

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТУРБОКОДОВ В ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ КАСКАДНЫХ КОДОВЫХ КОНСТРУКЦИЯХ С КОДАМИ РИДА-СОЛОМОНА

А.И. Тимочко, А.В. Северинов, А.С. Жученко, В.П. Лысечко  
(Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба)

*Рассматриваются особенности использования турбокодов и кодов Рида-Соломона в последовательных каскадных кодовых конструкциях. Выбираются параметры кода Рида-Соломона, обеспечивающие заданное значение вероятности ошибки при наименьшем отношении сигнал/шум.*

***турбокод, последовательные каскадные кодовые конструкции, код Рида-Соломона***

**Постановка проблемы.** Одним из наиболее эффективных методов повышения достоверности передаваемой информации является помехоустойчивое кодирование. При низком энергетическом отношении сигнал/шум ( $1 \div 3$  дБ) и требовании к вероятности ошибки на бит  $P_{\text{ош}} = 10^{-5} \div 10^{-6}$  целесообразно применение турбокодов, позволяющих обеспечить высокую эффективность кодирования при значительно меньшей сложности реализации декодирующих устройств [1].

Однако, для систем космической связи, систем специального назначения, телеметрии требование к значению вероятности ошибки при указанном выше энергетическом отношении сигнал/шум значительно больше и составляет  $10^{-9} \div 10^{-12}$  [2]. В этом случае проявляется характерный недостаток турбокодов, который заключается в уменьшении эффективности кодирования с увеличением энергетического отношения сигнал/шум, что не позволяет обеспечить  $P_{\text{ош}} < 10^{-6}$  при приемлемой сложности декодирования. Устранение этого недостатка возможно путем использования турбокодов совместно с кодами Рида-Соломона в последовательных каскадных кодовых конструкциях [3].

**Анализ литературы.** В литературе предлагаются подобные кодовые конструкции только для фиксированного значения длины информационной последовательности, а также отсутствует обоснование оптимальности выбора параметров совместно используемых кодов, что не позволяет выбирать параметры кодов для произвольной длины информационной последовательности и заданного значения вероятности ошибки [2, 3].

**Цель статьи.** Целью статьи является разработка рекомендаций по оптимальному выбору параметров турбокодов и кодов Рида-Соломона при их совместном использовании в последовательных каскадных кодовых конструкциях для произвольной длины информационной последовательности и заданного значения вероятности ошибки.

**Особенности использования турбокодов совместно с кодами Рида-Соломона в последовательных каскадных кодовых конструкциях.** Рассмотрим, представленную на рис. 1, каскадную схему с двумя уровнями кодирования, где внутренним кодом является турбокод, а внешним кодом – код Рида-Соломона.

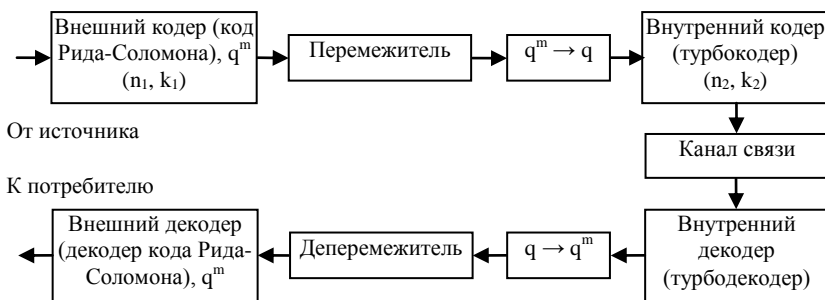


Рис. 1. Каскадная схема кодирования (внешний код – код Рида-Соломона, внутренний код – турбокод)

Такой выбор обусловлен тем, что внутренний декодер работает в канале с малым значением  $E_b/N_0$ , где проявляется преимущество турбокодов, а коды Рида-Соломона являются кодами с максимальным расстоянием и отличаются низкой сложностью декодирования [4]. Внешний декодер кода Рида-Соломона работает в более легких условиях ( $P_{\text{ош}} = 10^{-3} \div 10^{-5}$ ), что позволяет получить  $P_{\text{ош}} < 10^{-9}$ . На вход кодера кода Рида-Соломона поступают  $m$ -битовые символы. Кодовое слово внешнего кода состоит из  $n_1$   $m$ -битовых символов, причем  $k_1$  из них являются информационными. Далее  $n_1$  символов, выходящие из кодера внешнего кода, после перемежения и отображения в двоичную последовательность длиной  $mn_1$ , кодируются кодером внутреннего кода (турбокодером). При этом к блоку из  $mn_1$  двоичных символов добавляется  $n_2 - k_2$  проверочных двоичных символов. Скорость каскадного кода  $R^{\text{TK+PC}} = R^{\text{PC}}R^{\text{TK}}$ , где  $R^{\text{PC}} = k_1/n_1$ ,  $R^{\text{TK}} = k_2/n_2$ . Декодирование осу-

ществляется в обратном порядке.

Переमेжение должно быть осуществлено таким образом, чтобы никакие два двоичных символа на выходе турбодекодера, находящиеся на расстоянии меньше  $5(v+1)$ , где  $v$  – количество элементов памяти составляющих турбокод сверточных кодов, не принадлежали одному символу кода Рида-Соломона. При выполнении этого условия можно считать ошибки на входе внешнего кодера независимыми. Наиболее просто такое перемежение осуществить с помощью блочного или сверточного перемежителей [4].

При практической реализации каскадного кодирования возникают следующие задачи:

- задача выбора параметров внутреннего и внешнего кодов с целью получения заданных характеристик каскадного кода и наибольшей эффективности кодирования;

- задача определения зависимости  $P_{\text{ош}}$  от  $E_b/N_0$  каскадного кода.

При решении указанных задач возникают следующие трудности:

- отсутствие конструктивных способов построения турбокодов и аналитических методов оценки минимального расстояния не позволяет произвести максимизацию нижней границы минимального расстояния каскадного кода путем выбора внутреннего кода при заданном внешнем коде так, чтобы  $d_{\text{min}}^{\text{TK}} \approx d_{\text{min}}^{\text{PC}}$  [5], где  $d_{\text{min}}^{\text{TK}}$  – минимальное расстояние турбокода,  $d_{\text{min}}^{\text{PC}}$  – минимальное расстояние кода Рида-Соломона;

- ограничение скоростей турбокодов только значениями  $R^{\text{TK}} = 1/2, 1/3$  при  $v \leq 4$ , что связано со значительным ростом сложности декодирования турбокодов с  $R^{\text{TK}} = k/n$  и большим  $v$ , а также уменьшением эффективности кодирования в случае применения выкалывания для увеличения скорости кодирования до значения  $k/n$ ;

- отсутствие аналитических методов расчета дистанционного спектра турбокодов для заданного перемежителя с приемлемой вычислительной сложностью не позволяет определить зависимость  $P_{\text{ош}}$  от  $E_b/N_0$ .

Аналитическое решение указанных задач в общем случае затруднено. Поэтому задачу выбора параметров внутреннего и внешнего кодов сведем к задаче выбора параметров внешнего кода (кода Рида-Соломона) при заданном внутреннем коде (турбокоде).

**Выбор параметров кода Рида-Соломона при заданных парамет-**

**рах турбокода.** При решении указанной задачи зависимость  $P_{\text{ош}}^{\text{TK}}$  турбокода от  $E_b/N_0$  будем оценивать экспериментально путем проведения моделирования. Далее определяя вероятность ошибки  $m$ -ичного символа на входе декодера кода Рида-Соломона как

$$P_s = 1 - (1 - P_{\text{ош}}^{\text{TK}})^m, \quad (1)$$

(считая ошибки независимыми) будем использовать оценку вероятности ошибки двоичного символа на выходе декодера кода Рида-Соломона [4]:

$$P_{\text{ош}}^{\text{TK+PC}} < \frac{2^{m-1}}{2^m - 1} \sum_{j=t+1}^{n_1} \frac{j+t}{n_1} C_n^j P_s^j (1 - P_s)^{n_1-j}, \quad (2)$$

где  $t$  – количество исправляемых кодом Рида-Соломона ошибок.

Алгоритм выбора внешнего кода при заданном внутреннем коде состоит из следующих шагов.

1. Задать необходимое значение вероятности ошибки каскадного кода –  $P_{\text{ош}}^{\text{TK+PC}}_{\text{зад}}$ .

2. Задать  $n_2$ ,  $R^{\text{TK}}$  и  $v$  турбокода.

3. Определить при помощи моделирования зависимость  $P_{\text{ош}}$  от  $E_b/N_0$  турбокода для заданных значений  $R^{\text{TK}}$ ,  $v$  и  $k_2$ .

4. Определить  $m$  и  $n_1$  кода Рида-Соломона так, чтобы выполнялось условие  $n_2 = mn_1$ .

5. Для каждого значения отношения энергии двоичного символа к спектральной плотности мощности шума результирующего каскадного кода  $(E_b/N_0)_{\text{TK+PC}}$  и  $t$ :

– определить отношение энергии двоичного символа к спектральной плотности мощности шума на входе декодера кода Рида-Соломона  $(E_b/N_0)_{\text{TK}}$  (на выходе турбодекодера):

$$(E_b/N_0)_{\text{TK}} = R^{\text{PC}}(E_b/N_0)_{\text{TK+PC}};$$

– определить вероятность ошибки двоичного символа на выходе турбодекодера, используя  $(E_b/N_0)_{\text{TK}}$  и аппроксимируя таблично заданную функцию  $P_{\text{ош}}^{\text{TK}} = f\{(E_b/N_0)_{\text{TK}}\}$ ;

– определить вероятность ошибки  $m$ -ичного символа на входе декодера кода Рида-Соломона, используя выражение (1);

– оценить вероятность ошибки двоичного символа на выходе деко-

дера кода Рида-Соломона, используя выражение (2);

б. Выбрать такое  $t$ , при котором для наименьшего значения  $(E_b/N_0)_{\text{TK+PC}}$  выполняется условие:

$$P_{\text{ош}}^{\text{TK+PC}} \leq P_{\text{ош}}^{\text{TK+PC}} \text{ зад.}$$

На рис. 2, а представлена зависимость  $P_{\text{ош}}^{\text{TK+PC}}$  от  $t$  каскадного кода (турбокод с псевдослучайным перемежителем,  $R^{\text{TK}} = 1/3$ ,  $v = 2$ ,  $k_2 = 1000$  и код Рида-Соломона с  $n_1 = 125$ ,  $m = 8$ ,  $E_b/N_0 = 1,4$  дБ), а на рис. 2, б – зависимость  $P_{\text{ош}}^{\text{TK+PC}}$  от  $E_b/N_0$  каскадного кода с внешним кодом Рида-Соломона (125, 113). Из анализа рис. 2 следует, что для турбокода с фиксированными параметрами существует код Рида-Соломона с исправляющей способностью  $t$ , который позволяет получить наибольший энергетический выигрыш при заданном значении  $E_b/N_0$ , а результирующий каскадный код может обеспечить низкое значение  $P_{\text{ош}}^{\text{TK+PC}}$  при малом значении  $E_b/N_0$ .

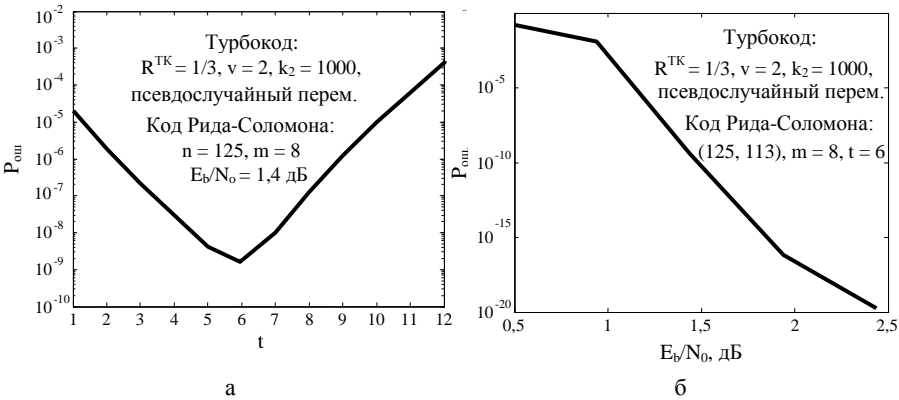


Рис. 2. Зависимость  $P_{\text{ош}}^{\text{TK+PC}}$  от  $t$ ,  $E_b/N_0$

На рис. 3 представлены кривые зависимости  $P_{\text{ош}}^{\text{TK+PC}}$  от  $E_b/N_0$ , полученные с использованием выражения (2), для каскадного кода с турбокодом с  $v = 2$ , псевдослучайным перемежителем и различными значениями  $R^{\text{TK}}$ ,  $k_2$ , из анализа которого следует, что совместное использование турбокодов и кодов Рида-Соломона в последовательных каскадных кодовых конструкциях позволяет обеспечить значение

$P_{\text{ош}} < 10^{-9}$  при низком энергетическом отношении сигнал шум. Кроме того, с ростом  $k_2$  эффективность кодирования возрастает.

**Выводы.** В работе рассмотрены особенности совместного использования турбокодов и кодов Рида-Соломона в последовательных каскадных кодовых конструкциях, позволяющих обеспечить значение

$$P_{\text{ош}} < 10^{-9}$$

при низком отношении

$$E_b / N_0.$$

Предлагаемый алгоритм позволяет выбирать параметры кода Рида-Соломона при фиксированных параметрах турбо-кода таким образом, чтобы заданное значение вероятности ошибки достигалось при наименьшем отношении сигнал/шум.

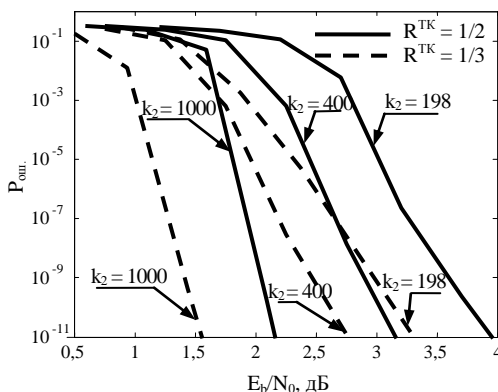


Рис. 3. Зависимость  $P_{\text{ош}}^{\text{ТК+РС}}$  от  $E_b / N_0$  для каскадного кода с турбокодами с  $v = 2$  и различными значениями  $R^{\text{ТК}}, k_2$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Berrou C., Glavieux A., Thitumjshima P. Near Shannon limit error correcting coding: Turbo codes // *Int. Conf. on Commun.* – Geneva, Switzerland, May 1993. – P. 1064-1070.
2. Consultative Committee for Space Data Systems (CCSDS) “Recommendations for space data systems, telemetry channel coding” // *Blue Book.* – May 1998. – P. 16-28. – [Электр. ресурс]. – Режим доступа: <http://www.ccsds.org>.
3. Giancristofaro D., Giubilei R., Novello R., Piloni V., Touth J. Performances of Novel DVB-RCS Standard Turbo Code and its Use in On-Board Processing Satellites // *Proceedings of the EMPS workshop, in IEEE EMPS/PIMRC.* – London, 17-21 September 2000. – P. 23-26.
4. Кларк Дж.-мл., Кейн Дж. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи: Пер. с англ. / Под ред. Б.С. Цыбакова. – М.: Радио и связь, 1987. – 392 с.
5. Блох Э.Д., Зяблов В.В. Линейные каскадные коды. – М.: Наука, 1982. – 229 с.

Поступила 8.02.2006

доктор технических наук, профессор Ю.В. Стасев,  
Карьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба.

---