УДК 621.396.96

А.В. Мегельбей, С.В. Кадубенко, Г.А. Левагин

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИМ РЕСУРСОМ МНОГОФУНКЦИОНАЛЬНОЙ РЛС ЗЕНИТНОГО РАКЕТНОГО КОМПЛЕКСА НА ЭТАПЕ ВЫВОДА ЗЕНИТНЫХ УПРАВЛЯЕМЫХ РАКЕТ НА КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ТРАЕКТОРИИ

Рассматривается оптимальное управление энергетическим ресурсом многофункциональной РЛС зенитного ракетного комплекса на этапе вывода зенитных управляемых ракет на кинематические траектории в режиме наведения ракет на маневрирующие цели.

энергетический ресурс, зенитный ракетный комплекс, зенитная управляемая ракета

Введение

Общая постановка проблемы и анализ литературы. На сегодняшний день одним из приоритетных путей повышения эффективности ЗРК является увеличение пропускной способности его информационных средств. В современных образцах вооружения такими средствами, как правило, являются многофункциональные РЛС (МФ РЛС). Так как на работоспособность МФ РЛС накладывается ряд ограничений, в частности, ограничение по энергетическому ресурсу, то для повышения пропускной способности такой станции необходимо предусмотреть организацию оптимального управления ее энергетическим ресурсом.

Задача управления энергетическим ресурсом МФ РЛС в [1, 2] решается как управление энергетическим ресурсом в режимах обзора воздушного пространства, сопровождения целей, наведения ракет, а также при совмещении нескольких режимов.

Анализ литературы показал, что задача оптимального управления энергетическим ресурсом МФ РЛС в режиме наведения зенитных управляемых ракет (ЗУР) решается без учета особенностей различных этапов наведения ракет [1] и при решении задачи не учитывается возможный маневр цели.

Целью статьи является поиск оптимального управления энергетическим ресурсом МФ РЛС ЗРК в режиме наведения зенитных управляемых ракет на этапе вывода ЗУР на кинематические траектории с учетом маневра цели.

Изложение материалов исследований

В статье под энергетическим ресурсом МФ РЛС понимается суммарное количество временных дискрет, которое выделяется на реализацию всех радиолокационных функций в цикле ее работы [1]. В соответствии с этим, количество временных дискрет, которое выделяется на реализацию конкретной радиолокационной функции, пропорционально количеству энергии, а значит, и энергетическому ресурсу затрачиваемой РЛС на выполнение этой функции.

Работа МФ РЛС разбивается на циклы управления длительностью T_s, а циклы управления разделяются на k сеансов связи. Сеанс связи – это отрезок времени, в течение которого на одном угловом направлении осуществляется одна радиолокационная функция: производится либо измерение координат цели, либо наблюдение за параметрами траекторий и выдача команд управления для одной наводимой ракеты [1].

Математическая модель измерения координат i-й ЗУР имеет следующий вид [2]:

$$Y_{ik+1} = \varphi_i(k) P_{ik} \vartheta_{ik} + \Delta Y_{ik},$$
$$k = \overline{k_0, K_l},\ i = \overline{1, N}, \tag{1}$$

где Y_{ik+1} – вектор измеряемых координат наводимой i-й ЗУР на $(k+1)$-м шаге; $\varphi_i(k)$ – функции, которые являются элементами матрицы управления наблюдениями $\nu_i(k) \in V$, где V – замкнутое множество допустимых значений наблюдений за параметрами траекторий ЗУР, определяющие наличие или отсутствие в данный момент времени наблюдений за i-й ЗУР:

$$\varphi_i(k) = \begin{cases} 0; \\ 1, k = \overline{k_0, K_l}; \end{cases} \tag{2}$$

P_{ik} – известная переходная матрица, которая определяет состав измеряемых параметров траекторий ракет; ϑ_{ik} – вектор оцениваемых параметров траектории i-й ЗУР на k-м шаге; ΔY_{ik} – известный вектор погрешностей измерения координат наводимых ракет; k – количество временных дискрет этапе вывода ЗУР на кинематические траектории; $i = \overline{1, N}$ – количество наводимых ракет в цикле работы МФ РЛС.

Модель траектории полета каждой ракеты представляется в виде [2]:

$$\vartheta_{ik+1} = C_{ik} u_i(k) + \Phi_{ik} \vartheta_{ik} + \Gamma_{ik} g_{imk}, \tag{3}$$

где ϑ_{ik+1} – вектор оцениваемых параметров траектории i-й ЗУР на $(k+1)$-м шаге; C_{ik} – известная симметрическая неотрицательно определенная матрица, определяющая связь между параметрами траектории i-й ЗУР и управлением, которое действует на нее; $u_i(k)$ – вектор управления ракетой, для которого $u \in U$, где U – замкнутое множество допустимых значений управления ЗУР; Φ_{ik} – матрица экстраполяции параметров траектории наводимых ракет; Γ_{ik} – симметрическая неотрицательно определенная матрица, определяющая связь между системами координат ЗРК и ЗУР; g_{imk} – вектор возмущений параметров траектории ракеты, обусловленный маневром ракеты при наведении ее на цель, которая совершает маневр.

Для решения задачи оптимального управления энергетическим ресурсом МФ РЛС на этапе вывода ракет на кинематические траектории в качестве управляемых параметров МФ РЛС предполагается выбрать число и моменты измерения параметров траекторий полета ракет.

Задача вывода ракеты на кинематическую траекторию состоит в том, чтобы ракеты, наводимые в цикле работы МФ РЛС, вывести на кинематические траектории за минимальное время при обеспечении заданной точности [3]. Таким образом, количество сеансов связи с ракетами от начала управления и до окончания этапа вывода является временем вывода ракет на кинематические траектории. Тогда на этапе вывода ракет на кинематические траектории необходимо минимизировать количество сеансов связи со всеми ракетами при обеспечении требуемой точности на интервале $[k_0, K_1]$.

В теории оптимального управления [4, 5] задача вывода летательного аппарата (ЛА) в заданную точку фазового пространства за минимальное время при обеспечении заданной точности, выполненных ограничениях, накладываемых на процесс управления, является задачей оптимального управления наблюдениями за параметрами траектории ЛА или задачей оптимального быстродействия. Элементами фазового пространства в таких задачах являются корреляционные матрицы ошибок оценок параметров траекторий ЛА. Тогда для математического описания модели управляемого процесса наблюдений за параметрами траектории зенитной управляемой ракеты необходимо определить фазовое пространство этого процесса. В работах [4 – 8] показано, что в задачах управления наблюдениями пространство состояний рассматриваемого управляемого процесса (фазовое пространство) определяется последовательностью корреляционных матриц ошибок оценок параметров траекторий ракет.

Таким образом, задачу оптимального управления энергетическим ресурсом МФ РЛС на этапе вывода ракет на кинематические траектории можно представить следующим образом. Необходимо найти такие управления наблюдениями за параметрами траекторий ракет при условии достижения требуемой конечной ошибки оценивания, чтобы в цикле работы МФ РЛС за наименьшее время вывести каждую ЗУР на кинематическую траекторию, которые доставляют минимум следующему критерию [5]:

$$J_в = \sum_{i=1}^{N}(K_{li} - k_{0i}) + \sum_{i=1}^{N}\sum_{k=k_0}^{K_l}\varphi_{ik}s_{ik} \to \min, \quad (4)$$

где $i = \overline{1, N}$ – количество наводимых ракет в цикле работы МФ РЛС; K_{li} – заранее неизвестный момент времени окончания этапа вывода каждой ракеты на кинематические траектории, которые наводятся в цикле работы МФ РЛС при выполнении требований по точности; k_{0i} – момент времени начала сопровождения i-й ЗУР; k – количество сеансов связи (временных дискрет) на этапе вывода наводимых ракет на кинематические траектории; s_{ik} – затраты на проведение наблюдений за параметрами траектории i-й ЗУР каналом измерения и на переключение канала измерителя с одной ракеты на другую, пропорциональные затрачиваемому энергетическому ресурсу МФ РЛС на k-м шаге.

Эта задача относится к классу вариационных задач с полусвободным правым концом и нефиксированным временем управления [5].

При решении поставленной задачи накладываются ограничения на корреляционные матрицы ошибок оценок параметров траекторий ракет:

$$\Psi_i(k_{l-1}) = \psi_{imp}, \quad (5)$$

где ψ_{imp} – матрица, характеризующая требуемое значение корреляционных матриц ошибок оценивания параметров траекторий ракет в конце этапа вывода ракет на кинематическую траекторию.

Рекуррентное уравнение для нахождения корреляционных матриц ошибок оценок параметров траекторий наводимых ракет с учетом того, что матрица P зависит от наличия управления $\varphi_i(k)$ имеет следующий вид [2, 6, 10]:

$$\begin{aligned}\psi_{ik+1} &= \Phi_{ik}\psi_{ik}\Phi_{ik}^{*} + \Gamma_{ik}g_{ik}\Gamma_{ik}^{*} - \\ &- \Phi_{ik}\psi_{ik}\varphi_i(k)P_{ik}^{*}\left[P_{ik}\psi_{ik}P_{ik}^{*} + R_{ik}\right]^{-1}P_{ik}\psi_{ik}^{*}\Phi_{ik}^{*},\end{aligned} \quad (6)$$

где g_{ik} – вектор, представляющий собой совокупность априорных сведений об интенсивности маневра ракеты; знак $*$ – означает транспонирование; R_{ik} – матрица погрешностей измерений наводимой ракеты.

Задача решается с момента времени, когда ЗУР находится в точке с координатами (ϑ_0, Y_0), и справедливо равенство $\psi_{ik} = \psi_{i0}$, где ψ_{i0} – корреляционная матрица ошибок оценивания параметров траекторий наводимых ракет в момент захвата каждой из ракет каналом захвата радиолокационной станции.

Для учета ограничений (5) воспользуемся методом [5, 9], который основан на включении в критерий (4) ограничений с коэффициентами штрафа:

$$\begin{aligned}J_в &= \sum_{i=1}^{N}(K_{li} - k_{0i}) + \sum_{i=1}^{N}\sum_{k=k_0}^{K_l}\varphi_{ik}s_{ik} + \\ &+ \sum_{i=1}^{N}\sum_{k=k_1}^{k_{l-1}} Sp\left\{\begin{aligned}&\left[\Psi_i(k_{l-1}) - \psi_{imp}\right]^{*}\times \\ &\times B_i(K_l)\left[\Psi_i(k_{l-1}) - \psi_{imp}\right]\end{aligned}\right\} \to \min,\end{aligned} \quad (7)$$

где $B_i(K_l)$ – матрицы, являющиеся матрицами штрафных коэффициентов. Обычно [7], $B_i(K_l)$ – заданные постоянные симметрические и неотрицательно определенные матрицы, характеризующие отклонения значений конечных ошибок i-й ЗУР от требуемых ψ_{mp} в момент времени K_l (в конце этапа вывода ракет на кинематические траектории).

Чтобы поставленная задача имела решение, необходимо гарантировать существование хотя бы одного допустимого управления $\varphi_i(k)$ при фиксированном времени K_l. Для любого $K_l \langle \infty$ множество различных значений, которые может принимать функционал (7), конечно и не превышает величину $N^{K_{l+1}}$. Поэтому решение поставленной задачи всегда существует [6].

Для решения задачи оптимального управления энергетическим ресурсом МФ РЛС на этапе вывода ЗУР на кинематические траектории воспользуемся дискретным принципом максимума, так как применение принципа максимума согласно [9, 10] дает не только необходимые, но и достаточные условия оптимальности управлений.

Решая задачу с применением принципа максимума, необходимо выражение для дисперсионной матрицы ошибок оценок параметров траектории записать в разностной форме [6]:

$$\begin{aligned}&\psi_{k+1} - \psi_k = \\ &= \Phi_k\psi_k\Phi_k^{*} + \Gamma_k g_k\Gamma_k^{*} - \Phi_k\psi_k D_k\psi_k^{*}\Phi_k^{*} - \psi_k,\end{aligned} \quad (8)$$

где $\Phi_k = diag(\Phi_{ik})$; $\Gamma_k = diag(\Gamma_{ik})$; $g_k = diag(g_{ik})$;

$$D_k = diag(D_{ik}) = \varphi_i(k)P_{ik}^{*}\left[P_{ik}\psi_{ik}P_{ik}^{*} + R_{ik}\right]^{-1}P_{ik},$$

$$R_k = diag(R_{ik}).$$

Обозначим через:

$$\tilde{\psi}_k = diag\left[\tilde{\psi}_{1k}, \tilde{\psi}_{2k}, ..., \tilde{\psi}_{Nk}, \tilde{\psi}_{N+1k}\right],\ \tilde{\psi}_{ik} = \psi_{ik}.$$

Тогда для применения принципа максимума запишем функцию Гамильтона-Понтрягина с использованием сопряженных переменных [6]:

$$H(\tilde{\psi}_k, \gamma_{k+1}, \varphi_i(k)) = \\ = \sum_{i=1}^{N} \begin{Bmatrix} Sp\left[\Phi_k \psi_k \Phi_k^* \gamma_{k+1}^*\right] + \\ + Sp\left[\Gamma_k g_k \Gamma_k^* \gamma_{k+1}^*\right] - \\ - Sp\left[\Phi_k \psi_k D_k \psi_k^* \Phi_k^* \gamma_{k+1}^*\right] - \\ - Sp\left[\psi_k \gamma_{k+1}^*\right] \end{Bmatrix} - \sum_{i=1}^{N} \varphi_i(k) s_i(k), \quad (11)$$

где $\gamma_{k+1} = \mathrm{diag}(\gamma_{ik+1})$, $i = \overline{1, N+1}$ – матрицы сопряженных переменных к матрицам $\tilde{\Psi}_k$ имеют следующий вид:

$$\gamma_k = \gamma_{k+1} + \frac{\partial H(\tilde{\psi}_k, \gamma_{k+1}, \varphi_i(k))}{\partial \tilde{\psi}_k}. \quad (12)$$

Как видно из (12), для нахождения матриц сопряженных переменных γ_{k+1} необходимо вычислить производную функции Гамильтона-Понтрягина по матрице $\tilde{\psi}_k$.

Окончательное выражение для расчета значений матриц сопряженных переменных:

$$\gamma_k = \Phi_k^* \gamma_{k+1} \Phi_k - D_k^* \tilde{\psi}_k^* \Phi_k^* \gamma_{k+1} \Phi_k - \\ - \Phi_k^* \gamma_{k+1} \Phi_k \tilde{\psi}_k^* D_k^* + D_k \tilde{\psi}_k^* \Phi_k^* \gamma_{k+1} \Phi_k \tilde{\psi}_k D_k. \quad (13)$$

Граничные условия для сопряженной системы (13) задаются в конце интервала наблюдения за ЗУР на этапе вывода ракет на кинематическую траекторию [6]:

$$\gamma_{K_l} = -\frac{\partial}{\partial \Psi_{K_l}} \begin{pmatrix} SpB^*(K_l)\left(\Psi_{K_l} - \psi_{mp}\right) \times \\ \times \left(\Psi_{K_l} - \psi_{mp}\right)^* + Sp(\varphi(k) s(k)) \end{pmatrix} = \\ = 2Sp\left\{B(K_l)\left(\Psi_{K_l} - \psi_{mp}\right) B(K_l)\right\} \quad (14)$$

при $\psi_{N+1K_l} = 0$.

Для получения искомого оптимального управления $\tilde{\varphi}_i(k)$ воспользуемся свойством линейности функции Гамильтона-Понтрягина по управлениям [6, 9, 10].

В этом случае гамильтониан имеет такую структуру:

$$H(\tilde{\psi}_k, \gamma_{k+1}, \varphi(k)) = H_0 + \sum_{i=1}^{N} \varphi_i(k) H_\varphi^i(k), \quad (15)$$

где H_0 – составляющая функции Гамильтона-Понтрягина, которая не зависит непосредственно от управления;

$H_\varphi^i(k)$ – производные функции Гамильтона-Понтрягина по каждому из элементов матрицы управления.

В соответствии с принципом максимума необходимо, чтобы в любой момент времени на интервале управления гамильтониан (15) достигал максимального значения при оптимальном значении управления [6, 9, 10]. Тогда условие максимума функции Гамильтона-Понтрягина на оптимальном управлении $\tilde{\varphi}_i(k)$ в рассматриваемой задаче эквивалентно следующей оптимальной задаче:

$$H(\tilde{\psi}_k, \tilde{\gamma}_{k+1}, \tilde{\varphi}(k)) = H(\tilde{\psi}_k, \tilde{\gamma}_{k+1}, \varphi(k)) \to \max_{\varphi \in V}, \quad (16)$$

где градиенты функции Гамильтона-Понтрягина по управлениям $\tilde{\varphi}_i(k)$ имеют следующий вид:

$$H_i^\varphi(k) = Sp\begin{Bmatrix} \Phi_k \psi_k P_k^* \times \\ \times \left[P_k \psi_k P_k + R_k\right]^{-1} \times P_k \psi_k \Phi_k^* \gamma_{k+1}^* \end{Bmatrix} - s_{ik}. \quad (17)$$

Дискретный принцип максимума заключается в том, что на оптимальной в смысле минимума функционала (7) последовательности матриц управления $\tilde{\varphi}_i(k)$, $k = \overline{k_0, K_l}$, функция Гамильтона-Понтрягина достигает своего максимума [6, 9, 10]. Таким образом, из максимума гамильтониана H в каждый момент времени $k = \overline{k_0, K_l}$ оптимальное управление будет удовлетворять следующей схеме [6]:

1. $\varphi_i(k) = 0$ для каждого i из множества $\{1,2,...,N\}$, при котором выполняется одно из условий: $H_i^\varphi(k) \langle 0$ или $H_i^\varphi(k) \langle \max H_\pi^\varphi(k)$, $\pi \in \{1,2,...,N\}$ при $k = \overline{k_0, K_l}$.

2. $\varphi_i(k) = 1$, если существует единственное значение i из множества $\{1,2,...,N\}$, при условии: $H_i^\varphi(k) = \max H_\pi^\varphi(k) \rangle 0$, $\pi \in \{1,2,...,N\}$ при $k = \overline{k_0, K_l}$.

Таким образом, для задачи (4) при заданных ограничениях оптимальное управление может быть получено в результате решения задачи линейного бинарного программирования. Тогда условие максимума функции Гамильтона-Понтрягина на оптимальном управлении в данном случае эквивалентно следующей задаче:

$$\sum_{i=1}^{N} \varphi_i(k) H_\varphi^i \to \max. \quad (18)$$

Оптимальный закон управления энергетическим ресурсом МФ РЛС, минимизирующий время вывода ЗУР на кинематическую траекторию при достижении требуемых ошибок оценивания параметров траекторий ЗУР в конце интервала вывода, определяется правилом:

$$\tilde{\varphi}_i(k) = \begin{cases} 1, \text{если } \max Sp\begin{Bmatrix} \Phi_k \psi_k P_k^* \times \\ \times \left[P_k \psi_k P_k + R_k\right]^{-1} \times \\ \times P_k \psi_k \Phi_k^* \gamma_{k+1}^* \end{Bmatrix} - s_i(k) \rangle 0 \\ 0, \text{в противном случае} \end{cases} \quad (19)$$

В полученном выражении для оптимального управления наблюдениями за параметрами траекторий наводимых ракет на этапе вывода возможный маневр цели учитывается только корреляционной матрицей ошибок оценок параметров траекторий полета наводимых ракет. Таким образом, получено оптимальное управление энергетическим ресурсом МФ РЛС на этапе вывода ЗУР на кинематические траектории, которое учитывает возможный маневр цели.

Выводы

Полученное оптимальное управление энергетическим ресурсом МФ РЛС в цикле ее работы на этапе вывода наводимых ракет выбранным методом обеспечит необходимые и достаточные условия оптимальности управлений и позволит получить оптимальное время вывода наводимых ракет на кинематические траектории с учетом возможного маневра целей. Это позволит обеспечить увеличение пропускной способности МФ РЛС ЗРК.

Список литературы

1. Кадубенко С.В., Гомозов А.В., Тарахтей В.П. Метод оптимального управления режимом наведения многофункциональной РЛС // Збірник наукових праць ХАІ. – Х., 2001. – Вип. 21. – С. 47-53.

2. Кузьмин С.З. Основы проектирования систем цифровой обработки радиолокационной информации. – М.: Радио и связь, 1986. – 352 с.

3. Закорюкин В.М., Зулий Г.В. Основы построения зенитных ракетных и зенитных артиллерийских комплексов: Учебное пособие. – Х.: ХВУ, 1996. – 358 с.

4. Сейдж Э.П., Уайт Ч.С. Оптимальное управление системами. – М.: Радио и связь, 1982. – 392 с.

5. Теория автоматического управления, ч.2 / Под ред. А.А. Воронова. – М.: Высшая школа, 1986. – 342 с.

6. Григорьев Ф.Н., Кузнецов Н.А., Серебровский А.П. Управление наблюдениями в автоматических системах. – М.: Наука, 1986. – 215 с.

7. Белоусов Л.Ю. Определение оптимальных моментов измерений // Космические исследования. – 1969. – Вып. 1. – С. 28-35.

8. Малышев В.В., Красильщиков М.Н., Карлов В.И. Оптимизация наблюдения и управления летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1989. – 312 с.

9. Пропой А.И. Элементы теории оптимальных дискретных процессов. – М.: Наука, 1976. – 258 с.

10. Болтянский В.Г. Оптимальное управление дискретными системами. – М.: Наука, 1973. – 448 с.

Поступила в редколлегию 22.01.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Г.В. Ермаков, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.