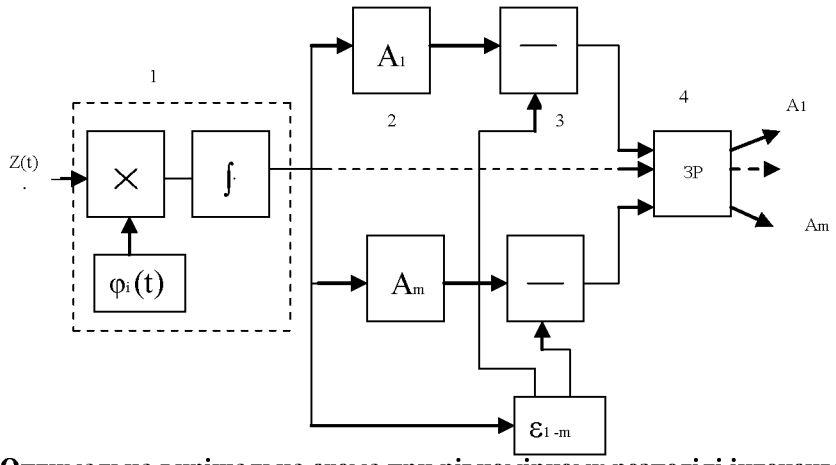

Рис. 2. Оптимальна вирішальна схема при рівномірному розподілі інтенсивності завади

Заваду на виході узгодженого фільтра в даному випадку можна розглядати як складання n незалежних однаково розподілених випадкових величин з щільністю ймовірностей, визначеною (19) . Для рівноймовірнісних сигналів з однаковою енергію при негаусовскій заваді значення порогів будуть визначатися з виразу

$$L_j = \sum_{i=1}^{n} \ln\left[\sum_{k=0}^{\infty} \frac{C_k}{\sqrt{k!}} H_k\left(\frac{Z - a_j}{\sigma_0 \sqrt{n}}\right)\right], \qquad (24)$$

де $Z = \sum_{i=1}^{n} z_i$; $a_j = \sum_{i=1}^{n} a_{ji}$.

σ_0^2 – значення дисперсії завади, яке прийняте для усіх доданків однаковим.

При нормальному розподілі завади, значення коефіцієнтів асиметрії и ексцесу рівні нулю и виходячи з цього, $L_{ji} \equiv 0$.

У цьому випадку значення порогів в кожній гілці обробки будуть однаковими й можуть бути прийняті рівними нулю. Узагальнена вирішальна схема перетворюється у відому схему на узгоджених фільтрах , яка є оптимальною відносно завади типу "білий" гаусівський шум (рис. 3).

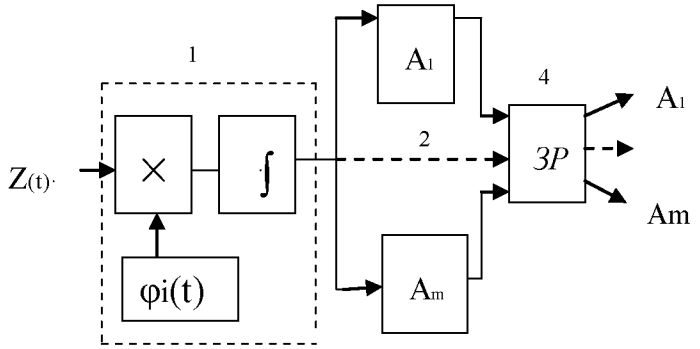

Рис. 3. Оптимальна вирішальна схема відносно завади, типу "білий" гаусівський шум

Висновки

Найважливішою функцією оптимального приймача є оптимальна фільтрація сигналу, яка забезпечує максимальне перевищення сигналу над завадою в момент реєстрації сигналу. Вирівнювач інтенсивності завади сумісно з фільтром, узгодженим з сигналом на виході вирівнювача, утворюють оптимальний фільтр. В умовах завади з рівномірним розподілом інтенсивності функція оптимальної фільтрації виконується фільтром, узгодженим з сигналом на вході каналу зв'язку. Важливою обставиною є те, що структура оптимального фільтра є інваріантною до ймовірнісних характеристик завад і залежить тільки від її енергетичного рельєфу. Можна сказати, що оптимальний фільтр є органічною основою оптимального приймача дискретних сигналів при впливі будь-яких завад, незалежно від їх законів розподілу. Оптимальну фільтрацію сигналу можна визначити як функцію енергетичного узгодження приймача з каналом зв'язку, у якому присутня завада.

Вибір оптимального порогу реєстрації сигналу можна назвати функцією статистичного узгодження приймача з каналом зв'язку. Фізично величина порогу визначає границю між областями сигналів за умови реєстрації їх з мінімальною середньою ймовірністю помилки. Ці границі в умовах гаусовських і негаусовських завад в загальному випадку можуть не співпадати. При обробці сигналу на фоні завади з нормальним розподілом на виході узгодженого фільтру завада також буде нормальною й при сигналах з рівними енергіями та апріорними ймовірностями сигналів величину порогу можна прийняти рівною нулю. В умовах негаусовської завади, розподілення її на виході узгодженого фільтра може відрізнятися від нормального і може бути несиметричним відносно початку координат. Виходячи з цього, для забезпечення реєстрації сигналу з мінімально середньою ймовірністю помилки необхідна "корекція" величини порогу у відповідності з статистикою завади. По мірі збільшення числа незалежних координат завади, що досягається збільшенням бази сигналу, розподілення завади на виході узгодженого фільтра наближається до нормального, а, виходячи з цього, і поріг реєстрації сигналу буде близький до порогу для нормальної завади.

Таким чином, оптимальний приймач дискретних сигналів в умовах завад довільного виду являє собою набір оптимальних фільтрів з включеними на їх виходах пороговими схемами та засобом порівняння й реєстрації. Оптимальною фільтрацією сигналу забезпечується максимальне перевищення сигналу над завадою, а вибором оптимального порогу забезпечується умова реєстрації сигналу з мінімальною середньою ймовірністю помилки.

Практичний інтерес представляє порівняльна оцінка пріоритетів оптимальної фільтрації сигналу й вибору оптимального порогу реєстрації за критерієм забезпечення максимальної завадостійкості.

Література

1. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение, Б. Скляр. – 2-е изд., испр.: Пер. с англ.- М: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1104 с. **2. Корн Г.,** Справочник по математике для научных работников и инженеров, Г.Корн, Т.Корн – М.: Наука, 1974. – 831 с. **3. Левин Б.Р.** Теоретические основы статистической радиотехники, Б.Р. Левин, кн.3. – М.: «Сов. радио», 1976.-288с. **4. Финк Л.М.** Теория передачи дискретных сообщений, Л.М. Финк – М.: «Сов. радио», 1976. – 728с.

В статье рассмотрена эффективность системы (канала) передачи дискретной информации, которая определяться скоростью передачи и правильным распределением места приема. Также рассмотрена актуальная проблема разработки алгоритмов приема и методов их синтеза в условиях помех с граничной известной или неизвестной статистикой.

Ключевые слова: оптимальная обработка сигналов, статистический синтез, дискретна информация.

In the article efficiency of the system (to the channel) of discrete information transfer is considered which is determined speed of its transmission and loyalty of recreation in the place of receive. Also, the issue of the day of development of algorithms of reception and methods of their synthesis is considered.

Key words: optimum treatment of signals, statistical synthesis, discrete information.