УДК 681.142.36

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА МИНИМИЗАЦИИ ОБОБЩЕННЫХ ЛОГИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ С НЕЗАВИСИМЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

к.т.н., доцент Н. Г. Коробков, Е. Н. Коробкова
(представил д.т.н., проф. В.Я. Жихарев)

Рассмотрен алгоритм минимизации обобщенных логических функций, множество значений которых равно нулю, единице и независимым параметрам, основанный на разбиении множества значений на пересекающиеся подмножества, содержащие по два значения с общим элементом пересечения, равным нулю.

Рассмотрим обобщенные логические функции (ОЛФ), множество значений которых равно нулю, единице, независимым параметрам (**a, b, p, ...**), а также ОЛФ, имеющие недоопределенные наборы, значение функций на которых безразлично. Предлагается множество значений обобщенной функции разбить на пересекающиеся подмножества, содержащие по два значения, с общим элементом пересечения, равным нулю, выделив в отдельное подмножество недоопределенные значения (рис. 1). Такое разбиение дает возможность представить любую обобщенную функцию в виде дизъюнкции (суммы) нескольких составляющих функций:

$$\mathbf{F = F_1 \vee F_a \vee F_b \vee \ldots \vee F_p}\,, \qquad (1)$$

каждая из которых соответствует своему подмножеству:

$$\mathbf{F_1 \in \{0,1\};\ F \in \{0,a\};\ \ldots\ F_p \in \{0,p\}.} \qquad (2)$$

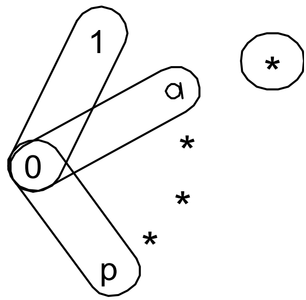

Рис. 1. Разбиение множества значений ОЛФ

Поскольку параметры функции независимы, то предоставляется возможность раздельной минимизации каждой из составляющей с последующим их суммированием, в результате чего получаем минимальную форму обобщенной функции

$$\mathbf{F_{min} = F_{1\ min} \vee F_{a\ min} \vee F_{b\ min} \vee \ldots \vee F_{p\ min}}\,. \qquad (3)$$

Методы нахождения минимальных форм классических функций, принимающих значения нуль, единица ($\mathbf{F_1}$), общеизвестны, поэтому на них останавливаться не будем. Вопросом нашего рассмотрения является разработка алгоритма минимизации функций, заданных параметрами. Если функция задана несколькими параметрами ($\mathbf{a, b, c}, \ldots$), то достаточно рассмотреть алгоритм минимизации одной из составляющих функ-

© к.т.н., доцент Н. Г. Коробков, Е. Н. Коробкова, 2002

ций, поскольку для остальных он будет аналогичен. В основу алгоритма положен ряд утверждений. Сформулируем и докажем эти утверждения.

Утверждение 1. Функция, заданная на некоторых наборах независимым параметром, может быть задана на этих наборах единицей, с последующим умножением результата на этот параметр и представлена в минимальной форме как функция.

Доказательство этого утверждения следует из полного разложения Шеннона и снятия ограничений на представление функций, т.е.

$$\mathbf{F_b = m_i b \vee m_j b \vee ... \vee m_r b}, \tag{4}$$

где $\mathbf{m_i, m_j, ..., m_r}$ - минтермы, соответствующие наборам, на которых функция принимает значение, равное $\mathbf{b}$.

Поскольку параметр общий для всех произведений, то его можно вынести за скобки, тогда

$$\mathbf{F_b = b(m_i \vee m_j \vee ... \vee m_r)}. \tag{5}$$

Выражение (5) можно трактовать как сумму минтермов, соответствующих единичным наборам. Следовательно, минимальную форму этой суммы можно найти любым из известных аналитических или графоаналитических способов, что и требовалось доказать.

Утверждение 2. Если обобщенная логическая функция содержит подмножество недоопределенных наборов ($\underline{*}$), то их можно использовать для доопределения параметром.

Это утверждение не требует особого доказательства, поскольку из сущности недоопределенного (избыточного, несущественного, фиктивного, виртуального) набора следует, что это такой набор, значение функции на котором безразлично, т.е. его можно доопределять любым параметром.

Утверждение 3. Любой единичный набор по отношению к наборам, на которых функция равна параметру, можно рассматривать как избыточный, следовательно, его можно доопределять значением параметра, что позволяет включать его в подмножество наборов, на которых функция равна параметру.

Доказательство этого утверждения основано на том, что минтерм, соответствующий любому из единичных наборов ($\mathbf{m_s}$), в соответствии с обратным правилом поглощения можно представить как

$$\mathbf{m_s = m_s \vee m_s b}. \tag{6}$$

Второе слагаемое можно трактовать как произведение, соответствующее набору, на котором функция равна параметру, следовательно, его можно включать в подмножество наборов, на которых функция равна параметру, что и требовалось доказать.

Предложенный алгоритм, основанный на разбиении множества значений обобщенной функции на пересекающиеся подмножества, и сформулированные утверждения достаточны для нахождения минимальной формы обобщенной логической функции любого вида, хотя и не всегда есть необходимость в использовании всех трех утверждений. Для некоторых частных случаев обобщенных функций бывает достаточным использование только некоторых из этих утверждений.

Рассмотрим наиболее характерные частные случаи обобщенных функций с представлением и минимизацией их в картах Карно на примере конкретных функций от четырех переменных.

Ограничиваясь рассмотрением алгоритма с использованием карт и только лишь для функций от четырех переменных, мы преследовали только лишь одну цель – простоту иллюстрации предложенного алгоритма, не ограничивая его общности для функций от любого числа аргументов и для любого метода нахождения минимальных их форм .

Одним из частных случаев обобщенных функций следует считать обычные (классические) функции, множество значений которых состоит из подмножества нуль и единица, и возможного (но не обязательного) подмножества недоопределенных значений (тип 1) . Методы нахождения минимальных форм этих функций общеизвестны и в нашем случае подпадают под пункт нахождения минимальной формы составляющей $\mathbf{F_1}$.

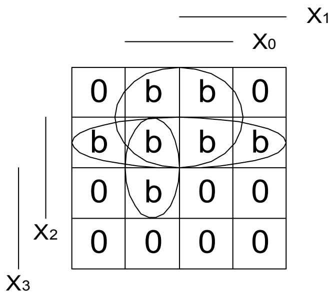

Рис. 2. Карта Карно для ОЛФ типа 2

Далее рассмотрим обобщенные функции, множество значений которых состоит из одного подмножества, значениями которого будут нуль и некоторый параметр (тип 2). Представим функцию такого вида в карте, обозначив параметр через $\mathbf{b}$ (рис. 2). Анализируя правильные конфигурации, образуемые параметром, замечаем, что элементы, соответствующие 1,3,5 и 7 - му наборам образуют правильную конфигурацию, которой соответствует простая импликанта, равная $\bar{\mathbf{x}}_3\mathbf{x}_0\mathbf{b}$ (логическая координата правильной конфигурации в плоскости карты). Элементы, соответствующие 4,5,6 и 7 - му наборам, образуют правильную конфигурацию, которой соответствует простая импликанта $\bar{\mathbf{x}}_3\mathbf{x}_2$. Элементы, соответствующие пятому и тринадцатому наборам, образуют правильную конфигурацию, которой соответствует простая импликанта $\mathbf{x}_2\bar{\mathbf{x}}_1\mathbf{x}_0\mathbf{b}$.

Суммируя полученные простые импликанты, запишем минимальную форму заданной функции

$$\mathbf{F}_{\mathbf{b}\,\mathbf{min}} = \bar{\mathbf{x}}_3\mathbf{x}_0\mathbf{b} \vee \bar{\mathbf{x}}_3\mathbf{x}_2\mathbf{b} \vee \mathbf{x}_2\bar{\mathbf{x}}_1\mathbf{x}_0\mathbf{b} . \qquad (7)$$

Для следующего типа ОЛФ значениями будут нуль и некоторый параметр, отличный для каждой из них (тип 3). В плоскости карты представлена некоторая функция, заданная тремя независимыми параметрами $\mathbf{b,c,d}$ (рис. 3). Анализируя правильные конфигурации, образованные каждым из параметров (обведены контурами) и учитывая утверждение 1, находим минимальную форму каждой из составляющих функций $\mathbf{F_b}$, $\mathbf{F_c}$, $\mathbf{F_d}$, как сумму логических координат каждой из них:

$$\mathbf{F_{b\,min}} = \bar{x}_1\bar{x}_0 b \vee x_3 x_2 \bar{x}_1 b\,; \qquad (8)$$

$$\mathbf{F_{c\,min}} = \bar{x}_3 x_2 x_0 c \vee x_3 \bar{x}_2 x_1 x_0 c\,; \qquad (9)$$

$$\mathbf{F_{d\,min}} = x_2 x_1 \bar{x}_0 d \vee x_3 x_2 x_0 d\,. \qquad (10)$$

Суммируя найденные минимальные формы составляющих функций, записываем минимальную ДНФ заданной ОЛФ

$$\mathbf{F_{min}} = \bar{x}_1\bar{x}_0 b \vee x_3 x_2 \bar{x}_1 b \vee \bar{x}_3 x_2 x_0 c \vee \vee x_3 \bar{x}_2 x_1 x_0 c \vee x_2 x_1 \bar{x}_0 d \vee x_3 x_2 x_0 d\,. \qquad (11)$$

x_1, x_0, x_2, x_3

b	0	0	0
b	c	c	d
b	b	d	d
b	0	c	0

Рис. 3. Карта Карно для ОЛФ типа 3

Следующий рассматриваемый тип ОЛФ – классическая мультиплексная функция, заданная собственным параметром на каждом из $\mathbf{2^n}$ наборов, где **n** – число переменных, от которых зависит функция (тип 4). Для случая **n=4** эта функция в карте Карно представлена на рис. 4. Минимальная форма этой функции, совпадающая с ОСДНФ, в соответствии с утверждением 1 может быть представлена как

$$\mathbf{F_{min}} = m_0 D_0 \vee m_1 D_1 \vee m_2 D_2 \vee \ldots \vee m_{15} D_{15}\,. \qquad (12)$$

x_1, x_0, x_2, x_3

D_0	D_1	D_3	D_2
D_4	D_5	D_7	D_6
D_{12}	D_{13}	D_{15}	D_{14}
D_8	D_9	D_{10}	D_{11}

Рис. 4. Карта Карно для ОЛФ типа 4

Заключение. Предложен алгоритм минимизации ОЛФ, определяемых не только значениями нуля и единицы, но и некоторыми независимыми параметрами. Сформированы и доказаны утверждения, позволяющие проводить минимизацию нужного класса функций. Проведен анализ предложенного алгоритма минимизации функций.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Фридман А., Менон П. Теория и проектирование переключательных схем. – М.: Мир, 1978. – 580 с.*
2. *Birkhof G., MacLane S. A Survey of Modern Algebra. – New York,1965.*

Поступила 21.03.2001

КОРОБКОВ Николай Григорьевич*, канд. техн. наук, доцент кафедры НАКУ «ХАИ». В 1963 году закончил ХАИ. Область научных интересов – системы и средства обработки информации.*

КОРОБКОВА Елена Николаевна*, старший преподаватель Белгородской ГАСМ. В 1990 году закончила ХАИ. Область научных интересов – системы и средства обработки информации.*