

Т.В. Быкова, Г.А. Черепашук

РАСЧЕТ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ СИГНАЛОВ ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЯХ

Авторами описан алгоритм восстановления дискретных сигналов на конечном интервале времени измерения и получены формулы расчета неопределенности восстановления входного сигнала средств измерительной техники.

восстановление, характеристика частотная, ряд Фурье, неопределенность, коэффициент чувствительности

При измерении быстро протекающих процессов необходимо учитывать и корректировать динамическую неопределенность применяемого средства измерительной техники (СИТ). Она обусловлена неидеальностью динамических свойств используемого СИТ и связана с ненулевым временем отклика измерительного устройства на входной сигнал. Основной задачей измерительной техники является определение измеряемой величины $x(t)$ по выходному сигналу СИТ $y(t)$. Для динамических измерений эта задача называется коррекцией результатов измерений или восстановлением.

Задача восстановления измеряемого сигнала по искаженному переходными процессами выходному сигналу является весьма актуальной, так как быстрое действие всех СИТ в той или иной степени ограничено, а необходимость измерять быстро изменяющиеся сигналы непрерывно возрастает.

Коррекция динамической погрешности входного сигнала $x(t)$ предполагает решение операторного уравнения динамики [1]:

$$x(t) = B^{-1}[y(t)], \quad (1)$$

где $y(t)$ – выходной сигнал измерительного устройства; B^{-1} – обратный оператор измерительного устройства.

При этом предполагается, что известны оценки оператора B , выходного сигнала $y(t)$ и их неопределенности $u[B]$, $u[y(t)]$. Решение понимается как нахождение оценки входного сигнала x и его неопределенности $u[x(t)]$. Неопределенность $u[B]$ – это либо неопределенность нахождения оператора конкретного экземпляра устройства, либо отклонение конкретного оператора от нормируемого для устройства данного типа. Неопределенность $u[y(t)]$ есть неопределенность определения $y(t)$, которая в общем случае состоит из неопределенности регистрации и отсчитывания. Неопределенность $u[x(t)]$ есть неопределенность коррекции, т.е. по существу неопределенность определения динамической неопределенности. Очевидно, что коррекция целесообразна лишь в том случае, когда $u[x(t)] < u[y(t)]/k$.

Компенсация динамической неопределенности, в отличие от статической, где выполняется введение поправок в результат измерения, может быть осу-

ществлена лишь путем сложной обработки выходного сигнала устройства.

Алгоритм восстановления, описанный в [2], заключается в следующем:

1) получение выходного сигнала СИТ $y(t)$ длительностью T ;

2) разложение $y(t)$ в ряд Фурье с периодом первой гармоники вида:

$$y(t) = \frac{m_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} m_k \cos k\omega t + \sum_{k=1}^{\infty} n_k \sin k\omega t, \quad (2)$$

где $\omega = 2\pi/T$; T – длительность сигнала $y(t)$; m_k, n_k – коэффициенты, определяемые по формулам [3];

3) экспериментальное определение амплитудной $A(\omega)$ и фазовой частотных характеристик СИТ и вычисление действительной и мнимой частей комплексной частотной характеристики:

$$P(\omega) = A(\omega) \cos \Phi(\omega); \quad Q(\omega) = A(\omega) \sin \Phi(\omega); \quad (3)$$

4) вычисление коэффициентов Фурье $a_k; b_k$ входного сигнала $x(t)$ из системы уравнений:

$$\begin{cases} a_k P(k\omega) + b_k Q(k\omega) = m_k; \\ -a_k Q(k\omega) + b_k P(k\omega) = n_k; \end{cases} \quad (4) \quad m_0 = \frac{a_0}{P(0)}; \quad (5)$$

5) определение входного сигнала $x(t)$ в виде ряда Фурье:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos k\omega t + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin k\omega t. \quad (6)$$

Недостаток этого алгоритма связан с избыточностью вычислений. Так как реальный выходной сигнал $y(t)$ определен только на промежутке $[0; T]$, то достаточно предположить, что функция $y(t)$ четная и разложить ее по косинусам или нечетная и разложить ее по синусам. Это значительно сократит объем вычислений и упростит алгоритм коррекции.

В реальных СИТ, как цифровых, так и аналоговых, выходной сигнал $y(t)$ представлен в виде дискретных отсчетов $y(t_i)$. Поэтому при вычислении коэффициентов ряда Фурье следует заменить знак интегрирования на знак суммирования. Предположим, что функция $y(t_i)$ четная и разложим ее по

косинусам, ограничившись K -й гармоникой:

$$y(t_i) = \frac{m_0}{2} + \sum_{k=1}^K m_k \cos k\omega t. \quad (7)$$

Коэффициенты m_0 и m_k определяются по следующим формулам:

$$m_0 = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N [y(t_i)\Delta t]; \quad m_k = \frac{2}{N} \cos k\omega t \sum_{i=1}^N [y(t_i)\Delta t],$$

где $N = T/\Delta t$; Δt – интервал дискретизации сигнала.

Входной сигнал $x(t_i)$, разложенный в ряд Фурье по косинусам, имеет аналогичный (7) вид:

$$x(t_i) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^K a_k \cos k\omega t, \quad (8)$$

где $a_0 = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N [x(t_i)\Delta t]$; $a_k = \frac{2}{N} \cos k\omega t \sum_{i=1}^N [x(t_i)\Delta t]$.

Исходя из [2], коэффициенты $a_0; a_k$ определяются по формулам:

$$a_0 = \frac{m_0}{P(0)}; \quad (9) \quad a_k = \frac{m_k P(k\omega)}{P^2(k\omega) + Q^2(k\omega)}. \quad (10)$$

Для большинства измерительных устройств $\Phi(\omega) = 0$, поэтому формулу (10) можно упростить:

$$a_k = m_k / P(k\omega) = m_k / A(k\omega). \quad (11)$$

Таким образом, восстановленный сигнал определяется выражением:

$$x(t_i) = \frac{\Delta t \sum_{i=1}^N y(t_i)}{A(0)} + \sum_{k=1}^K \frac{2\Delta t \sum_{i=1}^N [y(t_i)]}{A(k\omega)} \cos^2 k\omega t. \quad (12)$$

При восстановлении сигнала необходимо оценивать его неопределенность. Для данной задачи она бывает двух видов: методическая, связанная с заменой бесконечного предела суммирования гармоник сигнала на конечное число K , и инструментальная, вызванная неопределенностью регистрации выходного сигнала $y(t)$ и частотных характеристик СИТ.

Рассмотрим неопределенность восстановления сигнала второго вида. Измерение входного сигнала СИТ является косвенным, то есть искомая величина $x(t)$ определяется на основании результатов прямых измерений выходного сигнала СИТ $y(t)$ и АЧХ устройства $A(\omega)$, с которыми она функционально связана. Чаще всего величины $y(t)$ и $A(\omega)$ коррелированы между собой, так как определяются с помощью одного регистрирующего устройства.

Алгоритм расчета неопределенности восстановления сигналов при динамических измерениях [4].

1. Определяем оценку входного сигнала по формуле (12).

2. Находим стандартные неопределенности $u[y(t)]$ и $u[A(\omega)]$. Если измерения величин $y(t)$ и $A(\omega)$ многократные, то неопределенности получаются по типу А, или по типу Б, если измерения однократные. На практике результаты измерения $y(t)$

чаще получают однократно, а АЧХ устройства определяется предварительно при метрологическом его исследовании.

3. Рассчитываем коэффициенты чувствительности:

$$c_y = \frac{\partial x(t_i)}{\partial y(t_i)} = \frac{N\Delta t}{A(0)} + \sum_{k=1}^K \frac{2N\Delta t}{A(k\omega)} \cos^2 k\omega t; \quad (13)$$

$$c_A = \frac{\partial x(t_i)}{\partial A(\omega)} = \sum_{k=1}^K \frac{2\Delta t \sum_{i=1}^N [y(t_i)]}{A^2(k\omega)} \cos^2 k\omega t. \quad (14)$$

4. Находим коэффициенты корреляции $r(y(t), A(\omega))$.

5. Определяем оценку дисперсии результата измерений:

$$u_c^2 = c_y^2 \cdot u^2[y(t)] + c_A^2 \cdot u^2[A(\omega)] + 2 \cdot c_y^2 \cdot c_A^2 \cdot r(y(t), A(\omega)). \quad (15)$$

6. Находим расширенную неопределенность:

$$U = t_p(v_{eff}) u_c, \quad (16)$$

где $t_p(v_{eff})$ – коэффициент Стьюдента для заданного уровня доверия p и числа степеней свободы v_{eff} , определяемого по формуле:

$$v_{eff} = u_c^4 / \left(u_y^4 / v_y + u_A^4 / v_A \right), \quad (17)$$

где v_y, v_A равны $n-1$ для неопределенностей, полученных по типу А, или равны ∞ для неопределенностей, полученных по типу Б.

Выводы. При восстановлении измерительного сигнала рекомендуется пользоваться следующим алгоритмом: получение выходных отсчетов СИТ с известной неопределенностью u_y ; экспериментальное определение АЧХ $A(\omega)$ измерительного устройства и оценивание ее неопределенности u_A ; вычисление входного сигнала СИТ из выражения (12), задавшись требуемым уровнем методической неопределенности, то есть ограничившись необходимым числом гармоник K ; рассчитать инструментальную неопределенность восстановления сигнала, пользуясь формулами (13) – (16).

ЛИТЕРАТУРА

1. Грановский В.А. Динамические измерения: основы метрологического обеспечения. – Л.: Энергоатомиздат, 1984. – 221 с.
2. Мокин Б.И. Восстановление сигналов ограниченной длительности // Метрология. – 1980. – № 9. – С. 3-5.
3. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. – М.: Наука, 1967. – 543 с.
4. Захаров И.П., Кукуш В.Д. Теория неопределенности в измерениях: Учебн. пособие. – Х.: Консум, 2002. – 256 с.

Поступила 27.03.2006

Рецензент: канд. техн. наук, доц. А.Б. Егоров, Харьковский национальный университет радиоэлектроники.