УДК 621.001.63

Т. М. КАДИЛЬНИКОВА, докт. техн. наук, И. Л. ШИНКОВСКАЯ, ст.преп., И. П. ЗАЕЦ, ассистент, С. В. КАДИЛЬНИКОВ, студент

Национальная металлургическая академия Украины

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНО-АНАЛОГОВОГО СОСТОЯНИЯ МАШИН И МЕХАНИЗМОВ

Актуальность проблемы. В настоящее время техническое диагностирование машин и механизмов выступает как последовательно-систематический экспериментально-аналитический процесс, эффективность осуществления которого зависит от уровня современных информационных технологий и систем поддержки принятия решений; совершенства современных математических моделей и вычислительных методов; многофункциональности и мобильности систем программно-аппаратного моделирования. Основные трудности при решении задачи прогнозирования состояния машин и механизмов заключается в малом объёме информации об изменении параметров; большом числе контролируемых параметров; присутствии помех (ошибок контроля), статистические свойства которых достоверно не известны; неадекватности математических моделей, не учитывающих взаимодействия составных частей и сложного характера связи с окружающей средой. Для того чтобы это учесть, необходимо разработать программно-аппаратные комплексы диагностирования, наиболее перспективные из которых основаны на применении математического моделирования при оценке функционально-аналогового состояния объекта.

Анализ публикаций. Широкая номенклатура машиностроительной продукции, большое число измеряемых диагностических параметров, сложность правил, алгоритмов и устройств диагностирования делают особо актуальным обобщение достигнутых отечественными и зарубежными учеными результатов в области математического моделирования сложных систем, аппаратно-программных методов и технических средств диагностирования [1, 2, 3, 4, 5].

Формирование цели и задач. Несмотря на то, что в последнее время наработан значительный научно-теоретический и методический потенциал в области разработки программно-аппаратных методов и средств моделирования сложных технических систем и объектов как зарубежными, так и отечественными учеными, все же комплексных и согласованных исследований, практических процедур, инструментов и механизмов программно-аппаратного диагностирования машин еще не проводилось. Ни один из существующих методов моделирования и контроля технического состояния не обеспечивает полного выявления всех дефектов и отказов, возникающих в процессе их эксплуатации. Поэтому возникает необходимость в осуществлении процедур математического моделирования с позиций контролирования за состоянием машины и механизма на протяжении длительной эксплуатации.

Основная часть. Под математической моделью состояния объекта, в нашем случае, машины или механизма, будем понимать совокупность дифференциальных и алгебраических уравнений, эмпирических формул, таблиц, графиков, описывающих характеристики элемента, связи между внутренними и внешними управляющими и возмущающими параметрами:

$$F(x, y, u) = 0, \tag{1}$$

где x - вектор параметров объекта; y - вектор управляющих воздействий; u – вектор возмущающих воздействий.

Соотношение между характерными размерами исследуемого объекта и областью распространения исходных данных позволяет рассматривать объект как систему с распределенными либо сосредоточенными параметрами. Результаты экспериментов не всегда можно распространить на подобные объекты, поэтому для получения обобщенных экспериментальных зависимостей, пригодных для описания процессов в ряде однотипных объектов, необходимо использовать элементы теории подобия [6].

Наибольшее распространение в настоящее время получили полуэмпирические математические модели, при формировании которых используются как общие физические закономерности, так и данные экспериментов, которые позволяют учесть многие особенности процессов, не учитываемые аналитическими моделями при исследовании технического состояния машин и механизмов.

В нелинейных уравнениях, записываемых в форме (1), переменные x, y, u и их производные входят в виде произведений, степеней, трансцендентных функций; линейные же математические модели имеют вид:

$$A(S) \cdot x = \varphi(y, u), \tag{2}$$

где $A(S)$ – квадратная матрица, коэффициенты которой представляют собой многочлены по S; $S = \frac{d}{dt}$ - оператор дифференцирования; φ - функция воздействий.

Для линейных уравнений существуют хорошо разработанные методы решения, для нелинейных моделей, с помощью которых описывается большинство объектов, таких общих методов решения нет. В зависимости от класса решаемой задачи один и тот же объект – машину или механизм можно описать как нелинейными, так и линейными уравнениями, и, если позволяют условия использования результатов решения, всегда имеет смысл, хотя бы в первом приближении, решать линейное уравнение.

Нелинейные уравнения (1) можно линеаризовать, принимая, что каждая переменная состоит из двух частей – постоянного значения, соответствующего стационарному значению параметра или эталонному состоянию, и малого отклонения от стационарного значения. Состояние машин и механизмов, для которых существенно запаздывание реакции на возмущение в разных точках, описываются уравнениями в частных производных. Эти объекты относятся к системам с распределенными параметрами. Если для объекта или его элементов можно принять, что параметры изменяются одинаково во всех точках, то такой объект описывается обыкновенными дифференциальными или алгебраическими уравнениями и относится к системам с сосредоточенными параметрами.

При построении математических моделей состояния машин и механизмов допустимая степень упрощения модели определяется условиями функционирования всей системы. Модели объектов, состоящих их связанных между собой элементов, формируются в два этапа: вначале создание математических моделей в отдельных элементах, подсистемах, а затем разработка математической модели всей системы в целом с участием частных математических моделей отдельных подсистем и структуры связи между ними. Простейшую математическую модель состояния можно описать дифференциальным уравнением первого порядка [6]:

$$\tau \cdot \dot{x} + x = \sum y_i, \tag{3}$$

где x - выходная переменная элемента; τ - постоянная времени; y_i – i-я входная возмущающая переменная.

Исходные данные, заключенные в коэффициентах уравнения (3), в общем случае являются случайными величинами или случайными функциями. Для учета случайного характера всех параметров системы необходимо знать дисперсию и закон распределения этих характеристик. Используя метод статистических испытаний, путем многократного последовательного проведения расчетов при различных сочетаниях случайных величин, находится поле решений уравнений математической модели, по которому определяется его математическое ожидание и дисперсия. Метод статистических испытаний требует большого объема экспериментальных данных, так как применяется и для решения задач идентификации – формирования математической модели по результатам экспериментальных исследований. Существует два подхода к задачам идентификации. Первый заключается в том, что объект считается «черным ящиком», т.е. предполагается, что отсутствует априорная информация как о структуре, так и о параметрах системы. Для идентификации такой системы необходимо решить дополнительные задачи, связанные с выбором класса моделей, оценкой стационарности, линейности и т.д. Второй подход заключается в том, что для известных структуры системы и класса математических моделей выбираются методы идентификации: корреляционного анализа, регрессионные, квазилинеаризации. Для анализа состояния всей системы необходимо из математических моделей элементов собрать математическую модель всей системы, при этом для формирования замкнутой системы уравнений к отдельным дифференциальным уравнениям подсистем необходимо добавить уравнения связей между параметрами, входящими в математические модели элементов.

Количественные значения показателей состояния машины или механизма определяются функциями, зависящими от условий функционирования, а также показателей, характеризующих метрологию измерений. Это связано с тем, что между элементами сложной системы осуществляется постоянный обмен энергией, рабочей средой, температурой и т.д., а для точек, связывающих между собой элементы, соблюдаются законы сохранения энергии. В этом случае удобно применять аппарат теории графов. Граф будет состоять из ряда контуров. Контуром графа при этом будем называть замкнутый путь, состоящий из непрерывной последовательности ветвей, заканчивающийся в исходном узле. Совокупность ветвей, содержащую все узлы исходного графа, но не имеющую ни одного замкнутого контура, будем называть деревом графа [7]. Математически многофункциональную систему оценки состояния машины или механизма можно описать нелинейным дифференциальным уравнением первого порядка:

$$\tau \cdot \dot{X} + X = Y, \tag{4}$$

где X – выходные параметры машины или механизма как объекта исследований; τ - временная постоянная, характеризующая глубину исследований; Y – входные возмущающие параметры (зависят от условий эксплуатации).

Способ решения (4) зависит от класса исследуемых машин и механизмов. Решение (4) может быть представлено в форме переходного процесса – реакции системы на возмущающие параметры с заданным законом изменения во времени или в виде частотного периодического решения как результата установившейся реакции на гармонические колебания. Для расчёта переходного процесса по (4) используются операционные методы, а частное периодическое решение выбирается в виде функции $X = \widetilde{X}\exp(iwt)$ при возмущающих воздействиях $Y = \widetilde{Y}_0 \exp(iwt)$, где $\widetilde{X}$ и $\widetilde{Y}_0$ – амплитуды соответствующих параметров. Для формирования замкнутой системы уравнений необходимо к (4) добавить уравнения связей между параметрами, так как между элементами системы осуществляется непрерывный обмен информацией; соблюдаются законы сохранения энергии, которые удобно записывать аналогично правилам Кирхгофа для узлов и контуров электрической цепи при помощи матричного уравнения [7]:

$$P \cdot G = 0\,, \tag{5}$$

где P – матрица инциденций расходов энергии узлов; G – матрица-столбец расходов энергии через ветви графов, соответствующих структурным параметрам.

Расход принимается положительным, если он «входит» в узел, и отрицательным, если выходит из него. В матрице инциденций каждая строка соответствует узлу, а каждый столбец ветви. При этом контур представляет совокупность непрерывных ветвей, заканчивающихся в исходном узле. Матрица контуров H представлена тремя значениями: +1, -1, 0. При совпадении направления ветви и направления обхода контура выбирается +1; при несовпадении – (-1); 0 – если ветвь не входит в контур. Уравнение сохранения энергии для контуров в матричном виде имеет вид:

$$H \cdot G = 0\,, \tag{6}$$

где H – матрица контуров.

Уравнения (4)-(6) представляют замкнутую систему состояний машины или механизма. Для численного решения системы (4)-(6) необходимо сформировать адаптированные под конкретные условия эксплуатации начальные условия:

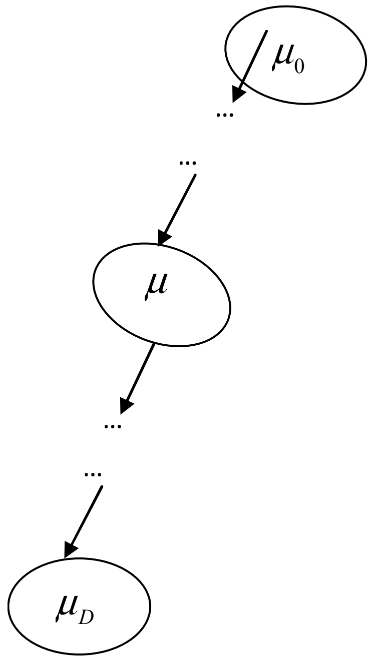

Рис.1. Граф переходов состояния объекта.

$$X(t_0) = X_0\,,$$

где X_0 – матрица начальных состояний выходных параметров.

Сделаем допущение, что машина или механизм может находиться в трех состояниях: μ_0- состояние, предшествующее эксплуатации, μ - непосредственно при эксплуатации, и μ_D - после эксплуатации. Машина или механизм описывается деревом графа, а процессы переходов из состояния в состояния являются случайными полумарковскими. Построим ориентированный граф переходов из состояния в состояние (рис.1).

Каждая вершина графа характеризуется вероятностью π_j пребывания в этом состоянии, а каждая ветвь – вероятностью p_{ij} – перехода из i- го в -е состояние с условной средней длительностью $M(\tau_i)$ пребывания в i-м состоянии.

На основе мнемонического правила, состоящего в том, что сумма входящих и выходящих сигналов для каждой вершины в графе равна нулю, составляется система уравнений в виде:

$$\pi_j = \sum \pi_i p_{ij} \,. \tag{7}$$

при условии $\sum \pi_j = 1$.

В нашем случае:

$$\pi_1 = \pi_2 + \pi_3;$$

$$\pi_2 = P(T)\pi_1;$$

$$\pi_3 = [1 - P_0(T)]\pi_1,$$

где $P_0(T)$ - вероятность проявления дефектов машины или механизма за время T;

$$\pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1.$$

Систему (7) решаем последовательно относительно π_j. Выбрав в качестве базовой вероятность $\pi_1 = \pi_б$, приводим все варианты к базовой путем введения коэффициентов $A_j = \frac{\pi_j}{\pi_б}$. Имеем $A_1 = 1$; $A_2 = P_0(T)$; $A_3 = [1 - P_0(T)]$.

Для каждого состояния определим безусловную длительность пребывания машины или механизма в этом состоянии:

$$T_i = \sum p_{ij} \; M(\tau_i).$$

Для состояния μ определим длительность функционирования в течении промежутка времени T_i:

$$T_{0i} = \int_T^{T+\tau_i} P_0(\mathrm{t})\mathrm{dt}\,.$$

Показатель готовности в этом случае имеет вид:

$$П_г = \frac{T_{01}}{T + P_0(T)\tau_k + [1 - P_0(T)]\tau_в}\,,$$

где $\tau_к, \tau_в$ - средние и суммарные длительности функционирования машины или механизма, соответственно.

Требования по контролепригодности Q, износостойкости S, надежности L определяются как значение показателя U, обеспечивающего значения показателя готовности $П_г$. При этом вектор U имеет четыре компоненты, представляющие показатели, характеризующие, соответственно, контролепригодность, износостойкость, надежность, а также метрологический показатель γ, в качестве которого выступают вероятности ошибок измерений первого и второго рода. Количественные значения показателей определяют требования, предъявляемые к объекту, а именно, к конкретно рассматриваемой машине или механизму.

Задача сводится к управлению состоянием машины или механизма U, если известны значения каждого из структурных параметров Q_i, S_j, L_k, γ_m, т.е. задано n-мерное признаковое множество $U = U(Q_i, S_j, L_k, \gamma_m), (n = I + j + k + m)$.

Поскольку структурные параметры могут измеряться в различных единицах и меняться в разных диапазонах, то приобретает большое значение моделирование их взаимодействия.

Выводы. Математическая модель состояния машин и механизмов направлена на своевременное предупреждение отказов функциональных систем машин и их наиболее важных составных частей, позволяет оценивать функциональные параметры, внутренние связи, определять стратегию обеспечения стабильных эксплуатационных характеристик и функций обратной связи на рабочие параметры машины.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мироновский Л.А. Функциональное диагностирование динамических систем / Мироновский Л.А. – М.: МГУ-ГРИФ, 1998. – 256 с.

2. Дрогайцев В.С. Методы и средства обеспечения надежности технических систем / Дрогайцев В.С., Филлипов Ю.С., Курашев В.В.– Саратов: СГТУ, 1997. – 428 с.

3. Нахапетян Е.Г. Контроль и диагностирование автоматического оборудования / Нахапетян Е.Г.- М.: Наука, 1990. – 272 с.

4. Пархоменко П.П. Основы технической диагностики/ П.П. Пархоменко, Е.С.Сагомонян.- М.: Энергия, 1981.- 320 с.

5. Куценко Ю.В. Виброакустическая диагностика машин и механизмов при сервисном обслуживании мелиоративных объектов/ Куценко Ю.В. – К.: Вища освіта, 1996. – 112 с.

6. Бендат Дж. Прикладной анализ случайных данных/ Дж.Бендат, А.Пирсол. – М.: Мир, 1989. – 540 с.

7. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем/ Питерсон Дж. - М.: Мир, 1984.-325 с.