УДК 004.8:004.89

И.Б. Сироджа[1], И.А. Верещак[2]

[1]*Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков*
[2]*Научно-исследовательский институт радиоизмерений, Харьков*

# МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ИНЖЕНЕРИИ КВАНТОВ ЗНАНИЙ ДЛЯ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В СИСТЕМАХ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

*Предлагаются новые модели и методы **инженерии квантов знаний (ИКЗ)** для создания **интеллектуальных** систем поддержки принятия решений в условиях неопределённости и управления сложными объектами.*

***инженерия квантов знаний, принятие решений, системы искусственного интеллекта***

## Введение

При создании систем искусственного интеллекта (**СИИ**) широко используются искусственные нейронные сети (**ИНС**) и методы **инженерии знаний**, основанные на фреймовых, продукционных и других моделях знаний [1 – 7]. Их эффективность не достаточна из-за несовершенства способов представления знаний и машинного манипулирования ими. Тем не менее, перспективным является развивающееся знаниеориентированное направление в моделировании интеллектуальных умений человека, который успешно принимает решения в условиях неопределённости, опираясь на интуицию и знания [6 – 12]. Особое значение имеет развитие интеллектуальной информационной технологи, которая в научном направлении *искусственного интеллекта* именуется «**инженерией знаний**». Этот термин ввел в 1977 году Эдвард Фейгенбаум, ведущий специалист в области **СИИ** из Стенфордского университета [6]. Позднее он же определил **знаниеориентированые системы (ЗОС)** как «интеллектуальные» компьютерные программы, использующие знания и процедуры вывода для решения проблем, которые настолько сложны, что требуют привлечения эксперта [7]. Отсюда возникло понятие **экспертных систем (ЭС)** как первых представителей **ЗОС**. Термин «**инженерия квантов знаний**» **(ИКЗ)** был введен автором в связи с предложенной новой структуризацией знаний посредством **квантов**, т.е. порций информации различных уровней сложности. *Идея* **ИКЗ** состоит в создании новых моделей и методов автоматического построения и обработки *алгоритмических* ***квантовых*** *структур* ***знаний***, которые допускают ***множественное***, ***векторно-матричное*** и ***аналитическое*** представление, а также обеспечивают манипулирование ими посредством *машинных алгебр* и процедур логического вывода.

В работе предложены модели и методы **ИКЗ,** положенные в основу *обобщённого* индуктивного метода ***разноуровневых алгоритмических квантов знаний*** (**δРАКЗ-метода**) для вывода решений в заданных условиях **δ-*неопределённости*** [10 – 12]. *Обобщающий* параметр $\delta \in \{\mathbf{t}, \pi, \mathbf{v}, \ldots\}$ отвечает условиям **t-*неопределённости***, связанной с ***достоверными*** данными, **π-*неопределённости*** – с ***приближёнными*** данными, **v-*неопределённости*** – с ***вероятностными*** данными и так далее. По сравнению с известными методами принятия решений **δРАКЗ-метод** выгодно отличается следующими *тремя* **главными особенностями**.

**1.** Реализована строгая формализация используемых δ-квантов знаний (**δk-знаний**) в обобщённом классе $\mathbf{M}_\delta$ содержательных алгоритмических структур различных уровней сложности (**0-й**, **1-й**, **2-й уровень).** Условно **δk-знания** относятся к **0-му уровню**, если они представимы *числом* или *символом*; к **1-му уроню** – если *числовым* или *символьным вектором* и ко **2-му уровню** – если *числовой* или *символьной матрицей*. Обобщённый класс $\mathbf{M}_\delta = \{\mathbf{M}_\mathbf{t} \cup \mathbf{M}_\pi \cup \mathbf{M}_\mathbf{v}\}$ составляют **δРАКЗ-модели δk-знаний,** $(\delta \in \{\mathbf{t}, \pi, \mathbf{v}\})$ которые образуются алгоритмически из введенных *терминальных* ***δ-квантов*** посредством применения к ним операторов ***суперпозиции*** и ***конкатенации***. **Квантование** информации о предметной области и объектах принятия решений (**ОПР**) осуществляется автоматически, а величина используемых *уровней* **δk-знаний** зависит от сложности структуры данных.

**2. δРАКЗ-метод** обеспечивает построение ***обучаемых*** *операторов* и *квантовых сетей вывода* ***решений*** (**δ-КСВР**) в виде **δРАКЗ**-моделей имитирующих ***логические рассуждения*** *человека* от ***посылок*** через ***промежуточные следствия*** к ***целевым заключениям***. Разноуровневые **δk-*знания*** в узлах **δ-КСВР,** в отличие от нейронов **ИНС,** представляют собой не только *содержательные векторно-матричные структуры* данных об **ОПР,** но и своеобразные *процессоры* со встроенными алгоритмами для переработки входной информации (**посылки)** в выходную (**следствия)** с определением их *показателей достоверности*. Благодаря этому, стало возможным эффективное *манипулирование*

 

**δk-*знаниями*** посредством *машинных алгебр* и одновременное использование **δ-КСВР** как *обучаемой* **базы δ-квантов знаний (БδkЗ)** и **механизма *вывода*** искомых решений. **БδkЗ** представляется системой обнаруживаемых по *выборочным* **δk-*знаниям* импликативных** и/или **функциональных** *закономерностей.* **Механизм *вывода*** реализуется алгоритмическими средствами анализа узлов **δ-КСВР** от входов к выходам. ***Обучение*** **δ-КСВР** осуществляется по выборочным **таблицам эмпирических данных** (**ТЭД**) и/или по **сценарным примерам обучающих знаний** (**СПОЗ**) конкретной предметной области, которые формируются *экспертами* с *инженерами по знаниям*. ***Обучение*** завершается построением **δ-КСВР** и её *оптимизацией* по критерию *структурной безизбыточности.*

**3.** Для обеспечения **экстраполяционных** свойств **δРАКЗ-*моделей*** *принятия решений* обосновано *адекватное соотнесение* **сложности** моделей с **объёмом** *обучающих знаний,* необходимых при *индуктивном* построении **БδkЗ. Объём** обучающей **ТЭД δk-знаний** характеризуется количеством **m** наблюдений за **ОПР** и числом **n** его признаков. Сложность **БδkЗ** как **δРАКЗ**-модели определяется ***минимальным рангом*** входящих в неё ***закономерностей***. ***Ранг закономерности*** равен количеству $\mathbf{r \le n}$ признаков, находящихся в устойчивой **импликативной** или **функциональной** связи. **Оценки достоверности** гипотез о существовании таких закономерностей в **ТЭД** обоснованы доказанными ***теоремами*** **1, 2** и представлены соответствующими *формулами***,** описывающими ***зависимость*** между величинами **m**, **n** и **r**. Это позволяет формировать *выборочные* обучающие **СПОЗ** и **ТЭД** такого объёма $(\mathbf{m \times n})$, при котором с заданной *надёжностью* $\eta$ обеспечивается *построение* **БδkЗ** или **δ-КСВР** с ***адекватной сложностью*** по *рангу* $\mathbf{r_{max}}$ и ***допустимым риском*** $\mathbf{R_d}$ принятия ***ошибочного решения*** на *контрольных* **δk-*знаниях***.

С учётом приведенных *особенностей* **δРАКЗ-метода** сформулируем *обобщённую задачу* **создания *методологии* ИКЗ.**

## 1. Формулировка обобщённой задачи

*Обобщённая задача* состоит в создания ***методологии*** *инженерии квантов знаний***.** Она сводится к формулировке *базовых* $\mathbf{A_\delta}$**-**, $\mathbf{B_\delta}$**-**, $\mathbf{C_\delta}$**-задач** и разработке *общих* методик их решения **δРАКЗ-методом.** *Обобщение* охватывает *частные случаи* применения **δРАКЗ-моделей** $(\delta \in \{\mathbf{t}, \pi, \mathbf{v}\})$ ***представления*** и ***манипулирования*** **δk-*знаниями*** в различных условиях **t-, π-, v**-неопределённости.

Формально *обобщённую* $\mathbf{A_\delta}$**-задачу** для **δk**-знаний представим множественной пятёркой

$$\mathbf{A_\delta = (S_\delta, K_\delta, D_\delta, \Pi_\delta, Q_\delta)}, \qquad (1)$$

где $\mathbf{S_\delta}$ – символьный язык **δk-*знаний***, состоящий из конечного множества букв, цифр и символов операций теории алгоритмов; $\mathbf{K_\delta}$ – конечное множество *терминальных* **δk-*знаний***; задаваемое априори; $\mathbf{D_\delta}$ – множество значений некоторой *функции достоверности* ***квантовых событий*** **(КС)**, описываемых разноуровневыми **δk-*знаниями***, т.е. множество значений показателей достоверности **(ПК) δk**-знаний из некоторого *интервала*; $\mathbf{\Pi_\delta}$ – правила конструирования разноуровневых **δk-*знаний***; $\mathbf{Q_\delta}$ – множество *семантических кодов* и *специальных* символов, описывающих *уровень* и *содержание* **δk-*знаний***.

Иными словами, в *обобщённой* $\mathbf{A_\delta}$**-*задаче* требуется создать** формальные средства для *представления* и *манипулирования* порциями знаний, а также для построения ***класса*** $\mathbf{M_\delta}$ $(\delta \in \{\mathbf{t}, \pi, \mathbf{v}\})$ ***разноуровневых*** **δk-*знаний*** в языке $\mathbf{S_\delta}$ со значениями **ПК** из множества $\mathbf{D_\delta}$ на основе применения правил $\mathbf{\Pi_\delta}$ к терминальным **δk-*знаниям*** из $\mathbf{K_\delta}$**.** Требуемый уровень *структурной сложности* и *содержание* **δk-*знаний*** из класса $\mathbf{M_\delta}$ описывается соответствующими *семантическими кодами* из множества $\mathbf{Q_\delta}$.

Под ***представлением знаний*** понимается *строгое определение* ***класса*** $\mathbf{M_\delta = \{M_t \cup M_\pi \cup M_v\}}$ **δk-*знаний*** как **δРАКЗ**-моделей в терминах *теории алгоритмов*. ***Класс*** $\mathbf{M_\delta}$ состоит из *подклассов***:** $\mathbf{M_t}$ – *точных* или **t-*квантовых*** моделей (**tРАКЗ**-моделей); $\mathbf{M_\pi}$ – *приближённых* или **π-*квантовых*** моделей (**πРАКЗ**-моделей) и $\mathbf{M_v}$ – *вероятностных* или **v-*квантовых*** моделей (**vРАКЗ**-моделей).

Под ***манипулированием знаниями*** будем понимать *компьютерную реализацию* ***формальных операций*** над **δk-*знаниями***, процедур ***логического рассуждения*** и **вывода δk-*знаний*** при *формировании* принимаемых решений.

*Обобщённая* $\mathbf{B_\delta}$**-задача** состоит в синтезе алгоритмов машинного манипулирования **δk-*знаниями*** для ***индуктивного*** построения **идентификационной БδkЗ** и ***дедуктивного вывода*** из неё искомого значения **целевого** *классификационного* ***признака*** **ОПР** по его *наблюдаемым* ***признакам*** с заданной *надёжностью* $\eta$. Иными словами, **распознать** *класс* данного **ОПР** означает принять **классификационное *решение***, опираясь на **идентификационную БδkЗ**.

*Обобщённая* $\mathbf{C_\delta}$**-задача** заключается в синтезе процедур машинного построения и манипулирования **δk-*знаниями*** для **экстраполяции** результатов *частичных* наблюдений за **ОПР.** Конкретнее, **необходимо** синтезировать алгоритмы *машинного манипулирования* **δk-*знаниями*** для *индуктивного* построения ***прогнозной*** **БδkЗ** и *дедуктивного* **вывода** из неё **целевых** *неизмеренных признаков* **ОПР** на основании *измеренных* значений других *признаков* с заданной надёжностью $\eta$**.** Здесь возможность **прогноза** обеспечивается тем, что ***прогнозная*** **БδkЗ** по *определению* должна содержать *закономерности*, отражающие связь во ***времени*** между *измеренными* и *неизмеренными* признаками **ОПР**. Для решения *обобщённых* **$B_\delta$-, $C_\delta$-задач** средствами **ИКЗ** будем использовать как ***операторную*** **δРАКЗ-*модель*** **$M_{ОП}$,** так и ***сетевую*** **δРАКЗ-*модель*** **$M_{КС}$** ***вывода*** **решений.**

***Операторная*** **δРАКЗ-*модель*** **$M_{ОП}$** предполагает ***вывод*** *искомого решения* в виде *определённого* **δk-*знания*** путём ***операторной*** *редукции* (*преобразования*) **БδkЗ** по входному *наблюдаемому* **δk-знанию.** При этом **БδkЗ** находится ***индуктивно*** в режиме обучения по *выборочным* **δk-*знаниям*.**

***Сетевая*** **δРАКЗ-*модель*** **$M_{КС}$ = δ-КСВР** представляет собой ***многополюсную логическую квантовую сеть***. *Входные узлы* (**δ-*кванты***) **δ-КСВР** отвечают исходным **(*посылочным*)** признакам **ОПР**, *внутренние узлы* – ***промежуточным*** **рассуждениям** как ***свойствам*** **ОПР**, а *выходные узлы* – ***заключительным*** **следствиям**, т.е. ***целевым*** признакам **ОПР**, определяющим ***искомые решения***. Представляя ***рассуждения*** во *внутренних* и *выходных* ***узлах*** *сети* **δk-знаниями** в виде *формул* **алгебры *высказываний*** или **булевыми функциями**, получаем **функциональный механизм *вывода решений*** из ***посылок***, реализуемый в **δ-КСВР** путём движения от её *входов* к *выходам*.

В практических задачах ***высказывания*** в *узлах сети* обретают *свойства* **знаний** о ***фактах, событиях,*** **закономерностях** конкретной *предметной области* и требуют *алгоритмического доопределения*. Например, нужны алгоритмы ***автоматического квантования*** информации и вычисления **ПД** *промежуточных* и *окончательных* решений. Для успешной **алгоритмизации** всех этих процессов, включая и организацию ***обучения*** на **δk-*знаниях***, введём ***начальное*** *формальное представление* ***моделируемых суждений*** в виде ***логической сети вероятных рассуждений*** (**ЛСВР**). Формально **ЛСВР** отвечает ориентированный граф **G**, обладающий *порядковой функцией*. Основу *алгоритмизации* **ЛСВР** и трансформации её в ***квантовую сеть вывода решений*** (**δ-КСВР**) составляют ***алгоритм обучения*** (АЛОБУЧ) и ***алгоритм автоматического квантования*** (δАЛАКВА) [11]. Первичной формой ***обучающих*** **δk-*знаний*** всегда служит **таблица эмпирических данных (ТЭД)** объёмом (**m×n**). На основе использования **ТЭД** и/или опыта экспертов строится *последовательность* **сценарных примеров обучающих знаний (СПОЗ)**. Формально **СПОЗ** представляют собой отдельные *фрагменты сценариев принятия решений* в виде *высказываний*:

$$\text{ЕСЛИ}(\text{логическая комбинация посылок } e_i),\quad \text{ТО}(\text{следствие } C_j),\quad i=1,k;\ j=1,h, \tag{2}$$

которые описываются **пропозициональными формулами** в базисе $\{\wedge, \vee, \neg, \Rightarrow\}$ с указанием (если требуется) *показателей достоверности* ***посылок*** **ПД($e_i$)** и ***импликаций*** **ПД($\Rightarrow C_j$).** Отметим, что искомые **правила принятия решений** (**ППР**), порождаемые *операторной* ***моделью*** **$M_{ОП}$** и *сетевой* ***моделью*** **$M_{КС}$ вывода,** должны обладать ***экстраполяционными*** *свойствами***.** Это значит, что **ППР** должны *оперировать* только с *логическими комбинациями* **признаков *ранга*** не более **$r_{max}$,** адекватного ***объёму*** заданных **ТЭД** или **СПОЗ**, без *ухудшения* ***качества*** **принятия решений** относительно **ОПР** той же природы, но ***не используемых*** при ***обучении***.

В зависимости от конкретных **условий δ-неопределённости** (**δ = t, π, v**) в базовых **$A_\delta$-, $B_\delta$-, $C_\delta$-задачах** будем использовать **точные tk-*знания*** при **t-*неопределённости,*** **приближённые πk-*знания*** при **π-*неопределённости*** **и вероятностные vk-*знания*** при **v-*неопределённости*** [11]. Для этого введём **ограничения**, конкретизирующие **условия** рассматриваемых **t-, π-, v-*неопределённостей*:**

**1.** Данные об **ОПР** разнотипны (т.е., измерены как в количественных, так и в качественных шкалах) и достижимы в *неполных объёмах* из различных источников (эксперты, техническая документация, справочники, измерения приборов и т.д.).

**2.** Информация об **ОПР** и предметной области *неполная, неточная* и/или *вероятностная*.

**3.** Преобладает *вероятностный* характер данных, но законы распределения характеристик **ОПР** *не известны*.

**4.** Критерии **качества** *идентификации* и *прогнозирования* заданы неявно**;** неизвестно какие, в каком количестве и как выбрать ***информативные признаки*** **ОПР** относительно ***целей*** *принятия решений*.

**5.** *Неизвестны правила принятия* **классификационных** и **прогнозных *решений***, а также *индуктивные принципы* их построения путём ***обучения*** на выборочных *экспериментальных* данных.

**6.** *Невозможно определить* искомые **ППР** непосредственно *регулярными* численными методами.

Назовём **t-*неопределённостью*** *реальные условия* **$A_t$-, $B_t$-, $C_t$-задач**, которым отвечает совокупность ограничений {**(1), (4) – (6)**}, допускающих возможность построения *идентификационного* или *прогнозного* **ППР** с определением приемлемой оценки его *надёжности* в предположении, что **данные *достоверны***. В условиях **t-*неопределённости*** рационально использовать подкласс **$M_t \subset M_\delta$ точных tk–знаний** или **tРАКЗ-моделей**.

Будем называть **π-*неопределённостью*** реальные условия **$A_\pi$-, $B_\pi$-, $C_\pi$-задач,** которым отвечает совокупность ограничений {**(1), (2),(4) – (6)**}, допускающих синтез соответствующего **ППР** заданной надёжности и вычисление некоторого **показателя достоверности** (**ПД**) принимаемых решений при **неполных и неточных данных**. В условиях **π-*неопределённости*** согласно *методологии* **ИКЗ** следует применять подкласс **$M_\pi \subset M_\delta$ *приближённых***

**πk-*знаний*** или **πРАКЗ-моделей** [10].

Наконец, **ν-*неопределённостью*** назовём реальные условия **$A_\nu$-, $B_\nu$-, $C_\nu$-задач**, которым отвечает совокупность ограничений {**(1), (3) – (6)**}, допускающих построение *идентификационного* и *прогнозного* **ППР** заданной *надёжности* и определение **вероятности** искомых решений при **неполных и вероятностных данных.** В системах искусственного интеллекта при условиях **ν-неопределённости** уместно использовать подкласс $\mathbf{M}_\nu \subset \mathbf{M}_\delta$ *вероятностных* **νk-знаний** или **νРАКЗ-моделей** [11].

На основании изложенного ***обобщённая задача*** *создания методологии* **ИКЗ** состоит в следующем.

**<u>Заданы</u>:**

– *аксиоматический принцип формализации* алгоритмических квантовых структур знаний как содержательных порций информации **0**-го уровня, отображаемой *числом*; **1**-го уровня, представимой *вектором,* и **2**-го уровня – *матрицей*;

– *условия* ограничений при **t-, π-, ν-неопределённости в $A_\delta$-, $B_\delta$-, $C_\delta$-задачах** с указанием требуемого уровня ***качества*** и ***надёжности*** их решения;

– *количество* **m** наблюдений в данной предметной области, вместе с числом **n** и *содержанием* разнотипных *признаков* **ОПР,** представленных в форме *выборочной* **ТЭД $\mathbf{T_o(m, n)}$** и/или соответствующей последовательности **СПОЗ** вида (2);

– *содержание* **посылочной** и **целевой** информации в **$\mathbf{T_o(m, n)}$** и **СПОЗ,** а также в ***принимаемых решениях*** при указанных условиях ***δ-неопределённости***;

– *количество* $\mathbf{S}_\delta$ и *содержание* искомых ***целевых заключений***, а также *вид* закономерностей (*импликативных* и/или *функциональных*), извлекаемых из **ТЭД** и **СПОЗ** для *индуктивного* построения обучаемой ***идентификационной*** или ***прогнозной*** **БδkЗ.**

**<u>Требуется</u>:**

**создать** обоснованную **общую методику** решения **$A_\delta$-задачи,** ($\delta \in \{\mathbf{t}, \pi, \nu\}$) а также компьютерной реализации ***операторной*** $\mathbf{M}_{\text{ОП}}$ и ***сетевой*** $\mathbf{M}_{\text{КС}}$ *моделей* **вывода** решений в виде ***обучаемых*** **δ-КСВР** *заданного качества* для решения **$B_\delta$-, $C_\delta$-задач** с *необходимой надёжностью* η в условиях **t-, π-, ν-*неопределённости***. **Общая методика** должна *обеспечивать***:**

– формализацию квантовых структур**: tk-знаний** (при **δ = t**)**, πk-знаний** (при **δ = π**)**, νk-знаний** (при **δ = ν**)**, ЛСВР** и соответствующих **t-КСВР, π-КСВР** и **ν-КСВР**, удобных для логического вывода и машинного манипулирования **δk-знаниями**;

– разработку **принципа** *внешнего дополнения* для обоснованного формирования ***необходимого объёма*** обучающих **δk-знаний** в виде **ТЭД** и **СПОЗ** с целью достижения ***приемлемого уровня сложности*** и ***экстраполяционной способности*** синтезируемых ***идентификационной*** и ***прогнозной*** **БδkЗ** в моделях ***вывода*** решений $\mathbf{M}_{\text{ОП}}$ и $\mathbf{M}_{\text{КС}}$;

– *алгоритмизацию* процессов *обучения, автоматического квантования* при трансформации **ЛСВР** в **t-, π-, ν-КСВР**, *оптимизацию* и *управление* **δ-КСВР** в рабочем режиме, т.е. *синтез* соответствующих алгоритмов, называемых сокращённо**:** АЛОБУЧ, δАЛАКВА, δАЛОПТ, δАЛУПР [11];

– *формулировку* и *решение* **базовых $A_\delta$-, $B_\delta$-, $C_\delta$-задач**, а также определение ***показателей достоверности*** *принимаемых решений* посредством **πk-*знаний*** и вычисление ***оценок вероятности*** искомых решений с помощью **νk-*знаний*** в соответствующих **π-КСВР** и **ν-КСВР**.

Опираясь на ранее опубликованные результаты [8 – 12], кратко изложим **общую методологию** решения ***поставленной задачи.***

## 2. Общая методология решения обобщённой задачи

Общая методология решения *поставленной* ***обобщённой задачи*** охватывает ***неформальный*** и ***формальный*** аспекты построения ***операторной*** $\mathbf{M}_{\text{ОП}}$ и ***сетевой*** $\mathbf{M}_{\text{КС}}$ *моделей* принятия ***идентификационных*** и ***прогнозных*** решений.

***Неформальный*** **аспект** состоит в формировании ***человеком*** принципов и методов ***инженерии квантов знаний***, исходных **ТЭД, СПОЗ** и целей ***знание-ориентированного*** **принятия решений.** Это является прерогативой *интеллекта* экспертов, разработчиков и пользователей ***интеллектуальных систем*** в конкретной предметной области.

***Формальный*** **аспект** *непосредственно* связан с ***формализацией*** **δk-*знаний*,** ($\delta \in \{\mathbf{t}, \pi, \nu\}$)**,** *обоснованием* их ***корректности,*** а также с ***алгоритмизацией*** *процессов* ***обучения, автоматического квантования, оптимизации*** и ***управления*** *квантовыми сетями принятия решений.*

В целом общая ***методология инженерии квантов знаний*** (**ИКЗ**) базируется на построении *обобщенного* класса $\mathbf{M}_\delta=\{\mathbf{M}_t \cup \mathbf{M}_\pi \cup \mathbf{M}_\nu\}$ **δРАКЗ**-моделей, удовлетворяющих специфическим *ограничениям* для подклассов**:** $\mathbf{M}_t$ *точных* **tk-знаний, $\mathbf{M}_\pi$** *приближенных* **πk-знаний** и $\mathbf{M}_\nu$ *вероятностных* **νk-знаний**.

*Общность* ***методологии*** обусловлена *общим принципом* автоматического *квантования* информации с ***доменным*** представлением *свойств* **ОПР**, ***единой*** структурой *пространства* **δРАКЗ**-моделей с общими методами их *множественного, векторно-матричного* и *конечно-предикатного* ***представления*** [10, 11].

**2.1. Формализация и построение структур инженерии квантов знаний ($A_\delta$-задача).**

Условия **t-**, **π-**, **ν-**неопределённости в **$A_\delta$-задаче** требуют ***формализации*** и ***построения*** соответствующих типов **δk-*знаний: точных*** (**t-квантов**), ***приближённых*** (**π-квантов**) и ***вероятностных*** (**ν-**

**квантов**) в подклассах $\mathbf{M_t}$, $\mathbf{M_\pi}$, $\mathbf{M_v} \in \mathbf{M_\delta}$ **δРАКЗ-моделей**. Класс $\mathbf{M_\delta}$ отличается **строгой формализацией δРАКЗ-моделей** в терминах теории алгоритмов независимо от их *типов* и *уровней*. Это позволяет рассматривать **общую структуру δk-знаний** и легко переходить к частным **tРАКЗ**-моделям (**tk-знаниям**), **πРАКЗ**-моделям (**πk-знаниям**) и **vРАКЗ**-моделям (**vk-знаниям**).

**2.1.1. Разноуровневые алгоритмические δ-кванты знаний (δРАКЗ).**

Для представления ***порций знаний*** о *состоянии* **ОПР** одновременно в ***смысловом***, ***информационном*** и ***алгоритмическом*** аспектах предлагается использовать ***δ-кванты знаний*** указанных трёх уровней. Общая структура **δ-*кванта знаний*** имеет ***три составляющих:*** **семантическую, информационную и процедурную**. Предполагается, что порция **(δ-*квант*)** знаний **0-го, 1-го** или **2-го уровня** о состоянии **ОПР** описывает некоторое *достоверное* или *нечёткое*, либо *вероятное* **квантовое событие (КС)** продукционного вида (2) **«*посылки – следствие*»**. **КС** могут иметь произвольную природу и представлять содержательные данные, факты, закономерности предметной области, а также, информационные файлы, например, *текстовый*, *графический* или *звуковой*, несущие **знания** об **ОПР** в *форме результатов выполнения определённых алгоритмов*. К примеру, **КС** может отвечать изменчивым условиям производственной ситуации, вынуждающей оперативное *многоразовое* построение ***сетевого графика*** работ сборочного цеха завода. Руководителю бывает достаточно увидеть *критический п*уть на графике, чтобы получить *поддержку для принятия решений* во избежание срыва выполнения производственного задания. Очевидно, в ***интеллектуальной системе*** для реализации такого **КС** необходим **специальный алгоритм** (программа), оперативно генерирующий **δ-*квант знаний*** в виде тексто-графического файла *сетевого графика*. В условиях **π-**, **v-неопределённости** нужны, например, алгоритмы, вычисляющие по *входным* данным-*посылкам* и *выходным* данным-*следствиям* показатель достоверности **(ПД)** интересуемого **КС** о видах работ, их последовательности и продолжительности, о кадровых и материальных ресурсах. Поэтому **δ-*квант знаний*** должен быть своеобразным **процессором**, реализующим *рассуждения* с учётом *сущности* и степени *достоверности* конкретного ***события***, которое происходит в условиях **неопределённости**.

**Семантическая** составляющая **δ-*кванта*** имеет форму ***специальной структуры данных*** и представляет **смысловую информацию** о данном **КС**. В ней указываются *шкалы измерения* признаков **ОПР**, ***семантический код*** и назначение **δ-*кванта*** как *модели знаний* о *фактах* либо *закономерностях*. ***Семантический код*** имеет символьный вид $\mathbf{\delta k_s Y_\omega}$, где $\delta \in \{\mathbf{t}, \boldsymbol{\pi}, \mathbf{v}\}$ указывает **тип δ-*кванта*** (***точный, приближённый, вероятностный***); **k** – *символ* кванта; $\mathbf{s} \in \{0, 1, 2\ldots\}$ – *уровень*, **Y** – *имя* и $\boldsymbol{\omega} \in \{\mathbf{п, ц, б, т\ldots}\}$ – *статус* кванта (**п***осылочный*, **ц***елевой*, **б***азовый*, **т***ерминальный* и т.п. ).

**Информационная** составляющая **δ-*кванта*** описывает разнотипные признаки (характеристики) **ОПР** в *динамической* секционированной (***доменной***) векторно-матричной форме, удобной для *манипулирования* **δk-*знаниями*** посредством *машинных алгебр* и ***логического вывода***. В содержательном и формальном представлении ***домены*** $\mathbf{d_j}$ **δ-*кванта*** отвечают ***нецелевым*** (*посылочным*) и ***целевым*** (*следственным*) признакам **ОПР**, именуются **активными** и разделяются между собой символом «**:**». Двоичные компоненты **активных *доменов*** $\boldsymbol{\alpha_i^j \in d_j}$, ($\mathbf{i} = 1, 2,\ldots\mathbf{n}$; $\mathbf{j} = 1, 2,\ldots$) соответствуют *значениям* **n** признаков с указанными либо *вычисленными показателями достоверности* **(ПД)** $\boldsymbol{\sigma(\alpha_i^j)}$. *Динамическая* форма ***доменного*** представления признаков предполагает *расширение размера* ***домена,*** на что указывает символ «∅» в его поле. Символ «**:**∅ | ∅**:**» между ***доменами*** указывает на *расширение* всего **δ-*кванта*** за счёт образования новых ***доменов***. Последний **активный *домен*** предназначен для ***целевого признака-следствия*** в *квантовом событии* и отделяется символом **«;»** от последующей **процедурной** *составляющей* **δ-*кванта***. Все активные домены определяют **логику КС**, поскольку **постулируется**, что **активные *домены*** связаны *конъюнкцией* (символ **«:»** есть *связка* «∧»), *компоненты* в доменах – *дизъюнкцией* (символ **«,»** есть *связка* «∨»), а **посылочные** домены по отношению к **целевому** – ***импликацией*** (связка «⇒») согласно (2). **Логику КС** можно описать *пропозициональными формулами* ***логики высказываний*** либо *конечными предикатами*, аргументами которых являются компоненты $\boldsymbol{\alpha_i^j}$ доменов $\mathbf{d_j}$.

Наконец, **процедурная** составляющая **δ-*кванта*** состоит из так называемых **пассивных доменов: выходного** и **процессорного**, которые содержат все *встроенные* **алгоритмы** с выходными результатами, необходимые для функционирования **δ-*кванта*** и управления им.

**Выходной домен** включает алгоритм **L** для реализации **логики КС** и выработки **выходного** *сигнала* $\boldsymbol{\gamma \in \{0, 1\}}$, свидетельствующего об **успешном** или **неуспешном** завершении работы **δ-*кванта*** по имени следствия **С**. При *успехе*, т.е. наличии всех посылочных данных, полной реализации **логики** и **содержания КС** вырабатывается *сигнал* $\boldsymbol{\gamma = 1}$. В противном случае (*неуспех*) или, когда отсутствует хотя бы одна посылка **КС**, возникает сигнал $\boldsymbol{\gamma = 0}$. В **π-кванте** и **v-кванте** (исключение составляют **t-кванты**, где все данные достоверны**) выходные *домены*** содержат ещё алгоритм **А(С)**, определяющий **ПД** $\boldsymbol{\sigma}$**(С)** следствия **С**, и алгоритм **А(→ С)**, задающий **ПД** $\boldsymbol{\sigma}$**(→ С)** импликации («→») следствия

**С**, а также сами значения $\sigma(C)$ и $\sigma(\rightarrow C)$.

**Процессорный домен** содержит все ***встроенные алгоритмы***, необходимые для реализации содержания **КС** по *входным посылкам*, и **управляющий** *сигнал* $u \in \{0, 1\}$. Сигнал **u** вырабатывается внешним алгоритмом управления АЛУПР для активизации работы **δ-*кванта*:** при $u = 1$ квант *активен* и работает, при $u = 0$ – *не работает*. **Функционирование δ-*кванта*** знаний любого типа и уровня **начинается** (при наличии сигнала $u = 1$ и поступлении на вход всех *посылок*) алгоритмической реализацией **логики** и **содержания КС**, а **завершается** определением **ПД** целевого следствия $\sigma(C)$ с выработкой **выходного** сигнала $\gamma = 1$.

Описанная **общая δ-квантовая структура** упрощается для **t-, π-, v-квантов 0-го уровня**, т.к. их **КС** характеризуются ***одним числом*** с вырожденной ***логикой.*** Различие **π-*квантов*** и **v-*квантов* 1**-го и **2**-го уровней состоит в том, что в **π-кванте** с именем **С ПД** $\sigma_\pi(C) = d(C)$ служит ***оценкой достоверности*** следствия **С**, а в **v-кванте С ПД** $\sigma_v(C) = p(C)$ – значением ***вероятности*** следствия **С**.

Символьная запись **δ-*квантовой*** структуры любого *уровня* выполняется в виде ***равенства***, в **левой** части которого находится **семантический код** $\delta k_s Y_\omega$, а **правая** содержит в квадратных скобках «[,]» *активные домены* **информационной составляющей** и *выходной домен* **процедурной составляющей δ-*кванта***. При этом ***наблюдаемому* i-му** значению $\alpha_i^j$, ($i = 1, 2,\ldots, r_j$) **j**-го признака $x_j$, ($j = 1, 2,\ldots, n$) **ОПР** отвечает *символьный компонент* «$1|\sigma(\alpha_i^j)$», который записывается в **j-м** домене **δ-*кванта*** с именем $Y_\omega$ на **i**-й позиции. Здесь указывается величина **ПД** $\sigma(\alpha_i^j)$, отделяемая вертикальной чертой «|». ***Ненаблюдаемому*** значению $\alpha_i^j$ отвечает символьный компонент «**0**» без указания величины **ПД**. **Например**, выражением

$$\delta k_1 c1 = [\overbrace{0,1\,|\,\sigma(\alpha_2^1),1\,|\,\sigma(\alpha_3^1),\varnothing}^{X_1} : \overbrace{1\,|\,\sigma(\alpha_1^2),0,\varnothing}^{X_2} : \varnothing\,|\,\varnothing : \overbrace{\alpha_1^{3ц}\,|\,\sigma(\alpha_1^{3ц}),\varnothing}^{X_3=X_ц}; \\ \underbrace{A(\rightarrow c1); \sigma(\rightarrow c1); A(c1); \sigma(c1); L(c1); \gamma}_{\text{выходной домен}}] \quad (3)$$

представляется расширяемый *векторный* **π-квант** ($\delta = \pi$) либо **v-квант** ($\delta = v$) **1-го** уровня с именем $Y_\omega = c1$ относительно целевого признака $x_ц = x_3$, являющегося следствием **c1** логической комбинации посылочных признаков $x_1$ и $x_2$ некоторого ОПР **ω**. Содержание **δ-*квантового*** события в $\delta k_1 c1$ (3) определяется следующей ***семантикой***: «**ЕСЛИ** *наблюдается* **2-е** *значение* $\alpha_2^1$ *признака* $x_1$ с **ПД** $\sigma(\alpha_2^1)$ **ИЛИ 3-е** *значение* $\alpha_3^1$ с **ПД** $\sigma(\alpha_3^1)$ **И 1-е** *значение* $\alpha_1^2$ с **ПД** $\sigma(\alpha_1^2)$ *признака* $x_2$, **ТО** ОПР *обладает целевым признаком* $x_ц = x_3$ с **ПД** $\sigma(\alpha_1^{3ц})$; *при этом указанная* ***логика*** **КС** *реализуется алгоритмом* **L(c1)**, *а выходной* **ПД** $\sigma(c1)$ *следствия* **c1** *в кванте вычисляется алгоритмом* **А(c1)**, *используя заданную достоверность* $\sigma(\rightarrow c1)$ *импликации*». Здесь величина $\sigma(\rightarrow c1)$ есть ***достоверность совместного свершения следствия* c1** *при посылке* $((\alpha_2^1|\sigma(\alpha_2^1)$ **ИЛИ** $\alpha_3^1|\sigma(\alpha_3^1))$ **И** $\alpha_1^2|\sigma(\alpha_1^2))$. Многочисленные примеры формального представления разноуровневых **t-**, **π-**, **v-квантов** содержатся в работах [10, 11].

Общая *строгая* **формализация *определения*** и ***конструирования*** **δk-*знаний*** рассматривается как $A_\delta$**-задача** представления и построения **δk-*знаний*** **0**-го, **1**-го и **2**-го уровней сложности. Суть ***строгой*** **формализации** состоит в аксиоматическом построении **δРАКЗ**-моделей в подклассах $M_t$, $M_\pi$, $M_v$, объединяемых в общий класс $M_\delta$.

*Аксиоматическое* построение разноуровневых **δРАКЗ**-моделей базируется на *постулировании* трёх **терминальных δ-*квантов*** $\delta k_1 y_т$, $\delta k_0 a_т$, $\delta k_1 b_т$ $\delta \in \{t, \pi, v\}$ и применении к ним известных в теории алгоритмов ***операторов*** **суперпозиции (∏-оператор), строчной конкатенации (CON⟨•⟩-оператор) и столбцовой конкатенации (CON[•]-оператор)** [10, 11].

**Терминальный векторный δ-*квант* 1**-го уровня $\delta k_1 y_т$ представляет собой **вектор доменов** $d_j$**:**

$$\delta k_1 y_т = [d_1 : d_2 : \ldots : d_n] = \\ = [\alpha^1_1|\sigma(\alpha^1_1), \ldots, \alpha^1_{r1}|\sigma(\alpha^1_{r1}) : \ldots : \alpha^n_1|\sigma(\alpha^n_{1n}), \ldots \\ \ldots, \alpha^n_{rn}|\sigma(\alpha_{rn})], \quad (4)$$

соответствующих *разнотипным признакам* $x_1, \ldots, x_n$ **ОПР** со значениями $\alpha^j_i|\sigma(\alpha^j_i)$ из конечных **множеств** *значений* $X^j$, ($j = 1, 2,\ldots, n$; $i = 1, 2,\ldots, r_j$):

$$X^1 = \left\{\alpha_1^1\,|\,\sigma(\alpha_1^1),\ldots,\alpha_{r_1}^1\,|\,\sigma(\alpha_{r_1}^1)\right\},\ldots,X^n = \\ = \left\{\alpha_1^n\,|\,\sigma(\alpha_1^n),\ldots,\alpha_{r_n}^n\,|\,\sigma(\alpha_{r_n}^n)\right\}, \quad (5)$$

где $\sigma(\alpha_i^j)$, ($i = 1, 2,\ldots, r_j$) – **ПД** соответствующих значений признаков.

**Терминальный выбирающий δ-*квант* 0**-го уровня $\delta k_0 a_т$ описывается известной в теории алгоритмов ***функцией выбора*** $V_k^{(m)}$ аргумента $\alpha_k$ из **m-*последовательности*** *чисел* или *символов*:

$$\delta k_0 a_т = [V_k^{(m)} = (\alpha_1\,|\,\sigma(\alpha_1), \alpha_2\,|\,\sigma(\alpha_2), \ldots \\ \ldots, \alpha_k\,|\,\sigma(\alpha_k), \ldots, \alpha_m\,|\,\sigma(\alpha_m)) = \alpha_k\,|\,\sigma(\alpha_k)]. \quad (6)$$

**Терминальный выбирающий δ-*квант* 0**-го уровня $\delta k_0 a_т$ описывается известной в теории алгоритмов ***функцией выбора*** $V_k^{(m)}$ аргумента $\alpha_k$ из **m-*последовательности*** *чисел* или *символов*:

$$\delta k_1 b_т = [\chi_{Y_j}(\alpha_k^j\,|\,\sigma(\alpha_k^j))] = \\ = \begin{cases} 1, \text{если } \alpha_k^j\,|\,\sigma(\alpha_k^j) \in Y_j; \\ 0, \text{если } \alpha_k^j\,|\,\sigma(\alpha_k^j) \notin Y_j, \end{cases} \quad k = (1, 2, \ldots, r_j). \quad (7)$$

***Определение* 1.** Разноуровневые алгоритмические $\delta$-***квантовые*** структуры, получаемые из ***терминальных квантов*** $\mathbf{\delta k_1 y_т}$, (4) $\mathbf{\delta k_0 a_т}$ (6) и $\mathbf{\delta k_1 b_т}$ (7) путём конечного числа применений к ним **$\prod$-оператора, CON⟨•⟩-оператора и CON[•]-оператора**, называются **разноуровневыми алгоритмическими $\delta$k-*знаниями* или $\delta$РАКЗ-моделями *знаний*** в условиях **t-, $\pi$-, v-неопределённости**.

Очевидно, используя *строгое* **определение 1** при **$\delta$ = t** (**точные k-*знания***) и **$\sigma(\alpha_i^j) = 1$** можно ***автоматически конструировать*** *произвольные* **tk-*знания*** в подклассе $\mathbf{M_t}$ **tРАКЗ**-моделей для условий **t-неопределённости.** При **$\delta = \pi$** (**приближённые k-*знания***) и **$\sigma(\alpha_i^j)$ =** ПД **$d(\alpha_i^j)$** синтезируются *произвольные* **$\pi$k-*знания*** в подклассе $\mathbf{M_\pi}$ **$\pi$РАКЗ**-моделей в условиях **$\pi$-неопределённости.** Наконец, при **$\delta$=v** (**вероятностные k-*знания***) и **$\sigma(\alpha_i^j) = p(\alpha_i^j)$** получаются **vk-*знания*** в подклассе $\mathbf{M_v}$ **vРАКЗ**-моделей в условиях **v-неопределённости**.

**Пример 1.** Пусть **задан *терминальный векторный* v-квант 1-го уровня $\mathbf{vk_1y_t}$:**

$$vk_1y_t = \begin{bmatrix} \alpha_1^1\,|\,.60, \alpha_2^1\,|\,.75 : \alpha_1^2\,|\,.30, \alpha_2^2\,|\,.86, \alpha_3^2\,| \\ |\,.55, \alpha_4^2\,|\,.90 : \alpha_1^3\,|\,.85, \alpha_2^3\,|\,.75, \alpha_3^3\,|\,.95 \end{bmatrix} \quad (8)$$

с ***семантикой***: «**ОПР** обладает тремя (**n** = 3) признаками $\mathbf{x_1}$, $\mathbf{x_2}$, $\mathbf{x_3}$ с заданными вероятностными значениями соответственно: в **1**-м домене в количестве $\mathbf{r_1}$ = 2, во **2**-м домене – $\mathbf{r_2}$ = 4 и в 3-м – $\mathbf{r_3}$ = 3, выбранных из содержательных вероятных множеств:

$\tilde{X}^1 = \{\alpha_1^1\,|\,p(\alpha_1^1),\ \alpha_2^1\,|\,p(\alpha_2^1)\}$,

где $p(\alpha_1^1) = .6$, $p(\alpha_2^1) = .75$;

$\tilde{X}^2 = \{\alpha_1^2\,|\,p(\alpha_1^2),\ \alpha_2^2\,|\,p(\alpha_2^2),\ \alpha_3^2\,|\,p(\alpha_3^2),\ \alpha_4^2\,|\,p(\alpha_4^2)\}$,

где $p(\alpha_1^2) = .3$, $p(\alpha_2^2) = .86$, $p(\alpha_3^2) = .55$, $p(\alpha_4^2) = .9$;

$\tilde{X}^3 = \{\alpha_1^3\,|\,p(\alpha_1^3),\ \alpha_2^3\,|\,p(\alpha_2^3),\ \alpha_3^3\,|\,p(\alpha_3^3)\}$,

где $p(\alpha_1^3) = .86$, $p(\alpha_2^3) = .75$, $p(\alpha_3^3) = .95$».

**Требуется построить v-*квант* 1-го уровня $\mathbf{vk_1c2}$** с именем **c2**, представляющий *знания* о наблюдаемом **ОПР** со следующей **семантикой:** «зафиксировано допустимое множество $\mathbf{Y_j}$, (j = 1, 2, 3) данных в виде $\mathbf{Y_1 = \{\alpha_2^{1ц}\}}$, $\mathbf{Y_2 = \{\alpha_2^2, \alpha_4^2\}}$, $\mathbf{Y_3 = \{\alpha_1^3, \alpha_3^3\}}$**,** где 2-е значение $\mathbf{\alpha_2^{1ц}}$ признака $\mathbf{x_1}$ объявлено **целевым** ($\mathbf{x_1 = x_ц}$) ***следствием*** **c2**, которое зависит от *логики* **КС:** ($\mathbf{\alpha_2^2}$ **ИЛИ** $\mathbf{\alpha_4^2}$) **И** ($\mathbf{\alpha_1^3}$ **ИЛИ** $\mathbf{\alpha_3^3}$) со значениями $\mathbf{\alpha_2^2}$, $\mathbf{\alpha_4^2}$, $\mathbf{\alpha_1^3}$, $\mathbf{\alpha^3}$ *посылочных* признаков $\mathbf{x_2}$ и $\mathbf{x_3}$ с заданными соответствующими ПД $\mathbf{p(\alpha_2^2)}$**,** $\mathbf{p(\alpha_4^2)}$, $\mathbf{p(\alpha_1^3)}$, $\mathbf{p(\alpha_3^3)}$; *вероятность импликации* **p(→ c2)** = 0,98**;** в **выходном домене** *общий* ПД **p(c2) v-кванта** вычисляется алгоритмом **A(c2)».**

Применяя действия по ***определению*** **1** к *терминальному* $\mathbf{vk_1y_t}$ (8), получим следующую ***формальную алгоритмическую процедуру*** конструирования требуемого **v-*кванта*** $\mathbf{vk_1c2}$ вместе с его представлением:

$$vk_1c2 =$$

$$= CON_{j=1}^{n=3}\left\langle CON_{k=1}^{r_j}\left\langle \chi_{Y_j}(V_j^{(3)}(V_k^{(r_j)}(vk_1r_T)))\right\rangle\right\rangle =$$

$$= \begin{bmatrix} \overbrace{0{,}1\,|\,.86{,}0{,}1\,|\,.90}^{X_2} : \overbrace{1\,|\,.85{,}0{,}1\,|\,.95}^{X_3} : \overbrace{0{,}1\,|\,.75}^{X_1=X_ц}; \\ \underbrace{.98; A(c2) : p(c2)}_{\text{выходной домен}}; L; \gamma \end{bmatrix}. \qquad (9)$$

Здесь **выходной домен** сформирован стандартным образом, но без **A(→ c2)**, т.к. **ПД p(→ c2)** задан.

Последовательность алгоритмических действий в *операторной записи* $\mathbf{vk_1c2}$ (9) производится так. Вначале происходит *настройка* действий всех операторов и функций слева направо для обработки исходного $\mathbf{vk_1y_t}$ (8) так, что первый $CON_{j=1}^{n=3}\langle\bullet\rangle$-оператор присваивает **j:=1** для последующей конкатенации образуемых **1**-го, **2**-го и **3**-го **доменов** синтезируемого $\mathbf{vk_1c2}$**.** Следующий $CON_{k=1}^{r_j}\langle\bullet\rangle$-оператор выполняется аналогично**: k := 1** для предстоящей **строчной конкатенации** $\mathbf{r_j}$ компонент **j**-го домена ($1 \le \mathbf{k} \le \mathbf{r_j}$), которые после ***характеристической*** функции $\chi_{\mathbf{Y_j}}$ преобразуются в «**0**» или «**1**» в результате анализа *компонентов* на принадлежность *зафиксированному* множеству $\mathbf{Y_j}$. Выбор указанных компонентов производится в цикле сначала посредством функции $\mathbf{V_j^{(3)}}$**,** а затем посредством функции $V_k^{(r_j)}$ выбирается **k**-я компонента из $\mathbf{r_j}$ возможных в **j**-м домене. Действия реализуются, циклически повторяясь, пока не будут исчерпаны установочные параметры**: n** – число признаков (**доменов**) и $\mathbf{r_j}$ – количество *компонентов* **j**-го **домена**.

**2.1.2. $\delta$РАКЗ-модели представления фактов и закономерностей.**

Под **фактами** будем понимать *измеряемые* разнотипные *признаки* и их логические комбинации, а также любые *наблюдаемые* события и ситуации, характеризующие **ОПР** и представимые $\delta$-***квантами знаний*** различных уровней и типов, т.е. **$\delta$РАКЗ-моделями.** В качестве **закономерностей**, которым подчиняются характеристики **ОПР** исследуемых классов, *предлагаем* рассматривать *устойчивые* **импликативные** (***запретные***), а также **функциональные логические связи** между *признаками* **ОПР**. На практике такие связи считаются *достаточно* **устойчивыми,** если их можно обнаружить при анализе *ограниченной* **ТЭД $\mathbf{T_0(m, n)}$** [12].

***Определение.*** **Устойчивая связь** между **r** признаками **ОПР** из общего их числа **n**, (**r ≤ n**), выражающая ***недопустимость*** по *смыслу* хотя бы одной комбинации их значений в множестве **$\delta$k**-знаний**,** ($\delta \in$ {**t, $\pi$, v**})**,** называется **импликативной закономерностью** или ***запретом*** **r**-го **ранга**.

Кроме **импликативной** связи между признаками может существовать и **функциональная** связь как частный случай **импликативной**. Отличие их состоит в том, что при **функциональной** связи значения некоторых признаков, называемых ***аргументами***, *всегда* ***однозначно*** определяют значение *признака-**функции***, в то время, как при **импликативной** связи – **не всегда**, а лишь при некоторых комбинациях значений исходных признаков.

***Определение*** **2. Функциональной закономерностью r**-го **ранга** на множестве **δk-знаний**, (**δ** ∈ {**t, π, v**}), называется **устойчивая связь** между **r,** (**r ≤ n**) признаками ОПР и некоторым (**r + 1**)-м признаком, позволяющая по значениям **признаков-*аргументов,*** однозначно определить значение **признака-*функции***. Понятие *устойчивости* **запретных** и **функциональных** связей базируется на статистических представлениях [11].

При формальном конструировании **δk-знаний** согласно ***определению*** **1** множества $\mathbf{X^j}$, (**j** = 1, 2,…, **n**) (5), отвечающие *активным доменам*, преобразуются посредством *терминального характеристического кванта* $\mathbf{\delta k_1 b_T}$ (4) в бинарные множества $\mathbf{B^j}$:

$$\begin{aligned} B^1 &= \left\{\beta_1^1 \mid \sigma(\beta_1^1),\ldots,\beta_{r_1}^1 \mid \sigma(\beta_{r_1}^1)\right\},\ldots,B^n = \\ &= \left\{\beta_1^n \mid \sigma(\beta_1^n),\ldots,\beta_{r_n}^n \mid \sigma(\beta_{r_n}^n)\right\},\ \beta_i^j \in \{0,1\}. \end{aligned} \tag{10}$$

Декартово произведение множеств $\mathbf{B^j}$ (10) с учетом только **активных** доменов **информационных составляющих δ-*квантов*** образует множество

$$B_\delta = B^1 \times B^2 \times \ldots \times B^n, \qquad \boldsymbol{\delta \in \{t, \pi, v\}}, \tag{11}$$

которое назовем **пространством δРАКЗ-моделей**.

***Определение*** **3.** Декартово произведение **J** подмножеств $\mathbf{Z^j \subseteq B^j}$, (**j** = 1, 2,…, **n**), выбранных по одному из множеств $\mathbf{B^1}$, $\mathbf{B^2}$,…, $\mathbf{B^n}$, т.е.

$$\mathbf{J} = (Z^1 \times Z^2 \times \ldots \times Z^n) \subseteq \mathbf{B_\delta} \tag{12}$$

называется **интервалом *пространства*** **δРАКЗ**-моделей.

Для упрощения выражения $\alpha_i^j \mid \sigma(\alpha_i^j)$ в δ-квантовом представлении **фактов** будем использовать запись

$$i^j \mid \sigma_i^j, (1 \le i \le r_j, 1 \le j \le n) \tag{13}$$

с **семантикой**: «*зафиксировано* **i-е** *значение* **j-го** *признака* **ОПР** *с соответствующим* **ПД** $\sigma_i^j$». На **рис. 1** показано ***пространство*** $B_\delta^{(3)}$ как ***множественное*** представление **δРАКЗ-*моделей*** **ОПР**, описываемых *тремя* признаками**:** $\boldsymbol{x_1}$ с $\mathbf{r_1 = 2}$ *значениями* из $\mathbf{X^1} = \{\alpha_1^1 \mid \sigma(\alpha_1^1), \alpha_2^1 \mid \sigma(\alpha_2^1)\}$; $\boldsymbol{x_2}$ с $\mathbf{r_2 = 4}$ *значениями* из $\mathbf{X^2} = \{\alpha_1^2 \mid \sigma(\alpha_1^2), \alpha_2^2 \mid \sigma(\alpha_2^2), \alpha_3^2 \mid \sigma(\alpha_3^2), \alpha_4^2 \mid \sigma(\alpha_4^2)\}$ и $\boldsymbol{x_3}$ с $\mathbf{r_3 = 3}$ *значениями* из множества $\mathbf{X^3} = \{\alpha_1^3 \mid \sigma(\alpha_1^3), \alpha_2^3 \mid \sigma(\alpha_2^3), \alpha_3^3 \mid \sigma(\alpha_3^3)\}$.

Отмеченным **точкам А** и **В *пространства*** $B_\delta^{(3)}$ отвечают **элементные *векторные*** **δk-*знания*** $\mathbf{\delta k_1 A}$ и $\mathbf{\delta k_1 B}$ в δ-*квантовой* форме:

$$\delta k_1 A = [\overbrace{0,2^1 \mid \sigma_2^1}^{x_1} : \overbrace{0,0,3^2 \mid \sigma_3^2,0}^{x_2} : \overbrace{0,2^3 \mid \sigma_2^3,0}^{x_3}]; \tag{14}$$

$$\delta k_1 B = [1^1 \mid \sigma_1^1,0\ : 0,2^2 \mid \sigma_2^2 0,0\ : 0,2^3 \mid \sigma_2^3,0]. \tag{15}$$

Они могут описывать ***факты*** или ***закономерности*** самой различной природы. **Семантика** $\mathbf{\delta k_1 A}$ и $\mathbf{\delta k_1 B}$, а также их *выходные* **домены** не указаны во избежание громоздкой записи.

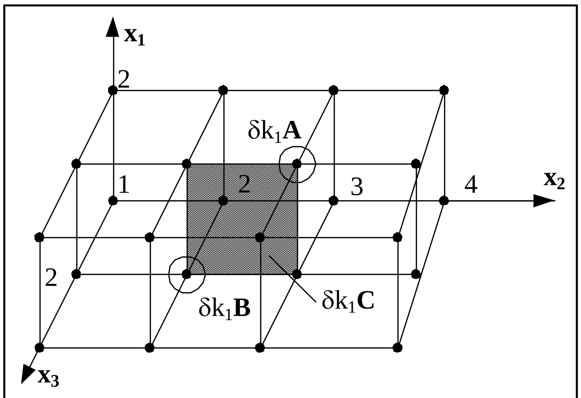


Рис. 1. Пространство $B_\delta^{(3)}$ **δРАКЗ**-моделей

Заштрихованному **интервалу** $\mathbf{C} \subset B_\delta^{(3)}$ на **рис. 1** соответствует **интервальный δ-*квант*** знаний **1**-го уровня $\mathbf{\delta k_1 C}$ с именем **С**:

$$\delta k_1 C = [\overbrace{1^1 \mid \sigma_1^1, 2^1 \mid \sigma_2^1}^{x_1} : \overbrace{0, 2^2 \mid \sigma_2^2, 3^2 \mid \sigma_3^2, 0}^{x_2} : \overbrace{0,2^3 \mid \sigma_2^3, 0}^{x_3}], \tag{16}$$

который состоит из точек **А** и **В**, и еще двух других. Заметим, что **элементный δ-*квант*** в своих **доменах** не может содержать более одного «*не нулевого*» компонента, а **интервальный δ-квант** – может и обязан. Поэтому, например, при **δ = t** (*точные* **k**-знания) из **интервального** $\mathbf{\delta k_1 C}$ (16) получаем **точный** *интервальный* **векторный t-квант 1**-го уровня $\mathbf{tk_1 C}$ без указания **ПД** $\sigma_i^j$ в силу *достоверности* **квантовых событий (КС):**

$$tk_1 C = [\overbrace{11}^{x_1} : \overbrace{0110}^{x_2} : \overbrace{010}^{x_3}]. \tag{17}$$

*Интервальный* $\mathbf{tk_1 C}$ (17) можно представить *матричным* **t-квантом 2**-го уровня $\mathbf{tk_2 C}$, состоящим из объединения **4**-х ***элементных*** *векторных* **t-квантов 1-*го*** уровня**:**

$$tk_2 C = \begin{bmatrix} \overbrace{01}^{x_1} : \overbrace{0010}^{x_2} : \overbrace{010}^{x_3} \\ 10 : 0010 : 010 \\ 01 : 0100 : 010 \\ 10 : 0100 : 010 \end{bmatrix} \tag{18}$$

с общей ***семантикой*****:** «*наблюдаемый* **ОПР** характеризуется ***фактом*** наличия **tk-*знаний*** $\mathbf{tk_1 C_1}$ = [01**:**0010**:**010] **ИЛИ** $\mathbf{tk_1 C_2}$ = [10**:**0010**:**010] **ИЛИ** $\mathbf{tk_1 C_3}$ = [01**:**0100**:**010] **ИЛИ** $\mathbf{tk_1 C_4}$ = [10**:**0100**:**010], независимо от указания *целевого* признака**».**

**Закономерности** представляются **δРАКЗ-**

моделями следующим образом. Пусть, например, заштрихованный *интервал* $\mathbf{C} \subset B_{\delta}^{(3)}$ на **рис.1** отвечает ***импликативной закономерности*** относительно *целевого* признака $\mathbf{x_3 = x_ц}$ и посылочных признаков $\mathbf{x_1}$, $\mathbf{x_2}$. Тогда согласно (16) её можно описать, например, *вероятностным* (при $\boldsymbol{\delta = v}$) *запретным* ***интервальным*** **v-*квантом*** **1**-го *уровня* с именем $\overline{Y}$ в виде**:**

$$vk_1\overline{Y} = [\overbrace{1^1 \mid p_1^1, 2^1 \mid p_2^1}^{x_1} : \overbrace{0, 2^2 \mid p_2^2, 3^2 \mid p_3^2, 0}^{x_2} : \overbrace{0, 2^3 \mid p_2^3, 0}^{x_3 = x_ц}], \quad (19)$$

с ***семантикой*****:** «*не верно*, что **ЕСЛИ** наблюдаемый **ОПР** обладает **1**-м **ИЛИ 2**-м значением *признака* $\mathbf{x_1}$ **И 2**-м **ИЛИ 3**-м значением *признака* $\mathbf{x_2}$ с соответствующими вероятностями $p_1^1, p_2^1, p_2^2, p_3^2$, **ТО** *целевой* признак $\mathbf{x_3}$ принимает **2**-е значение с вероятностью $p_2^3$**».** Как ***импликативная*** *закономерность* **vk**-***знания*** (19) представляются **запретной vРАКЗ-моделью** в форме **предикатного уравнения** вида**:**

$$vk_1\overline{Y} = [((x_1 = 1^1 \mid p_1^1, 2^1 \mid p_2^1) \wedge$$
$$\wedge (x_2 = 2^2 \mid p_2^2, 3^2 \mid p_3^2) \wedge (x_3 = 2^3 \mid p_2^3); \quad (20)$$
$$A(\rightarrow \overline{Y}); p(\rightarrow \overline{Y}); A(\overline{Y}); p(\overline{Y})) \equiv 0 \mid p_{\overline{Y}}]$$

с указанной ***семантикой***. Здесь символ «**,**» эквивалентен логической дизъюнкции «$\vee$», а символ «$0 \mid p_{\overline{Y}}$» указывает на *ложность* предиката в круглых скобках.

Аналогичными **δРАКЗ-моделями** (без *запретного* имени $\overline{Y}$, но с использованием символа «$1 \mid p_Y$» *истинности* предиката) описываются **функциональные связи.** Наличие *определенного* алгоритма **A(Y)** в **выходном** домене *запретных* или *функциональных* **δk-знаний 1**-го и **2**-го *уровней* указывает на *встроенную* ***процедуру*** для вычисления заключительного **ПД** $\boldsymbol{\sigma}$ **(Y)** δ-***кванта*** с учётом **логики** в его *предикатной* **δРАКЗ-модели**.

Таким образом, предложенный *обобщённый* класс $\mathbf{M_\delta}$ **δРАКЗ**-моделей содержит множество *единообразных* **δ-*квантовых*** *средств* для представления различных **фактов,** а также **импликативных** и **функциональных *закономерностей*** в *эквивалентных* по содержанию *формах***:**

**1)** ***множественной*** (точки, интервалы пространства $\mathbf{B}_\delta^{(n)}$ );

**2)** ***векторно-матричной*** (доменные δ-***квантовые*** структуры);

**3)** ***аналитической*** (конечные предикаты).

Отсюда ***основное преимущество*** **δРАКЗ**-метода перед существующими заключается в том, что он *открыт* для использования различных средств ***математики*** при синтезе и анализе эффективных средств ***инженерии квантов знаний*** в искусственном интеллекте**.**

**2.1.3. Операторная модель $\mathbf{M_{ОП}}$ вывода решений δРАКЗ-методом.**

**δРАКЗ**-метод обеспечивает *анализ* и *синтез* ***операторной*** модели $\mathbf{M_{ОП}}$ вывода ***идентификационных*** и ***прогнозных*** решений средствами *представления* и *манипулирования* ***точными*** *квантами знаний* (**tk-*знаниями***). ***Операторный*** вывод указанных решений на основе использования модели $\mathbf{M_{ОП}}$ реализуется последовательностью специальных ***операторных*** **преобразований** *разноуровневых* **tk-*знаний***, которые подробно изложены в [12]. На **рис. 2** приведена общая схема ***операторного вывода*** решений **tРАКЗ**-методом. Сначала ***синтезируется прогнозная*** **или *идентификационная*** база *точных* квантов знаний (**БtkЗ**) посредством **оператора**

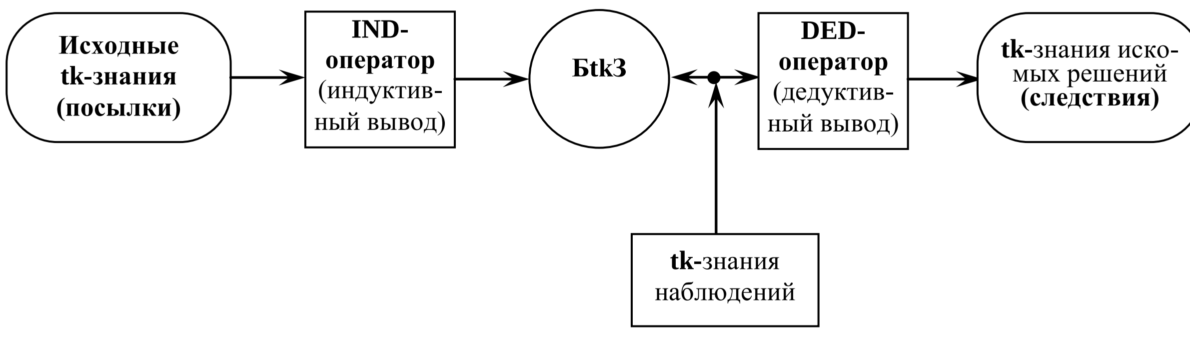


Рис. 2. Общая схема операторного вывода **решений tРАКЗ**-методом

**2.1.4. Сетевые модели $\mathbf{M_{КС}}$ принятия решений. δ-Квантовые сети вывода решений (δ-КСВР) при δ = t, π, v.**

Сетевые модели $\mathbf{M_{КС}}$ принятия решений представляются посредством **δ-КСВР.** ***Начальное*** *формальное* представление сетевого процесса **принятия решений** реализуется в виде *обучаемой* **логической сети вероятных рассуждений (ЛСВР)**. *Обучаемая* **ЛСВР** достаточно просто трансформируется в **квантовые модели *точного*** *вывода* решений (**t-КСВР)** при условиях ***t-неопределенности***, ***приближенного*** *вывода* **(π-КСВР)** при ***π-неопределенности*** и **вероятностного** *вывода* **(v-КСВР)** при **v-*неопределенности***. ***Формализация обучаемой*** **ЛСВР** состоит в *строгом определении* **ЛСВР** в терминах теории графов. Предполагается также синтез ***алгоритма*** **обучения** (**АЛОБУЧ**), с помощью которого находится по выборочной информации **ТЭД** и **СПОЗ** множество $\mathbf{E = \{X_i\}}$, ($\mathbf{i}$ = 1, 2,…, $\mathbf{n_g}$) ***вершин*** и множество $\mathbf{U = \Gamma = \{u_{ij}\}}$, ($\mathbf{j}$ = 1, 2,…, $\mathbf{m_g}$) ***дуг графа*** $\mathbf{G = (E,\Gamma)}$, отвечающих ***причинно-следственным связям с логикой*** между ***квантовыми событиями*** (**КС**).

***Определение*** **4.** ***Обучаемой*** **ЛСВР** называется синтезируемый по заданным **СПОЗ** посредством алгоритма **АЛОБУЧ** ориентированный **граф** $\mathbf{G = (E,\Gamma)}$, ***обладающий*** *порядковой функцией* $\mathbf{\Pi(X_i)}$ $\forall \mathbf{X_i \in E}$, определенной на подмножествах-уровнях $\mathbf{N_1, N_2,\ldots, N_k \subseteq E}$ вершин, и следующими *свойствами*:

1) все вершины (*узлы сети*) $\mathbf{X_i \in E}$, $\mathbf{(1 \le i \le n_y)}$ отвечают высказываниям из **СПОЗ** конкретной предметной области, а **дуги** $\mathbf{u_{ij} \in \Gamma,\ \Gamma: E \to E}$ указывают на **причинно-следственные** связи между узлами с *логическими связками* «**И**», «**ИЛИ**», «**НЕ**»;

2) все *узлы* $\mathbf{X_i \in N_1 \subset E}$ при $\mathbf{\Gamma^{-1}N_1 = \varnothing}$ соответствуют входной **посылочной** информации $\mathbf{e_t}$, $\mathbf{(1 \le t \le n_п)}$ относительно некоторых следствий $\mathbf{c_q}$, $\mathbf{(1 \le q \le m_c)}$ с заданными **ПД** $\mathbf{\sigma(e_t)}$, $\mathbf{\sigma(\to c_q)}$;

3) все *узлы* $\mathbf{X_i \in N_k \subset E}$ при $\mathbf{\Gamma N_k = \varnothing}$ являются **целевыми** (*выходными*) *узлами*-**заключениями** $\mathbf{C_s}$, $\mathbf{(1 \le s \le S)}$ с *вычисляемыми* **ПД** $\mathbf{\sigma(C_s)}$, а все вершины ***промежуточных*** уровней между $\mathbf{N_1}$ **и** $\mathbf{N_k}$ отвечают **частичным следствиям** $\mathbf{c_q}$.

Синтезированная в режиме обучения **ЛСВР** ***трансформируется*** в **δ-КСВР**, $\delta \in \{\mathbf{t}, \pi, \mathbf{v}\}$ с помощью разработанных *специального* **алгоритма автоматического квантования** ***информации*** **ЛСВР** под названием **δ-АЛАКВА** и **алгоритма оптимизации δ-АЛОПТ**, которые описаны в [11]. Основная цель этих алгоритмов заключается в *автоматическом* ***формировании*** *не заданного заранее* ***числа*** **δ-*квантов*** и ***оптимизации*** **структуры δ-КСВР** в условиях **t-, π-, v-неопределенности.**

В результате трансформации **ЛСВР** получается **δ-КСВР** с вычисляемыми **ПД** $\mathbf{\sigma(c_q)}$ и $\mathbf{\sigma(C_s)}$, допускающая **оптимизацию** *сети* в смысле *исключения избыточных* **δ-*квантов*** и *управление* ***сетевым выводом*** требуемых решений. Таким образом, суть **формализации δ-КСВР** *раскрывается* в следующем **определении**.

***Определение*** **5. Целенаправленной обучаемой δ-КСВР**, $\delta \in \{\mathbf{t}, \pi, \mathbf{v}\}$ называется результат преобразования графа $\mathbf{G = (E,\Gamma)}$ **= ЛСВР** посредством алгоритмов **δ-АЛАКВА** и **δ-АЛОПТ** в *квантовый граф* $\mathbf{G_{\delta k} = (E_{\delta k},\ \Gamma_{\delta k})}$, обладающий следующими *свойствами*:

1) все ***вершины*** $\mathbf{X_i \in E_{\delta k}}$ отвечают сгенерированным разноуровневым **δ-*квантам***, содержащим **СПОЗ** конкретной предметной области, а ***дуги*** $\mathbf{U_{ij} \in \Gamma_{\delta k}}$ указывают на *логические связи* ***квантовых событий***;

2) все $\mathbf{X_i \in N_k \subset E_{\delta k}}$, $\mathbf{\Gamma^{-1}N_1 = \varnothing}$ соответствуют входным **δk-*знаниям*-посылкам** с именами $\mathbf{e_\tau}$, $\mathbf{(1 \le \tau \le n_п')}$ относительно **δk-*знаний*-следствий** с именами $\mathbf{C_q}$, $\mathbf{(1 \le q \le m_c')}$ и с заданными **ПД** $\mathbf{\sigma(e_\tau)}$ и/или вычисляемыми $\mathbf{\sigma(\to C_q)}$;

3) все $\mathbf{X_i \in N_k \subset E_{\delta k}}$, $\mathbf{\Gamma N_k = \varnothing}$ являются **целевыми δk-*знаниями*-заключениями** с именами $\mathbf{C_s}$, $\mathbf{(1 \le s \le S)}$ и *вычисляемыми* **ПД** $\mathbf{\sigma(C_s)}$, а все ***промежуточные*** вершины графа $\mathbf{G_{\delta k}}$ отвечают ***частичным*** **δk-*знаниям*-следствиям** с **ПД** $\mathbf{\sigma(C_q)}$. Согласно ***определению*** **5** и условиям **δ-*неопределенности*** $(\delta \in \{\mathbf{t}, \pi, \mathbf{v}\})$ получаем **формализованные определения** соответствующих **t-КСВР**, **π-КСВР** и **v-КСВР**, отличающиеся лишь используемыми *алгоритмами* **δ-АЛАКВА** и **δ-АЛОПТ** [10, 11]. *Формирование исходных* **СПОЗ** для *обучения* **δ-КСВР** с целью решения $\mathbf{B_\delta}$**-задачи** производится на основе анализа примеров **идентификационных *сценариев*** данной предметной области, а с целью решения $\mathbf{C_\delta}$**-задачи** – на основе использования примеров **прогнозных *сценариев*** принятия решений. Следует отметить, что **оператор редукции** *сетевой* ***базы*** **δk-*знаний*** **(БδkЗ)=δ-КСВР,** входящий в состав алгоритмов $\mathbf{АЛ(B_\delta)}$ и $\mathbf{АЛ(C_\delta)}$ [11] *решения* $\mathbf{B_\delta}$-, $\mathbf{C_\delta}$**-задач** в данном случае обработки *функциональных закономерностей* выполняет роль **активизации δ-*квантов знаний*** при ***выводе решений***.

**Активизация δ-*кванта*** **s**-го **уровня** $\mathbf{\delta k_s Y}$ – это **формирование** на его входе *посылочных* значений характеристик **ОПР** с указанием *оценок* их ***достоверности*** и *вычисления* **ПД** $\mathbf{\sigma(Y)}$ по заданному в выходном домене *алгоритму* $\mathbf{A(Y)}$. **Активизация δ-КСВР**–это процесс **формирования** на ее *входе* **δk-*знаний*-посылок** и *последовательной автоматической* **активизации** всех **δ-*квантов***, находящихся в *причинно-следственной связи* с *выходными* **δk-*знаниями***, отвечающими ***принимаемым решениям***. Отсюда приходим к *определению* ***вывода*** *возможных* **решений** посредством **δ-КСВР**.

***Определение*** **6.** Последовательный автоматический процесс **активизации** *посылочных* $\mathbf{e_i}$, *промежуточных* ($\mathbf{C_r}$) и *целевых* ($\mathbf{C_j}$) **δ-*квантов*** в графе $\mathbf{G_{\delta k}(E_{\delta k}, \Gamma_{\delta k})}$ согласно ***определению*** **5** с *вычислением заключительных* **ПД** $\mathbf{\sigma(C_j)}$ по заданным алгоритмам $\mathbf{A(C_j)}$, известным **ПД** $\mathbf{\sigma(C_r)}$, $\mathbf{\sigma(e_i \to C_j)}$ и логике связей между $\mathbf{e_i}$ и $\mathbf{C_j}$ *называется* ***выводом*** *возможных* **решений** посредством **δ-КСВР**, $(\delta \in \{\pi, \mathbf{v}\})$.

***Дедуктивный вывод*** **идентификационных *решений*** в $\mathbf{B_\delta}$**-*задаче*** при заданных *посылочных* **δk-*знаниях*** $\delta k_1 Y_{B\omega}$ состоит в получении на выходе **δ-КСВР** с помощью алгоритма $\mathbf{АЛ(B_\delta)}$ искомых (***целевых***) **δk-*знаний*** $\delta k_s R_{B\omega}, (s = 0,1,2)$ с вычисленными **ПД** $\mathbf{\sigma(R_B)}$. ***Семантика*** $\delta k_s R_{B\omega}$ указывает на *принадлежность* **идентифицируемого ОПР ω** с заданной *надежностью* **η** к определенной *катего-*

*рии* или *классу* **K** из $\Omega$.

В результате решения **$C_\delta$-задачи** путем ***дедуктивного вывода*** возможных **прогнозных** ***решений*** по заданным посылкам $\delta k_1 Y_\omega$ получаем на выходе **δ-КСВР** с помощью алгоритма **АЛ($C_\delta$),** искомые **δ-кванты** ***знаний*** **s**-го уровня $\delta k_s R_{C\omega},(s=0,1,2)$ с вычисленными **ПД σ($R_C$)**. ***Семантика*** $\delta k_s R_{C\omega}$ отражает с заданной *надежностью* η ***прогнозируемые*** *значения* исследуемых *признаков* **ОПР** либо *категорию* ***прогнозируемой*** *ситуации*, в которой находится наблюдаемый **ОПР** $\omega \in \Omega$.

**2.2. Индуктивное построение и оценивание базы δ-квантов знаний (БδkЗ) по обучающим δk-знаниям.**

Для обеспечения экстраполяционных свойств δРАКЗ-моделей принятия решений необходимо в качестве внешнего дополнения сформулировать и доказать теоремы, обосновывающие предлагаемый способ адекватного соотнесения сложности искомых импликативных и/или функциональных БδkЗ с объемами требуемых обучающих δk-знаний. Это диктуется острой необходимостью обеспечения разработчиков СИИ расчетной методикой для формирования обучающей ТЭД $T_0$(m,n), обеспечивающей гарантированное индуктивное построение нужной БδkЗ как системы закономерностей предметной области требуемого качества.

**2.2.1. Оценка адекватности индуктивно синтезируемой импликативной БδkЗ обучающим tk-знаниям. Основная теорема 1.**

Для обеспечения ***экстраполяционных свойств*** **δРАКЗ-*моделей*** принятия решений необходимо в качестве *внешнего дополнения* сформулировать и доказать ***теоремы***, обосновывающие предлагаемый способ адекватного соотнесения ***сложности*** искомых **импликативных** и/или **функциональных БδkЗ** с ***объемами*** требуемых *обучающих* **δk-*знаний***. Это диктуется острой необходимостью обеспечения разработчиков **СИИ** ***расчетной методикой*** для формирования *обучающей* **ТЭД $T_0$(m, n)**, обеспечивающей *гарантированное* ***индуктивное*** построение нужной **БδkЗ** как системы ***закономерностей*** предметной области *требуемого качества*.

$$B = \mathrm{CON}_{j=1}^{n}\left\langle B^j \right\rangle = \left\langle B^1, B^2, \ldots, B^n \right\rangle = \\ = \left\langle \beta_1^1, \beta_2^1, \ldots, \beta_{r_1}^1, \beta_{r_1+1}^2, \ldots, \beta_{r_1+r_2}^2, \ldots, \beta_{r_1+r_2+\ldots+r_j}^j, \ldots, \beta_N^n \right\rangle \qquad (21)$$

элементы которого отвечают *значениям* всех признаков $x_1, x_2, \ldots, x_n$ **ОПР**. Очевидно, **N**-я декартова степень множества **B** (21) и образует ***расширенное*** *булево пространство* $\mathbf{B}^N$**:**

$$B^N = \underbrace{B \times B \times \ldots \times B}_{N.\text{раз}} = \{\vec{\beta}\}, \qquad (22)$$

которое назовём **логическим пространством реализаций δРАКЗ-моделей.** Векторные *элементы* $\vec{\beta} \in \mathbf{B}^N$ (точки, реализации)**:**

$$\vec{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \ldots \beta_N) \in B^N \qquad (23)$$

назовем **булевскими моделями ОПР** для *описания* результатов наблюдений за **ОПР** в реальных предметных областях. Тогда суть ***индуктивного принципа*** *внешнего дополнения* для случая поиска ***импликативных*** *закономерностей* состоит в следующем.

Пусть точки пространства $\mathbf{B}^N$ отвечают множеству **T** *мыслимых объектов*, часть которых $\mathbf{T_r} \subseteq \mathbf{T}$ относится к *реальным* **ОПР** исследуемых *классов*. Поскольку на практике **T** и $\mathbf{T_r}$ *недоступны* непосредственному *перечислению*, т. к. их мощности *очень велики* и соотносятся как $|\mathbf{T_r}| << |\mathbf{T}|$), то о *закономерностях* в $\mathbf{T_r}$ судят по ограниченному (*обучающему*) множеству $\mathbf{ТЭД} = \mathbf{T_0(m, N)} \subseteq \mathbf{T_r}$ объёма ($\mathbf{m} \times \mathbf{N}$), которое также намного меньше $\mathbf{T_r}$. Следовательно, в силу *реальных практических* условий**:**

$$T_0(m, N) \ll T_r \ll T \qquad (24)$$

назовем **булевскими моделями ОПР** для *описания* результатов наблюдений за **ОПР** в реальных предметных областях. Тогда суть ***индуктивного принципа*** *внешнего дополнения* для случая поиска ***импликативных*** *закономерностей* состоит в следующем.

Пусть точки пространства $\mathbf{B}^N$ отвечают множеству **T** *мыслимых объектов*, часть которых $\mathbf{T_r} \subseteq \mathbf{T}$ относится к *реальным* **ОПР** исследуемых *классов*. Поскольку на практике **T** и $\mathbf{T_r}$ *недоступны* непосредственному *перечислению*, т. к. их мощности *очень велики* и соотносятся как $|\mathbf{T_r}| << |\mathbf{T}|$), то о *закономерностях* в $\mathbf{T_r}$ судят по ограниченному (*обучающему*) множеству $\mathbf{ТЭД} = \mathbf{T_0(m, N)} \subseteq \mathbf{T_r}$ объёма ($\mathbf{m} \times \mathbf{N}$), которое также намного меньше $\mathbf{T_r}$. Следовательно, в силу *реальных практических* условий**:**

Назовем интервал $\bar{J}$ **пустым** относительно $\mathbf{T_r}$ и $\mathbf{T_0}$. Чем **сильнее** *импликативная связь,* тем **шире** соответствующий $\bar{J} \in \mathbf{T_r}$, а следовательно, **больше вероятность** проявления этой *закономерности*, что обнадеживает её обнаружение именно по обучающей **$T_0$(m, N).** Действительно, если в **$T_0$(m, N)** обнаружена ***импликативная связь*** между **r**, ($\mathbf{2 \le r \le N}$) признаками, которой отвечает *пустой интервал* $\bar{J}$ **r**-го ранга в пространстве $\mathbf{T_r}$, то должно выполнятся отношение $\bar{J} \cap \mathbf{T_r} = \varnothing$**,** а значит, и отношение $\bar{J} \cap \mathbf{T_0} = \varnothing$**.** Отсюда следует, что если $\bar{J} \cap \mathbf{T_0} = \varnothing$**,** то можно выдвинуть ***гипотезу*** о существовании ***импликативной*** *закономерности* **r**-го **ранга** в $\mathbf{T_r}$**,** судя по **ТЭД $T_0$(m, N).** Чтобы принять или отвергнуть ***гипотезу***, нужно оценить её **достоверность**, т.е. **вероятность** того, что ***гипотеза ошибочна***. **Достоверными** принято считать **гипотезы**, вероятность *ошибочности* которых настолько **мала,** что ею можно пренебречь. Поэтому при выявлении ***импликативных закономерностей*** разумно ограничиться поиском достаточно *крупных* ***запретных интервалов***, начиная с *ранга* **r** = 2 до $\mathbf{r}_{max}$ и пренебречь *мелкими*. Это существенно ограничивает *объем перебора* ***интервалов***. Очевидно, **достоверность** *выдвигаемой* ***гипотезы*** должна зависеть от общего числа **N** ***признаков****-столбцов* и числа **m** ***наблюдений****-строк* ТЭД $\mathbf{T_0(m, N)}$, а также от *ранга* **r** искомых связей между признаками **ОПР**. Тогда **достоверность гипотезы** о существовании ***импликативной закономерности*** **r**-го ранга можно оценить **вероятностью** ***несуществования*** соответствующего ***пустого*** *интервала* $\bar{\mathrm{J}}$. В вычислительном плане проще оценить эту **вероятность** *математическим ожиданием* $\mathbf{M\{m, N, r\}}$, т.е. средним числом ***запретных*** (пустых) интервалов **r**-го *ранга*, возникающих в пространстве $\mathbf{B^N}$ (22) при *чисто случайном* формировании ТЭД $\mathbf{T_0(m, N)}$ из элементов множества $\mathbf{T_r \subseteq B^N}$. При этом **m** строк $\mathbf{T_0(m, N)}$ выбираются *равновероятно* из множества $\mathbf{T_r}$ в предположении, что отсутствуют какие-либо закономерности. Очевидно, такую ***гипотезу*** можно выдвигать лишь при ***малых значениях величины*** $\mathbf{M\{m, N, r\}}$ в интервале [0, 1]. Действительно, чем ***меньше*** **вероятность** *несуществования* ***пустого интервала***, тем ***больше*** **достоверность** *существования* соответствующей ***импликативной закономерности***. На основании изложенного ***принципа внешнего дополнения*** для *индуктивного построения* ***импликативной*** **Бtk3** по обучающим **tk-*знаниям*** приходим к *основной* **теореме 1.**

**Теорема 1.** Пусть задана обучающая ТЭД $\mathbf{T_0(m, N)}$, которая состоит из **m** *строк-наблюдений,* **N** *столбцов-признаков* ОПР и **неявно** *содержит* ***импликативные закономерности*** об исследуемых классах ОПР из множества $\mathbf{T_r \subseteq B^N}$ (22). Предполагается, что $\mathbf{T_0(m, N)}$ есть случайная *равновероятная* **(m, N)-выборка** элементов из $\mathbf{T_r}$, представленная *матричным* **t-квантом *знаний*** **2**-го *уровня* $\mathbf{tk_2T_0}$. Пусть существованию ***импликативной*** связи **r**-го ранга между признаками **ОПР** в пространстве $\mathbf{T_r}$ отвечает событие **S(m,N,r):** «*некоторые интервалы* **r**-го *ранга* в $\mathbf{T_r \subseteq B^N}$ *не пересекаются* с $\mathbf{T_0(m, N)}$ (т.е. ***запретные*** или ***пустые***), *но в реальности* ***запретные*** *связи между признаками отсутствуют*». Тогда **оценка** $\mathbf{D_z}$ **достоверности *гипотезы* о** *существовании* ***импликативных закономерностей*** **r**-го *ранга* в $\mathbf{T_r}$ *определяется* на основе $\mathbf{tk_2T_0 = T_0(m, N)}$ *оценочной величиной* $\mathbf{M_S\{m, N, r\}}$ для ***вероятности*** $\mathbf{p_S(m, N, r)}$ обытия **S(m, N, r)** по формуле:

$$D_Z = p_S(m,N,r) \le M_S\{m,N,r\} = \frac{N!2^{r(1-m)}(2^r-1)^m}{r!(N-r)!}, \quad (25)$$

где $\mathbf{r_{min} \le r \le r_{max}}$; $2 \le \mathbf{r_{min} < r_{max}}$; $\mathbf{r_{max} \le N}$; $\mathbf{M_S\{m, N, r\}}$ – величина **математического ожидания** *числа* ***случайно*** обнаруженных в ТЭД $\mathbf{T_0(m, N)}$ *запретных интервалов* **r**-го ранга, которая *оценивает сверху* величину *вероятности* $\mathbf{p_S(m, N, r)}$ в области ***малых*** её значений из интервала [0, 1], т.е. в предположении ***отсутствия*** в ТЭД *импликативных связей* между признаками **ОПР**.

**Доказательство теоремы 1.** Из ***определения*** **2** и содержания события **S** очевидно вытекает суждение**:** «***уменьшение*** **вероятности** проявления ***запретного интервала*** ведёт *к* ***увеличению*** **достоверности** *гипотезы* о ***существовании*** *соответствующей* ***импликативной закономерности***». Отсюда следует *правомерность* использования вероятности $\mathbf{p_S(m, N, r)}$ события **S** для оценки $\mathbf{D_{z.}}$ достоверности *гипотезы.* Заметим, что *сложное* событие **S** есть *сумма простых* событий **c(m, N, r)** вида «*конкретный интервал* **r**-го *ранга не пересекается с* $\mathbf{T_0(m, N)}$» и наступает при любом событии **c(m, N, r),** связанным с выбором интервала **r**-го ранга. Поскольку события **c(m, N, r)** в составном событии **S(m, N, r)** связаны не просто, образуя сложные взаимные пересечения интервалов, вычисление вероятности $\mathbf{p_S(m,N,r)}$ события **S** сопряжено с большими трудностями. Поэтому величину $\mathbf{p_S(m, N, r)}$ при *малых* её *значениях* проще оценить величиной ***математического ожидания*** $\mathbf{M_S\{m, N, r\}}$ числа интервалов **r**-го ранга, не пересекающихся со случайной **ТЭД** $\mathbf{T_0(m, N)}$**.** Как известно, $\mathbf{M_S\{m, N, r\}}$ определяется *усреднённым* значением по всем возможным **реализациям** с учётом их вероятностей. В нашем случае **реализациями** являются различные *равновероятные булевы матрицы* размером **m×N**, отвечающие **ТЭД**, т.е. обучающим **tk-*знаниям*** $\mathbf{tk_2T_0}$, что упрощает вычисление $\mathbf{M_S(m,N,r)}$. Обозначим множество различных *булевых матриц* размером **m × N** через $\mathbf{A = \{a_i\}}$, а множество всех интервалов **r**-го ранга в пространстве $\mathbf{T_r}$ – через $\mathbf{B = \{b_j\}}$**.** В силу конечности множеств **A** и **B** их мощности определяют соответственно *число* $\mathbf{|A| = 2^{mN}}$ различных *булевых матриц* данного размера и *количество* $\mathbf{|B| = C^r{}_N{*}2^r}$ всех **интервалов r**-го ***ранга***, где $\mathbf{C^r{}_N}$ – число *сочетаний* из общего числа **N** признаков по **r**, а $\mathbf{2^r}$ – *количество* фиксированных комбинаций *значений* **r** признаков. Очевидно, **мощность *декартова произведения*** |**A**×**B**| определяет количество таких пар $(\mathbf{a_i}, \mathbf{b_i})$=(**матрица**, **интервал**), которые находятся в отношении ***непересечения***, т.е. **запретной** *связи* между **r** признаками. Усредняя величину |**A × B**| по всевозможным реализациям |**A**|, получим величину искомого *математического ожидания* $\mathbf{M_S\{m, N, r\} = |A \times B| / |A|}$. Для нахождения величины |**A × B**| сначала вычислим количество **Q** различных матриц, непересекающихся с конкретным, но произвольно выбранным *интервалом* **r**-го *ранга*. Предположим, что *интервал* образован значениями “**0**” первых **r** признаков $\mathbf{x_1, x_2, \ldots, x_r}$. Тогда *интервал* окажется ***пустым*** (*запретным*) в $\mathbf{T_0(m, N)}$, если ни одна из **m** её строк не будет содержать в первых **r** столбцах только “**0**”. Очевидно, доля матриц, у которых первые **r** столбцов в **m** строках заполнены “**0**”, составляет $\frac{1}{2^r}$ от общего числа матриц $\mathbf{2^{mN}}$, а доля остатка

$$C = (1-\frac{1}{2^r})^m = \frac{(2^r-1)^m}{2^{r\cdot m}}.$$

Величину **Q** определим по формуле:

$$Q = |A| \cdot C = 2^{mN} \cdot \frac{(2^r-1)^m}{2^{r\cdot m}}.$$

Следовательно,

$$|A \times B| = Q \cdot |B| = 2^{mN} \cdot \frac{(2^r-1)^m}{2^{r\cdot m}} \cdot C_N^r \cdot 2^r.$$

Разделив эту величину на $|\mathbf{A}| = 2^{mN}$, получим

$$M_S\{m, N, r\} = \frac{(2^r-1)^m \cdot C_N^r \cdot 2^r}{2^{r\cdot m}} = \frac{N! \, 2^{r(1-m)} \cdot (2^r-1)^m}{r! \cdot (N-r)!},$$

что совпадает с правой частью выражения $\mathbf{D_z}$ (25). Величина $\mathbf{M_S\{m, N, r\}}$ вычислена как ***сумма*** вероятностей $\mathbf{p_S(m, N, r)}$ событий $\mathbf{c(m, N, r)}$, взятая по всевозможным интервалам **r**-го ранга. Следовательно, эта ***сумма*** *вероятностей* не может быть *меньше* ***вероятности суммы*** этих же событий, т.е. $\mathbf{p_S(m, N, r) \le M_S\{m, N, r\}}$, что полностью совпадает с выражением (25). **Теорема 1** доказана.

Итак, ***гипотеза*** о **существовании** в $\mathbf{T_r}$ ***импликативных закономерностей*** **r**-го *ранга* ***принимается,*** судя по **ТЭД** $\mathbf{T_0(m, N)}$ при заданном *допустимом* значении $\mathbf{M^*_S}$, если **оценка** её **достоверности** по ***теореме*** **1** удовлетворяет неравенству

$$M_S\{m, N, r\} = \frac{N! \, 2^{r(1-m)} \cdot (2^r-1)^m}{r! \cdot (N-r)!} \le M_S^*. \qquad (26)$$

Выбор *допустимого* значения $\mathbf{M^*_S}$ для $\mathbf{M_S\{m, N, r\}}$ практически *не сложен*, т.к. величина $\mathbf{M_S}$ *сильно зависит* от ***ранга*** **r**. Например, при $\mathbf{M^*_S} = 10^{-3}$, $\mathbf{m} = 200$ и $\mathbf{N} = 00$ значениям $\mathbf{r} = 2, 3, 4, 5$ соответствуют с *точностью* до порядка *значения* $\mathbf{M_S}\{200, 100, \mathbf{r}\} = 10^{-21}, 10^{-6}, 10^2, 10^6$. В этом случае, очевидно, *запретные* интервалы *ранга* $\mathbf{r \le 3}$ отвечают устойчивым *импликативным* ***связям*** *ранга* $\mathbf{r = 2}$ и $\mathbf{r = 3}$, т.к. $\mathbf{r_{max}} = 3$.

### 2.2.2. Алгоритм AZ индуктивного построения импликативной BtkЗ.

Из **теоремы 1**, вытекает обоснование алгоритма **AZ** ***индуктивного*** построения ***импликативной*** **БtkЗ.**. В практическом диапазоне значений **m** и **N** *ранг* $\mathbf{r_{max}}$ оказывается небольшим (см. [12]), что позволяет обнаружить все ***импликативные*** закономерности путём *машинной* проверки на **«запретность»** интервалов *ранга* не выше $\mathbf{r_{max}}$. Например, в случае **N** *двоичных признаков* число таких интервалов $\mathbf{q_z}$ определяется по формуле:

$$q_z = \sum_{r=2}^{r_{max}} = \frac{2^r \cdot N!}{r! \cdot (N-r)!}, \qquad (27)$$

что допускает реализацию их перебора на ЭВМ.

Очевидно, дизъюнктивное объединение всех найденных *запретных интервалов* как конъюнкций комбинаций ***информативных признаков*** **ОПР** образует аналитическое описание (предикатное или функциональное) ***запретной*** *области* в пространстве $\mathbf{T_r}$, отвечающей **импликативной БtkЗ**. Отсюда получаем следующий **алгоритм AZ.**

**Алгоритм AZ.**

**Вход:** заданная *обучающая* **ТЭД** $\mathbf{T_0(m, N)}$ в форме матричного кванта *обучающих знаний* $\mathbf{tk_2T_0}$**;** $\mathbf{M^*_S}$ – *допустимое значение* оценки $\mathbf{M_S}$ *достоверности гипотезы* о существовании **импликативных закономерностей** в $\mathbf{T_r}$**;** *контрольная* ТЭД $\mathbf{tk_2T_k}$ для оценки *качества* **БtкЗ** величиной *эмпирического* риска $\mathbf{R_z}$ и величина *допустимого риска* $\mathbf{R^*_Z}$.

**Выход:** искомая ***безизбыточная*** **БtkЗ,** состоящая из ***простых*** запретов в форме **файла** *запретного* матричного кванта знаний $tk_2\overline{\Sigma}_{BZ}$ с именем **SAZ**.

**Действия:**

**Д1**. По формуле (26) определить при заданной **ТЭД** допустимое значение $\mathbf{r_{max}}$ ***ранга*** *импликативных* ***закономерностей*** согласно заданному $\mathbf{M_S^*}$. В случае *невыполнения* неравенства (26) изменить исходную **ТЭД** и повторять **Д1** до момента *выполнения* условие (26), иначе, выполнить **Д2**.

**Д2**. По формуле (27) найти все $\mathbf{q_Z}$ *импликативных* связей *ранга* **r**, $(\mathbf{2 \le r \le r_{max}})$ путем перебора строк матрицы $\mathbf{T_0(m,N)}$ в обучающем $\mathbf{tk_2T_0}$ и сформировать ***избыточную*** **БtkЗ** $tk_2\overline{\Sigma}_Z$ из *отсутствующих* в нем (*запретных*) интервалы указанных *рангов*.

**Д3**. Преобразовать **БtkЗ** $tk_2\overline{\Sigma}_Z$ в ***безизбыточную*** **БtkЗ** $tk_2\overline{\Sigma}_{BZ}$, состоящую из ***простых*** *запретов*, путем применения к $tk_2\overline{\Sigma}_Z$ **T**-, $\mathbf{T_u}$-, **RED**- и **POZ**-операторов манипулирования **tk**-*знаниями,* изложенных в [12].

**Д4**. Оценить *качество* **БtkЗ** $tk_2\overline{\Sigma}_{BZ}$ величиною *эмпирического риска* $\mathbf{R_Z \le R_Z^*}$ в % *ошибочных* ***распознающих*** или ***прогнозных*** решений на *контрольных* знаниях $\mathbf{tk_2T_k}$ посредством применения процедуры ***«скользящего экзамена».*** В случае, когда $\mathbf{R_Z \succ R_Z^*}$**,** улучшить **БtkЗ** $tk_2\overline{\Sigma}_Z$ с помощью экспертов и перейти к **Д3**, иначе, выполнить **Д5**.

**Д5**. Сформировать рабочий файл **SAZ** для **БtkЗ** $tk_2\overline{\Sigma}_{BZ}$ *допустимого качества* по риску $\mathbf{R_Z}$.

**Д6**. Конец.

На основе использования алгоритма **AZ** построен **оператор индуктивного вывода** ***импликативных*** **tk-*знаний,*** обозначаемый **INDS** ($\mathbf{tk_2T_0}$**; AZ; БtkЗ**) и применяемый для синтеза ***импликативной*** **БtkЗ** $tk_2\overline{\Sigma}_{BZ}$ по *обучающим* знаниям $\mathbf{tk_2T_0}$**.**

***Определение*** **7**. Алгоритмическая процедура

$$\mathrm{INDS}(tk_2T_0; AZ; БtkЗ) = tk_2T_0 \underset{AZ}{\overset{INDS}{\Longrightarrow}} tk_2\overline{\Sigma}_{BZ}, \quad (28)$$

реализующая **индуктивный вывод** из ***обучающего*** *кванта знаний* $\mathbf{tk_2T_0}$ *безизбыточной* ***импликативной*** **БtkЗ** = $tk_2\overline{\Sigma}_{BZ}$ в виде совокупности **простых запретов** посредством алгоритма **AZ**, называется **оператором индуктивного вывода *импликативных* tk-*знаний*** (кратко, **INDS-оператор**). *Левая* часть равенства (28) представляет имя **INDS** *операторной* процедуры с указанием в скобках имен ***входных*** параметров, **используемых алгоритмов** и *результата* на ***выходе***, а *правая* – квантовую процедуру ***индуктивного** вывода* ***следствия*** $tk_2\overline{\Sigma}_{BZ}$ из ***посылки*** $\mathbf{tk_2T_0}$.

Результат **INDS-оператора** может служить ***базовой*** заготовкой в смысле нахождения ***информативных*** признаков **ОПР** для синтеза искомых *правил принятия решений* (**ППР**). Поэтому при синтезе **δ-КСВР**, (δ ∈ {π, v, …}) рационально сначала найти с помощью **INDS-оператора** *базовый* ***квант*** *знаний* $tk_2\overline{\Sigma}_{BZ}$ и сформировать ***информативные*** **СПОЗ.** Затем в режиме *обучения* найти **ЛСВР** и трансформировать её в искомую **δ-КСВР.**

**2.2.3. Оценка адекватности индуктивно синтезируемой функциональной БδkЗ обучающим tk-знаниям. Основная теорема 2.**

*Адекватность* ***функциональной*** **БδkЗ** *обучающей* **ТЭД** $\mathbf{T_0(m, N)}$, по которой *индуктивно* находится система *функциональных* ***закономерностей***, будем оценивать ***величиной*** *ранга* $\mathbf{r}_{max}$ последних в зависимости от объёма ($\mathbf{m \times N}$) **ТЭД**.

Задача состоит в оценивании *достоверности* **гипотезы** о **существовании *функциональных закономерностей*** **r**-го ранга в пространстве $\mathbf{T_r}$, опираясь на обнаруженные ***функциональные*** *связи* между **r** признаками **ОПР** в обучающей **ТЭД** $\mathbf{T_0(m, N)}$ при условиях (24). Из ***определения*** **3** (см. п.п. 2.1.2) следует, что **функциональная связь** между **r** признаками и фиксированным (**r + 1**)-м признаком **существует**, когда происходит **событие f(m, N, r):** «*некоторые строки матрицы* $\mathbf{T_0(m, N)}$ *имеют одинаковые комбинации значений в* **столбцах-*аргументах,*** *и они же имеют одинаковые значения в* **столбце-*функции***».

Как и прежде матрица $\mathbf{T_0(m, N)}$ заполняется «**0**»-ми и «**1**»-ми случайно, равновероятно, независимо друг от друга и представляет собой *обучающие* **tk-*знания*** $\mathbf{tk_2T_0}$. Тогда **достоверность *гипотезы* о существовании *функциональной закономерности*** в $\mathbf{T_r}$ по обнаруженным функциональным связям в $\mathbf{T_0(m, N)}$ можно оценить **вероятностью** $\mathbf{p_F(m, N, r)}$ логической суммы событий типа **f(m, N, r)** как сложного ***события*** **F: «***в обучающем кванте знаний* $\mathbf{tk_2T_0}$ *объемом* ($\mathbf{m \times N}$) *обнаружена хотя бы одна произвольная функциональная связь* **r**-*го ранга*». *Событие* **F** наступает, когда в **ТЭД** $\mathbf{T_0(m, N)}$ обнаруживается *произвольное событие* типа **f(m, N, r)**. Очевидно, искомая вероятность $\mathbf{p_F(m, N, r)}$ ***суммы*** указанных *событий* **f *ограничена*** *сверху* **суммой *вероятностей*** $\mathbf{P_F(m, N, r)}$ *отдельных событий* **f**, т.е. $\mathbf{p_F(m, N, r) \le P_F(m, N, r)}$. Именно отсюда следует суть *вводимого* **принципа внешнего дополнения** для *индуктивного поиска* ***функциональных*** *закономерностей* и приводит к *основной* **теореме 2**.

**Теорема 2.** Пусть заданная *обучающая* **ТЭД** $\mathbf{T_0(m, N)}$, состоящая из **m** *строк-**наблюдений***, **N** *столбцов-**признаков*** **ОПР** и неявно содержит **функциональные *знания*** (***закономерности***) об исследуемых классах **ОПР** из множества $\mathbf{T_r \subseteq B^N}$ (20). Предполагается, что $\mathbf{T_0}$ **(m, N)** есть случайная равновероятная (**m, N**)-*выборка* элементов из $\mathbf{T_r}$, представленная матричным **t-*квантом*** *знаний* **2**-го *уровня* $\mathbf{tk_2T_0}$. Пусть, проявлению ***функциональной связи*** **r**-го *ранга* между некоторыми *признаками* **ОПР** в пространстве $\mathbf{T_r}$ отвечает ***событие*** **f(m, N, r):** «некоторые строки **ТЭД** $\mathbf{T_0}$ **(m, N)** имеют *одинаковые комбинации значений* в **r** *столбцах-**аргументах*** и *одинаковые* значения в **(r + 1)**-м *столбце-**функции***». Рассмотрим событие **F(m, N, r): «***в обучающем кванте* $\mathbf{tk_2T_0}$ *обнаружена хотя бы одна* ***функциональная связь*** **r**-го *ранга, которой отвечает событие* **f(m,N,r)»,** характеризующее **функциональные закономерности**. Тогда **оценка достоверности** $\mathbf{D_F}$ ***гипотезы*** о **существовании *функциональных закономерностей*** **r**-го *ранга* в $\mathbf{T_r}$ определяется, опираясь на $\mathbf{tk_2T_0}$, оценочной величиной $\mathbf{P_F(m, N, r)}$ для вероятности $\mathbf{p_F}$ **(m, N, r)** события **F(m, N, r)**, по **формуле:**

$$D_F = p_F(m, N, r) \le P_F(m, N, r) = \frac{N!2^{(2^r - m)}}{r!(N - r - 1)!}, \quad (29)$$

$\mathbf{P_F(m, N, r)}$ – сумма вероятностей отдельных событий **f(m, N, r)** в *области **малых*** её значений из интервала [0, 1], которая *ограничивает сверху* величину $\mathbf{p_F(m, N, r)}$.

**Доказательство теоремы 2.** Очевидно, доказательство теоремы сводится к определению величины $\mathbf{P_F(m, N, r)}$ по схеме правила произведения двух сомножителей **K** и **P**. Сомножитель **K** определяет количество отдельных **событий** $\mathbf{f_i(m, N, r)}$ в логической сумме событий **F(m, N, r),** а сомножитель **P** – величину вероятности $\mathbf{p_f(m, N, r)}$ события **f(m, N, r),** т.е. вероятности того, что выбранные заранее в **ТЭД** $\mathbf{T_0}$ **(m, N)** **r** столбцов окажутся в ***функциональной связи*** **r**-го ранга. Определим величину **K**. Очевидно, что количество различных выборов на роль **r аргументов-столбцов** из матричного **t-*кванта*** $\mathbf{tk_2T_0}$ равно числу сочетаний $C_N^r$**.** Число выборов одного **столбца-функции** из оставшихся столбцов определяется разностью **(N – r).** Следовательно, величина **K** равна**:**

$$K = C_N^r \cdot (N - r). \quad (30)$$

Для определения сомножителя **P** выберем в матричном кванте $\mathbf{tk_2T_0}$ некоторый минор, образуемый **r** столбцами, претендующими на роль **аргументов**. Выделим в миноре строки, не совпадающие по значениям ни с одной из расположенных выше. Выделенные строки, очевидно, будут обладать различными значениями, а все остальные – совпадать по значению с какой-либо из строк. Количество выделенных строк будет ***не больше*** чем $\mathbf{2^r}$, а оставшихся – ***не меньше*** чем $\mathbf{(m - 2^r)}$. Таким образом, строки $\mathbf{tk_2T_0}$ окажутся разбитыми на классы, содержащие строки только с одинаковыми комбинациями значений в **столбцах-аргументах**. Общее число таких классов не превысит $\mathbf{2^r}$. Наличие **функциональной связи** означает, что **столбец-функция** принимает произвольные значения в выделенных строках, если в любой другой строке его значения будут те же, что и в выделенной, попавшей в тот же класс. Следовательно, при интересующем нас событии $\mathbf{f(m, N, r)}$ о ***функциональных знаниях*** количество *строк* в $\mathbf{tk_2T_0}$, имеющих одинаковые комбинации значений в **столбцах-аргументах** и обладающих одинаковыми значениями в **столбце-функции**, не превысит величины $\mathbf{(m - 2^r)}$. Отсюда вытекает соотношение, определяющее сомножитель **P**:

$$P = p_f(m, N, r) \le \frac{1}{2^{(m-2^r)}} = 2^{(2^r - m)}. \qquad (31)$$

Перемножив величины **K** (30) и **P** (31), получим искомое выражение для $\mathbf{P_F(m, N, r)}$:

$$M_F(m, N, r) = C_N^r \cdot (N - r) \cdot 2^{(2^r - m)} =$$

$$= \frac{N!(N-r)\,2^{(2^r-m)}}{r!(N-r)!} = \frac{N!2^{(2^r-m)}}{r!(N-r-1)!},$$

что совпадает с правой частью выражения (29).

Поскольку $\mathbf{P_F(m, N, r)}$ оценивает вероятность $\mathbf{P_F(m, N, r)}$ события $\mathbf{F(m, N, r)}$ сверху, то

$$p_F(m, N, r) \;\le\; \mathbf{P}_F(m, N, r).$$

**Теорема 2** доказана.

Итак, **гипотеза** о *существовании* ***функциональных закономерностей*** **r**-го *ранга* в множестве $\mathbf{T_r}$, судя по *обучающей выборке* $\mathbf{T_0}$ **(m, N)**, **принимается**, если при заданном **допустимом** значении $\mathbf{P_F^*}$ оценки $\mathbf{P_F(m, N, r)}$ согласно **теореме 2** выполняется неравенство

$$P_F(m, N, r) = \frac{N!2^{(2^r-m)}}{r!(N-r-1)!} \le P_F^*. \qquad (32)$$

Характерно, что область значений $\mathbf{r \le 7}$ удовлетворяет неравенству $\mathbf{2^r < m}$, при котором оценка (32) *достаточно* ***точна***, но при $\mathbf{m < 2^r}$ оценка оказывается *слишком* ***грубой***. Однако, нас интересует *область* **малых** значений вероятности $\mathbf{p_F}$ **(m, N, r)**, т.к. именно в этом случае можно принимать **гипотезы** о ***функциональных связях*** на основании проведенных наблюдений. Невыполнение неравенства $\mathbf{2^r < m}$ влечет за собой резкое *увеличение* значения $\mathbf{P_F}$. Например, при $\mathbf{m} = 400$, $\mathbf{N} = 100$ и $\mathbf{P_F^*} = 10^{-3}$ *допустимо* вести поиск ***функциональных закономерностей***, *ранг* которых не превышает $\mathbf{r_{max}} = 8$. В практическом диапазоне значений **m** и **N** *ранг* $\mathbf{r_{max}}$ оказывается ***небольшим***, что позволяет обнаруживать все ***функциональные закономерности*** путем выявления в $\mathbf{T_0(m, N)}$ события **f** и перебора комбинаций *признаков* **ОПР** рангом **не выше** $\mathbf{r_{max}}$.

### 2.2.4. Алгоритм AF индуктивного построения функциональной BtkЗ.

На основе использования **теоремы 2** и приведенных в [11] ***алгоритмов*** **АДИФФ** и **АНАЛИЗ** синтезируем ***алгоритм*** **AF** для *индуктивного построения* **функциональной BtkЗ.**

**Алгоритм AF.**

**Вход:** обучающая ТЭД $\mathbf{T_0}$ **(m, N)** в форме матричного *кванта обучающих знаний* $\mathbf{tk_2T_0}$; $\mathbf{P_F^*}$– *допустимое* значение *оценки* $\mathbf{P_F}$ ***достоверности*** **гипотезы** о *существовании* ***функциональных закономерностей*** в $\mathbf{T_r}$; *контрольная* **ТЭД** $\mathbf{tk_2T_k}$ и величина *допустимого риска* $\mathbf{R_F^*}$ при оценке *качества* ***функциональной*** **BtkЗ**.

**Выход:** допустимая ***функциональная*** **BtkЗ**, состоящая из явных ***функциональных закономерностей*** $\mathbf{x_{uj} = F_{j\mu}}$, в форме **файла** *матричного* **t-кванта** ***знаний*** **2**-го *уровня* $\mathbf{tk_2\Sigma_{DF}}$ с именем **SAF**.

**Действия:**

**Д1.** Определить по заданной ТЭД $\mathbf{T_0}$ **(m, N)** *обучающего* кванта $\mathbf{tk_2T_0}$ и величине $\mathbf{P_F^*}$ допустимое значение $\mathbf{r_{max}}$ *ранга* **r** *функциональных связей* между признаками **ОПР**, при котором *оценка достоверности* **гипотезы** $\mathbf{P_F \le P_F^*}$ согласно формулы (32). При невыполнении неравенства (32) *дополнить* либо *заменить* исходную **ТЭД** и повторять **Д1**, пока не выполняется условие (32), *иначе* выполнить **Д2**.

**Д2.** Построить матрицу **Q** ***не дифференцированных запретов*** по исходной **ТЭД T(m, n)** путем попарного сложения по **mod2** её *строк*; указать количество **S** целевых признаков $\mathbf{x_u}$, для которых требуется установить ***функциональную связь*** с другими признаками **ОПР**.

**Д3.** Применить к матрице **Q** ***алгоритм*** **АДИФФ** для получения матрицы $\overline{Q}_Z$ **дифференцированных** ***запретов*** и сформировать соответствующий **файл** $\overline{Q}_Z$; зафиксировать количество **S** *целевых* ***признаков-функций*** и величину $\mathbf{r_{max}}$.

**Д4.** Применить к матрице $\overline{Q}_Z$ ***алгоритм*** ***АНАЛИЗ*** для определения последовательности из **S** возможных неявно заданных целевых **признаков-*функций*** от найденных наборов **признаков-*аргументов*** и сформировать соответствующий **файл SNAF** последовательности ***неявных*** **функций**.

**Д5.** Определить все функции $\mathbf{x_{uj} = F_{j\mu}}$, $(1 \le j \le S,\ 1 \le \mu \le q_F^j)$ в **явном виде** посредством *стандартного* табличного метода на базе использования исходной **ТЭД** и **файла SNAF.** Сформировать на этой основе *допустимую* ***функциональную*** $\mathbf{BtkЗ = tk_2\Sigma_{DF}}$ в форме **файла** с именем **SAF**.

**Д6.** Оценить качество $\mathbf{BtkЗ = tk_2\Sigma_{DF}}$ величиною ***эмпирического*** *риска* $\mathbf{R_F \le R_F^*}$ как % *ошибочных* ***распознающих*** или ***прогнозных*** **решений** на *контрольной* выборке $\mathbf{tk_2T_k}$ посредством применения процедуры *«скользящего экзамена»*. В случае, когда $\mathbf{R_F > R_F^*}$, с помощью экспертов *изменить* $\mathbf{BtkЗ = tk_2\Sigma_{DF}}$ *частично* путем *вариации* её состава за счет включения *не использованных функций* из последовательности $\mathbf{x_{ij} = F_{j\mu}}$, либо путем *полного* изменения исходной **ТЭД T(m, n)** и получения **новой БtkЗ**, *повторив процесс обучения*.

**Д7.** Конец.

На базе использования ***алгоритма* AF** в **РАКЗ-*методе*** можно строить **оператор индуктивного** вывода **функциональных tk-*знаний*** с именем и параметрами в скобках **INDF(ТЭД; AF; БtkЗ)** для синтеза **функциональной** (***идентификационной*** либо ***прогнозной***) $\mathbf{БtkЗ = tk_2\Sigma_{DF}}$ по ***обучающим*** знаниям $\mathbf{tk_2T_0}$.

***Определение 8.*** Алгоритмическая процедура

$$\mathbf{INDF(ТЭД;\ AF;\ БtkЗ) = tk_2T_0} \underset{\mathrm{AF}}{\overset{\mathrm{INDF}}{\Rightarrow}} \mathbf{tk_2\Sigma_{DF}}, \quad (33)$$

реализующая ***индуктивный* вывод** из *обучающего* **кванта *знаний* $\mathbf{tk_2T_0}$** *функциональной* $\mathbf{БtkЗ = tk_2\Sigma_{DF}}$ посредством алгоритма **AF**, называется **оператором индуктивного вывода функциональных tk-знаний** (кратко, **INDF-оператор**). По ***определению*** **8** выходной продукт **INDF-оператора** может служить *индивидуальной* либо *совместной* с ***запретами*** после **INDS-оператора базой tk-*знаний*** для *вывода* **правила принятия решений** в условиях **t-, π-, v-*неопределенностей*.**

Согласно **теореме 2** допустимая $\mathbf{БtkЗ = tk_2\Sigma_{DF}}$ как система ***функциональных закономерностей*** обладает ***экстраполяционными*** свойствами и ***адекватна*** решаемой задаче, поскольку *гарантированно* включает в себя *допустимые по рангу сложности* ***функциональные связи*** *целевых* признаков с *наиболее информативными признаками* **ОПР**, обнаруженными при ***обучении*** по **ТЭД.**

## 3. Алгоритмизация процессов обучения, автоматического квантования, оптимизации и управления δ-КСВР

Создание как *операторной* $\mathbf{M_{OP}}$, так и *сетевой* модели $\mathbf{M_{KC}}$ в виде **δ-КСВР** любого типа (**δ ∈ {t, π, v, …}**) всегда требует эффективной **алгоритмизации** процессов **обучения**, **автоматического квантования, оптимизации и управления** выводом решений. Эффективность ***алгоритмизации*** указанных процессов оценивается, как правило, достаточными быстродействием и объемом памяти, простотой в эксплуатации и приемлемой стоимостью используемых алгоритмов**: АЛОБУЧ**, **δ-АЛАКВА, δ-АЛОПТ, δ-АЛУПР**. Обоснование и содержание указанных *алгоритмов* для **π-** и **v-КСВР** подробно изложены в [10]. Здесь приведём *обобщённые* методические положения.

Под ***алгоритмическим*** *обеспечением* ***машинного*** **обучения δk-*знаниям*** будем понимать последовательную реализацию *построения* графа **G(E, Г)** по заданным **СПОЗ** согласно ***определению* 4,** *трансформации* его в граф $\mathbf{G_{\delta k}\ (E_{\delta k},\ Г_{\delta k})}$ по ***определению*** **5** и *оптимизации* топологии $\mathbf{G_{\delta k}}$ при *известном* ***количестве*** и ***содержании*** **целевых** решений. Иными словами, процесс ***обучения*** с **«учителем» –** это ***машинное*** нахождение заранее не известного *числа* **δ-*квантов*-*посылок***, *промежуточных* **δ-*квантов*-*следствий***, связей между ними, а также их *доменное и компонентное наполнение* в $\mathbf{G_{\delta k}}$. *Особенность* ***алгоритма*** **АЛОБУЧ** заключается в реализации *диалога* ЭВМ с «**учителем**», т.е. с разработчиками. Они последовательно отвечают на *машинные вопросы* своей ***генерацией*** соответствующих ***продукционных строк*** **СПОЗ** из конкретной предметной области, пока ЭВМ сама не прекратит *вопросы*, обнаружив *структурную* ***полноту*** синтезируемой **ЛСВР**. ***Критерием*** *структурной* ***полноты*** служит обнаруженный на очередном **i-**м шаге *обучения* **факт** заполнения только *самими* **целевыми** *заключениями* последнего *уровня* $\mathbf{N_S}$ *порядковой функции* $\mathbf{\Pi_i(X_j)}$ построенного графа $\mathbf{G_i(E_i,\ Г_i)}$. *Качество* ***обучения*** **ЛСВР** с её *трансформацией* в **δ-КСВР** в целом зависит от *компетентности* экспертов, *представительности* **ТЭД** и, следовательно, от *качества* найденной ***импликативной*** или ***функциональной*** **БδkЗ** по оценке риска $\mathbf{R_Z}$ или $\mathbf{R_F}$ на ***контрольных*** знаниях.

Необходимость и принципы построения *алгоритма автоматического квантования знаний* **δ-АЛАКВА** вытекают из требований ***квантовой*** *структуризации* данных и создания комплекса автоматических средств для реализации *технологического* цикла обработки, оптимизации, хранения **δk-*знаний*** и принятия решений посредством **δ-КСВР**.

***Оптимизация*** механизма ***вывода*** решений сводится к *устранению* ***избыточности*** логической структуры **δ-КСВР, (δ ∈ {t, π, v})**. *Алгоритм* **δ-АЛОПТ** оптимизирует сеть по *критерию* ***избыточности*** $\mathbf{W_0}$, т.е. исключает из неё ***избыточные*** **δ-*кванты*** по **свёртке** и по **следствию** [10, 11]**.**

***Определение* 9. Свёрткой** нескольких **δ-*квантов*** **1**-го **уровня** называется **единый δ-квант 1**-го **уровня, *активные*** *домены* которого образованы из содержимого других *претендующих* на **свёртку δ-*квантов*** по следующим правилам**:**

**а)** единственная *непустая* компонента домена **δ-*кванта*-свёртки** может быть заменена *активными доменами претендующего* **δ-кванта**, если его *имя* совпадает с *именем* указанной компоненты;

**б)** если *домен* **δ-*кванта*-свёртки** содержит *несколько* компонент, то любую из них можно заменить только активным содержимым однодоменного *претендующего* **δ-*кванта*** с соответствующим *именем*, компоненты которого связаны *только связкой* «**ИЛИ».**

При этом *претендующий* **δ-*квант***, который отвечает свойствам, обозначенным правилами **а)** и **б),** будем называть **избыточным** по **свёртке**. В свою очередь, если при анализе **квантовой сценарной матрицы (КСМ)** обнаружен хотя бы *один* **избыточный** по **свёртке** δ-***квант***, то **КСМ** именуется также **избыточной** по **свёртке**.

***Определение*** **10. Избыточным *по* следствию** называется δ-***квант*** **1**-го или **2**-го уровня, который *не избыточен* по **свёртке** и *логически следует* из однородных *ему по смыслу* δ-***квантов*** **1**-го или **2**-го *уровней*.

Аналогично, **КСМ**, содержащую *избыточные* по *следствию* δ-***кванты*** будем называть **избыточной** по **следствию.** Одновременно ***избыточные*** по свёртке и по следствию **КСМ** называются ***избыточными*** (**ИКСМ**). **Безизбыточной КСМ (БКСМ)** назовём ту, что **не избыточная** ни по **свёртке,** ни по **следствию**. Таким образом, **оптимизация** δ-**КСВР** состоит в *полном переборе* всех δ-**квантов** графа $\mathbf{G_{\delta k} = (E_{\delta k}, \Gamma_{\delta k})}$ с *исключением* δ-**квантов**, ***избыточных*** по **свёртке** и по **следствию**, т.е. в нахождении ***безизбыточного*** графа $\mathbf{G_{\delta опт}}$.

Алгоритмический *процесс* ***оптимизации*** начинается с последовательного перебора **целевых** δ-***квантов*** **ИКСМ** от выхода ко входу. В качестве *критерия оптимизации* $\mathbf{W_0}$ приняты величины *мощностей* основных множеств $\mathbf{E_{\delta k}}$ и $\mathbf{\Gamma_{\delta k}}$ графа $\mathbf{G_{\delta k}}$**:** из ***определения*** **5:**

$$\mathbf{W1_0 = |E_{\delta k}| \le |E_{\delta опт}|} \quad \text{и} \quad \mathbf{W2_0 = |\Gamma_{\delta k}| \le |\ \Gamma_{\delta опт}|};$$
$$\text{из} \quad \mathbf{G_{\delta опт} = (E_{\delta опт}, \Gamma_{\delta опт})}. \tag{34}$$

Возможны иные подходы к выбору критериев оптимизации *квантовых* сетей, что может быть предметом дальнейшего развития **δРАКЗ-метода**.

***Алгоритм*** **δ-АЛУПР** обеспечивает выполнение ***режимов*****: R1** – **принятие решений** после *обучения* и *оптимизации* **δ-КСВР; R2** – **дообучение; R3** – **переобучение; R4** – **«так держать»,** а также взаимодействие других алгоритмов с целью принятия решений в $\mathbf{B_\delta}$**-**, $\mathbf{C_\delta}$**-задачах.**

В штатном ***режиме*** **принятия решений R1** *оптимизированная* **δ-КСВР** должна ***активизировать*** на *выходе целевые* δ-***кванты*-заключения**, отвечающие требуемым решениям с вычисленными **ПД**, в зависимости от поданных на *вход* различных вариантов посылочных **δk-*знаний***. Если результаты выполнения режима **R1** положительны и устойчивы с точки зрения пользователя, то с помощью **δ-АЛУПР** можно перейти в режим **R4**. В противном случае возможно выполнение режимов **R2** или **R3.**

Режим **дообучения R2** необходим в ситуации, когда результаты принятия решений посредством **δ-КСВР недостаточно достоверны** при задаваемых посылочных **δk-знаниях** и требуется расширить или обновить исходные **СПОЗ *дополнительными обучающими примерами,*** оставляя **без** изменения состав **целевых** δ-***квантов.*** При этом алгоритм **δ-АЛУПР** обеспечивает настройку и выполнение повторного цикла динамического *обучения* **δ-КСВР** по *обновлённым* **СПОЗ**, изменяя (возможно частично) структуру **целевых** δ-***квантов.***

Режим **переобучения R3** используется в случае **необходимости применения новых СПОЗ с полным** или **частичным изменением состава** требуемых **целевых заключений.** При этом **δ-АЛУПР** также реализует организацию и выполнение **повторного цикла *динамического обучения*** **δ-КСВР** по новым **СПОЗ с полным изменением топологии сети и содержания её δk-знаний.**

**Входная *информация*** **δ-АЛУПР**, как правило, должна быть представлена**:**

- указанием цели действий (обеспечение режимов **R1, R2, R3, R4**) и параметров управления $\boldsymbol{\lambda} \in$ **{R1, R2, R3, R4},** а также тип задачи ($\mathbf{B_\delta}$ или $\mathbf{C_\delta}$**);**
- исходными данными в **БД**, содержащей **δ-кванты** наблюдений за $ОПР_\omega$ $\mathbf{\delta k_1 Y_{B\omega}}$ или $\mathbf{\delta k_1 Y_{C\omega}}$**, идентификационную базу СПОЗ(**$\mathbf{B_\delta}$**)** или **прогнозную базу СПОЗ(**$\mathbf{C_\delta}$**), файл** $\mathbf{Ф_{\delta\text{-}КСВР}}$ и заданные оценки **ПД** *посылочных* δ-***квантов*** (при необходимости, например, в **π-, ν-квантах**);
- наличием действующих алгоритмов: **АЛОБУЧ, δ-АЛАКВА, δ-АЛОПТ,** алгоритмов ***вывода*** **идентификационных АЛ(**$\mathbf{B_\delta}$**)** и **прогнозных АЛ(**$\mathbf{C_\delta}$**)** решений**,** а также алгоритмов для вычисления **ПД** *промежуточных* и *целевых* следствий в **не точных** δ-***квантах***.

На **выходе δ-АЛУПР** формируются сообщения в виде протоколов *оценки* качества функционирования **δ-КСВР** в установленных режимах $\mathbf{R1 \div R4}$ с указанием значения параметра $\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{R_j}$**, j** ∈ {**1, 2, 3, 4**} режимной ситуации и количества произведенных *итераций* ***принятия решений*** в текущий момент.

**Режим R4 – «так держать»** предусмотрен для *многократного* решения однородных задач посредством удачно обученной **δ-КСВР** при *разноплановых* наблюдениях за **ОПР**. **Режим «дообучения» (R2)** и **«переобучения» (R3)** используются при *интерактивном обучении* **δ-КСВР** в условиях *повышенной* неопределенности, *динамичности* и *не стационарности* поведения **ОПР**. В случае получения неудовлетворительного качества искомых решений и неясностей в потребности дополнительных **СПОЗ** предусмотрено соответствующее сообщение пользователю для принятия надлежащих мер.

## 4. Общая методика решения базовых $B_\delta$- и $C_\delta$-задач с помощью δ-КСВР

Базовые $\mathbf{B_\delta}$**-** и $\mathbf{C_\delta}$**-задачи** принятия *идентификационных* и *прогнозных* решений относятся к задачам *распознавания* и *прогнозирования* ***ситуаций*** (*событий*) и сформулированы в п.**1**. Под ***ситуацией*** будем понимать *состояние* **ОПР**, описанное **δРАКЗ-моделью** на заданном *уровне квантования* знаний при условиях **t-, π-, *ν-неопределенности***. **Целевая *ситуация*** отвечает такому *состоянию* **ОПР**, которое подлежит **идентификации** либо **прогнозиро-**

**ванию**. Напомним, что **прогнозная БδkЗ = δКСВР** представляет собой систему *устойчивых* во ***времени*** **прогнозных закономерностей,** *индуктивно* найденных по обучающим знаниям. Это и позволяет *предсказывать* ***будущие ситуации*** по ***настоящим*** согласно *не изменяемого* во времени **прогнозного образа** в **БδkЗ** для данной предметной области.

В отличие от существующих методов **δРАКЗ-метод** обеспечивает реализацию ***распознавания*** и ***прогнозирования*** посредством *причинно-следственного* **вывода** *одного* ***δ-кванта знаний*** *из другого*. Обозначим через $\mathbf{E}(\tilde{A})$, $\mathbf{E}(\tilde{C})$, $\mathbf{E}(\|\tilde{P}\|)$, $\mathbf{E}(\|\tilde{S}\|)$ ***характеристические множества*** соответствующих ***конечно-предикатных*** описаний **КС** в ***δ-квантах*** **0**-го, **1**-го или **2**-го уровней с именами **A, C, P, S** (т.е. множества *корней* предикатных уравнений).

***Определение*** **12.** Заданный **δ-*квант*** знаний $\boldsymbol{\delta k_{si}B}$ $\mathbf{s_i}$-го *уровня* **логически *следует*** («$\Rightarrow$») из ***δ-кванта*** $\boldsymbol{vk_{sj}A}$ $\mathbf{s_j}$-го *уровня* ($\mathbf{s_i}$, $\mathbf{s_j}$ = 0, 1, 2), то есть**:**

$$\textbf{(посылка)}\ \boldsymbol{\delta k_{sj}A \Rightarrow \delta k_{si}B}\ \textbf{(заключение)}, \qquad (35)$$

если $\mathbf{s_i \le s_j}$ и выполнено *отношение* $\mathbf{E}(\tilde{B}) \subseteq \mathbf{E}(\tilde{A})$.

**Например**, для *векторных* (уровень $\mathbf{s = 1}$) и *матричных* (*уровень* **s = 2**) **δk-*знаний*** справедливо**:**

$$\boldsymbol{\delta k_1C \Rightarrow \delta k_1A},\ \textbf{если}\ \mathbf{E}(\tilde{A}) \subseteq \mathbf{E}(\tilde{C});$$

$$\boldsymbol{\delta k_2\|S\| \Rightarrow \delta k_1C},\ \textbf{если}\ \mathbf{E}(\tilde{C}) \subseteq \mathbf{E}(\|\tilde{S}\|);$$

$$\boldsymbol{\delta k_2\|S\| \Rightarrow \delta k_1P},\ \textbf{если}\ \mathbf{E}(\tilde{P}) \subseteq \mathbf{E}(\|\tilde{S}\|);$$

$$\boldsymbol{\delta k_2\|S\| \Rightarrow \delta k_2\|P\|},\ \textbf{если}\ \mathbf{E}(\|\tilde{P}\|) \subseteq \mathbf{E}(\|\tilde{S}\|).$$

*Алгоритмизация* **логического следствия** вида (35) зависит от заданных конкретных условий ***δ-неопределённости*** ($\delta \in \{\mathbf{t}, \boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\nu}\}$) принятия решений и применяемых ***алгоритмов*** *машинного манипулирования* **t-, π-, ν-*квантами*** **знаний** [11]

***Общая методика*** решения $\mathbf{B_\delta}$**-,** $\mathbf{C_\delta}$**-задач** базируется на использовании **определения δКСВР** (см. ***определение*** 5) и **теорем 1, 2**. При этом **δКСВР** сочетает в себе функции **БδkЗ** и **механизм вывода δ-квантов-*следствий*** из **δ-квантов-*посылок***.

В $\mathbf{B_\delta}$**-задаче** для **вывода *идентификационных*** *решений* по наблюдаемым **δk-знаниям** $\boldsymbol{\delta k_1Y_\omega}$ об **ОПР** $\boldsymbol{\omega \in \Omega}$ из конкретной предметной области $\boldsymbol{\Omega}$ используются **идентификационная ТЭД =** $\mathbf{T_{0B}(m,N)}$**, сценарные примеры обучающих знаний** (**СПОЗ**($\mathbf{B_\delta}$)) и *соответствующая* **БδkЗ**($\mathbf{B_\delta}$). Аналогично, в $\mathbf{C_\delta}$**-задаче** для **вывода *прогнозных*** *решений* нужны **прогнозная ТЭД =** $\mathbf{T_{0C}(m, N)}$**, сценарные примеры обучающих** *прогнозных* **знаний** (**СПОЗ**($\mathbf{C_\delta}$)) и **прогнозная БδkЗ**($\mathbf{C_\delta}$).

*Начальным* **этапом** в решении $\mathbf{B_\delta}$**-,** $\mathbf{C_\delta}$**-задач** является нахождение **информативных признаков ОПР** и устойчивых ***импликативных*** и/или ***функциональных*** **связей r**-го ранга ($\mathbf{2 \le r \le N}$) между ними при анализе **ТЭД** $\mathbf{T_{0B}(m, N)}$ и $\mathbf{T_{0C}(m, N)}$ на основе использования **теорем 1, 2** и ***алгоритмов*** **AZ** и **AF. Входными** данными служат и *допустимые значения* ***оценок достоверности*** $\mathbf{M_S^*}$ и $\mathbf{P_F^*}$ существования ***гипотез*** об указанных *закономерностях*, а также число **m *обучающих*** объектов в **ТЭД** и *расширенное* количество **N** их *признаков*. На **начальном этапе** определяется *теоретически гарантированная величина* ***максимально допустимого*** **ранга** $\mathbf{r_{max}}$ ***импликативных*** и ***функциональных связей*** между *информативными признаками* **ОПР** как ***меры*** **адекватности *объёмов*** **ТЭД** *величинам* ***сложности*** **БδkЗ**($\mathbf{B_\delta}$) или **БδkЗ**($\mathbf{C_\delta}$) с оценками ***надежности*** $\boldsymbol{\eta_S^* = (1 - M_S^*)}$ либо $\boldsymbol{\eta_F^* = (1 - P_F^*)}$**. *Вывод*** указанных ***знаниеориентированных*** решений *реализуется* посредством применения *оператора* ***индукции*** (**IND-оператора**) и ***дедукции*** (**DED-оператора**) ***вывода*** **решений** как *новых* **δk-*знаний*.** Для этого используются ***алгоритмы*** **ABBO** [10] искомых **заключений в** *элементном****,*** *интервальном* и *матричном* ***δ-квантах,*** а также ***алгоритмы*** *непосредственного* ***вывода*** **решений: АЛ**($\mathbf{B_\delta}$)**, АЛ**($\mathbf{C_\delta}$) под управлением **δАЛУПР** [11]**.** Для *формального* представления ***общей методики*** решения $\mathbf{B_\delta}$**-,** $\mathbf{C_\delta}$**-задач** воспользуемся **теоремами 1, 2** и **определениями 4, 5, 6, 7, 10.** Пусть при решении $\mathbf{B_\delta}$**-задачи** для ***обучения*** *системы* посредством **IND-оператора** использованы **идентификационные ТЭД =** $\mathbf{T_{0B}(m, N)}$**,** и/или **СПОЗ**($\mathbf{B_\delta}$)**.** В результате получена **δ-КСВР** как **импликативная** и/или **функциональная БδkЗ**($\mathbf{B_\delta}$) для ***распознавания ситуаций*** в условиях **δ-*неопределенности***. Формально **IND-оператор** имеет вид**:**

$$\textbf{БδkЗ}(\mathbf{B_\delta}) = \qquad (36)$$
$$\textbf{СПОЗ}(\mathbf{B_\delta}) \xrightarrow[\text{АЛОБУЧ}, \delta\text{АЛАКВА}, \delta\text{АЛОПТ}, \text{AZ}, \text{AF}]{\text{IND}} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \textbf{БδkЗ}(\mathbf{B_\delta}).$$

Запись (36) означает, что из *входных* **δk-знаний СПОЗ**($\mathbf{B_\delta}$) ***индуктивно*** выводятся *выходные* **δk-*знания*** в форме **БδkЗ**($\mathbf{B_\delta}$) посредством *алгоритмов***: АЛОБУЧ, δАЛАКВА, δАЛОПТ, AZ** и **AF**, указанных под *чертой*.

Формальное решение $\mathbf{B_\delta}$**-*задачи*** *заключается* в получении по *наблюдениям* $\boldsymbol{\delta k_1Y_{B\omega}}$ за **ОПР** *целевых* **идентификационных δk-*знаний*** $\boldsymbol{\delta k_SR_{B\omega}}$ посредством **DED-оператора *вывода*** и записывается формулой**:**

$$\boldsymbol{\delta k_SR_{B\omega}} = \textbf{DED(БδkЗ}(\mathbf{B_\delta}), \boldsymbol{\delta k_1Y_{C\omega}};$$
$$\textbf{АЛ}(\mathbf{B_\delta}), \textbf{δАЛУПР}; \boldsymbol{\delta k_SR_{B\omega}}) = \qquad (37)$$
$$= \textbf{БδkЗ}(\mathbf{B_\delta}) \xrightarrow[\delta k_1 Y_{B\omega}; \text{АЛ}(B_\delta), \delta\text{АЛУПР}]{\text{DED}} \Rightarrow \boldsymbol{\delta k_SR_{B\omega}}.$$

Запись (37) означает, что из *входных* **δk-*знаний*** **БδkЗ**($\mathbf{B_\delta}$) по *наблюдаемым* **δk-*знаниям*** $\boldsymbol{\delta k_1Y_{B\omega}}$ **об ОПР ω *дедуктивно*** выводятся с помощью алгоритмов **АЛ**($\mathbf{B_\delta}$) и **δАЛУПР** *выходные* **δk-*знания*** $\boldsymbol{\delta k_SR_{B\omega}}$ **s**-го *уровня* (**s** = 0, 1) как *искомое* ***идентификационное*** **решение. *Левая*** *часть* формулы (62) есть *пара-*

*метрическая запись* **DED-оператора,** где указанные алгоритмы как *параметры* в *списке* разделены **«;»**, а ***правая*** *часть* записана в форме ***вывода***. ***Семантика*** $\delta k_S R_{B\omega}$ отражает определенный ***класс***, к которому ***относится*** с *заданной* **надежностью** $\eta^*$ и с *вычисленным* показателем достоверности $\sigma(R_{B\omega})$ ***идентифицируемый*** **ОПР** $\omega \in \Omega$.

При решении $C_\delta$-***задачи*** (аналогично $B_\delta$-***задаче***) для ***обучения*** системы посредством **IND-оператора** используются **прогнозные ТЭД** = $T_{0C}(m, N)$ и/или **СПОЗ**($C_\delta$). В результате получается соответствующая **δКСВР** как **импликативная** и/или **функциональная БδkЗ**($C_\delta$) для **прогнозирования ситуаций** в условиях ***δ-неопределенности***. Формально **IND-оператор** вывода ***прогнозной*** **БδkЗ**($C_\delta$) имеет вид:

$$\text{Б}\delta\text{kЗ}(C_\delta) = \text{СПОЗ}(C_\delta) \qquad (38)$$

$$\frac{\text{IND}}{\text{АЛОБУЧ}, \delta\text{АЛАКВА}, \delta\text{АЛОПТ}, \text{AZ}, \text{AF}} \Rightarrow \text{Б}\delta\text{kЗ}(C_\delta).$$

Запись (38) означает, что из *входных* **δk-знаний СПОЗ**($C_\delta$) ***индуктивно*** выводятся *выходные* ***δk-знания*** в форме **БδkЗ**($C_\delta$) посредством указанных под *чертой алгоритмов*.

Формальное **решение** $C_\delta$-***задачи*** состоит в **выводе** по наблюдениям $\delta k_1 Y_{C\omega}$ за **ОПР** $\omega$ из **БδkЗ**($C_\delta$) *целевых* **прогнозных** **δk-*знаний*** $\delta k_S R_{C\omega}$ посредством ***DED-оператора*** и *записывается* формулой:

$$\delta k_S R_{C\omega} = \qquad (39)$$

$$= \text{DED}(\text{Б}\delta\text{kЗ}(C_\delta), \delta k_1 Y_{C\omega}; \text{АЛ}(C_\delta), \delta\text{АЛУПР}; \delta k_S R_{C\omega}) =$$

$$= \text{Б}\delta\text{kЗ}(C_\delta) \frac{\text{DED}}{\delta k_1 Y_{C\omega}; \text{АЛ}(C_\delta), \delta\text{АЛУПР}} \Rightarrow \delta k_S R_{C\omega}.$$

Запись (39) означает, что из *входных* **δk-*знаний*** **БδkЗ**($C_\delta$) по наблюдениям $\delta k_1 Y_{C\omega}$ за **ОПР** $\omega$ ***дедуктивно*** выводятся с помощью алгоритмов **АЛ**($C_\delta$) и **δАЛУПР** *выходные* **δk-*знания*** $\delta k_S R_{C\omega}$ **s**-го *уровня* (**s** = 0, 1, 2) как *искомое* ***прогнозное*** **решение. *Семантика*** $\delta k_S R_{C\omega}$ отражает **спрогнозированные** с заданной надежностью $\eta^*$ и с вычисленными **ПД** $\sigma(R_{C\omega})$ ***значения*** исследуемых ***характеристик*** *наблюдаемого* **ОПР** $\omega \in \Omega$.

Таким образом, **общая методика** решения поставленных *базовых* $B_\delta$**-**, $C_\delta$**-задач** в условиях ***δ-неопределенности*** сводится к реализации **IND-** и **DED-операторов** *вывода* согласно выражениям (36) ÷ (39) на основе применением алгоритмов **АЛОБУЧ, δАЛАКВА, δАЛОПТ, δАЛУПР, АЛ**($B_\delta$), **АЛ**($C_\delta$), синтез которых выполнен в [10, 11].

## Заключение

На базе использования ПЭВМ и *предложенной* ***δ-квантовой методологии*** **инженерии квантов знаний** (**ИКЗ**) в ХАИ созданы для поддержки принятия решений ***интерактивные программные комплексы*** (ИПК) **«П-КВАНТ»**, **«V-КВАНТ»** и **«КВАНТ+»** в объектно-ориентированной среде Borland Pascal 7.0 и Delphi 5. Они внедрены в учебный процесс ряда университетов Украины, а также в авиационное производство на **АНТК «АНТОНОВ»** (г. Киев). С помощью указанных ИПК решены многие *тестовые* и *реальные задачи* принятия решений средствами **ИКЗ,** что подтверждает ***достоверность*** и ***эффективность*** полученных результатов [9 – 11]. Экспериментальное сравнение **t-, π-, ν-РАКЗ-моделей** с наиболее ***известными*** средствами *инженерии знаний* [7] выявило следующие *преимущества* **δРАКЗ-метода** (**δ = t, π, ν**)**:** ***уменьшение*** *среднего риска* ***ошибочных*** *решений* **на порядок, *увеличение*** *скорости* процесса *обучения* системы в **2,5** раза и ***сокращение*** *объёма памяти* **БδкЗ** в **1,5** раза.

## Список литературы


1. *Галушкин А.Н. Теория нейронных сетей. – М.: ИРОЖР, 2000. – 380 с.*
2. *Осовский С. Нейронные сети для обработки информации. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 343 с.*
3. *Holland J.H. Adaptation in natural and artificial systems. An Introductory analysis with application to biology, control, and artificial intelligence. – London: Bradford book edition, 1994. – 211 p.*
4. *Aleksander I., Morton H. An Introduction to Neural computing. – London: Chapman & Hall, 1990. – 386 p.*
5. *Haykin S. Neural Network. A Comprehensive Foundation. – New York: Macmillan College Publishing Company, 1994. – 691 p.*
6. *Feigenbaum E.A. The arts of Artificial Intelligence // Thom end Case Studies of Knowledge Engeneering. – IJCA, 15. – 1977. – P. 52-91.*
7. *Люгер Дж.Ф. Искусственный интеллект. Стратегии и методы решения сложных проблем. – М., СПб., К., 2003. – 863 с.*
8. *Sirodzha I. Analysis and synthesis of Knowledge–Based models and system for Pattern Recognition // USA Acad., Sov. Jorn. In Eng transl. Pattern Recognition and Image Analysis: Advanced in Mathematical Theory and Applycations in USSR. – 1991. – V1, № 1. – P. 129-132.*
9. *Сироджа И.Б. Квантовые модели и методы инженерии знаний в задачах искусственного интеллекта // Искусственный интеллект. – 2002. – № 3. – С. 161-171.*
10. *Сироджа И.Б. Петренко Т.Ю. Метод разноуровневых алгоритмических квантов знаний для принятия производственных решений при недостатке или нечёткости данных. – К.: Наук. думка, 2000. – 247 с.*
11. *Сироджа И.Б. Квантовые модели и методы искусственного интеллекта для принятия решений и управления. – К.: Наук. думка, 2002. – 490 с.*
12. *Сироджа И.Б. Математическое и программное обеспечение интеллектуальных компьютерных систем. – Х.: ХАИ, 1992. – 100 с.*


*Поступила в редакцію 14.07.2006*

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.М. Илюшко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.