УДК 681.513

С.Г. Удовенко, В.И. Перепелица

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

МОДУЛЬНАЯ СИСТЕМА АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ СТОХАСТИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

Рассмотрен модульный принцип синтеза адаптивных систем управления стохастическими процессами на основе байесовского подхода. Предлагаемая структура многомерной системы управления содержит модули выбора порядка модели, оценивания параметров модели, выбора стратегии управления, прогнозирования качества управления. Последовательное применение разработанных модулей позволяет получить устойчивые вычислительные схемы идентификации и оптимизации.

Ключевые слова: *байесовское оценивание, адаптивный регулятор, стратегия управления.*

Введение

С развитием микропроцессорной техники существенно расширились возможности реализации задач цифрового управления различными классами объектов. В настоящее время существует множество подходов к оптимизации динамики систем. Эффективность классических методов цифрового управления (например, методов теории пространства состояний или алгебраической теории управления) очевидна, однако зачастую возникают существенные трудности при использовании детерминированных подходов, связанные с полным или частичным отсутствием моделей управляемых систем [1]. В связи с этим получил развитие адаптивный подход к синтезу цифровых систем управления, основанных на возможности текущего уточнения структуры и параметров модели объекта. В частности, для управления стохастическими процессами в условиях неполной информации об объекте эффективным является применение самонастраивающихся регуляторов, использующих байесовское параметрическое оценивание [2]. В настоящей статье предпринята попытка формализации отдельных этапов построения таких регуляторов и предложена модульная структура их программно-алгоритмической реализации.

Постановка задачи. Рассмотрим задачу построения модульной структуры адаптивной системы цифрового управления стохастическими процессами на основе байесовского подхода (ADAPT). Такая система может быть реализована, если существует возможность оперативного автоматического измерения необходимых параметров объекта управления (ОУ). В этом случае задачей системы ADAPT является синтез цифрового адаптивного регулятора, минимизирующего ожидаемое значение квадратичных потерь (Q), если система описана линейной (L) гауссовской (G) дискретной моделью. При этом синтезируемый LGQ регулятор должен работать не только с управляющими входами и управляемыми выходами, но и с измеряемыми возмущениями. В общем случае регулятор может быть многомерным.

Для реализации такого регулятора, основанного на байесовском оценивании параметров модели, целесообразно разработать комплекс следующих взаимосвязанных программно-алгоритмических модулей: модуль выбора структуры модели ОУ (STR); модуль оценивания параметров модели ОУ (EST); модуль выбора стратегии управления (SCON); модуль прогнозирования качества управления (PCON).

Решение задачи

Принцип действия синтезируемого регулятора основан на обработке значений выхода, входа и измеряемых помех. Введем следующие обозначения: $y(k)$ – m_y-мерный выход системы ($\dim(y(k))= m_u$; $u(k)$ – m_u-мерный вход системы ($\dim(u(k))= m_u$; $v(k)$ – m_y-мерная помеха, действующая на систему ($\dim(v(k))= m_y$; k – дискретное время ($k = 1, 2, \ldots$).

Дискретное время квантует периоды управления, т.е. моменты времени, в которые меняется значение вектора управления. Каждому такому моменту соответствует совокупность данных:

$$d(k)=\big(y(k),u(k),v(k)\big). \qquad (1)$$

Качество управления выразим ожидаемым значением квадратичных потерь, которое регулятор стремится оптимизировать:

$$K[w] = \frac{1}{N}\left\{\begin{aligned}&Z(N)-Z_0(N-1)^T S_z\big(Z(N)-Z_0(n-1)\big)+\\&\sum_{k=1}^{N}\left[\begin{aligned}&\big(y(k)-y_0(k-1)\big)^T Q_y\big(y(k)-y_0(k-1)\big)+\\&+\big(u(k)-u_0(k-1)\big)^T Q_u\big(u(k)-u_0(k-1)\big)\end{aligned}\right]\end{aligned}\right\}, \qquad (2)$$

где N – горизонт управления ($N \geq 1$, целое число); T – символ транспонирования; нижний индекс 0 соответствует требуемому значению величины; W – общее обозначение штрафных элементов:

$$W=\left\{Q_y,Q_u,Q_z\right\}, \qquad (3)$$

где $Qx \geq 0$ – положительно полуопределенные матрицы штрафов за отклонение величин $x = y, u$ от соответствующих желаемых значений (определение положительной полуопределенности: для произвольного вектора x соответствующей размерности всегда $x^T Q_x x \ge 0$); $Z(k)$ – вектор-регрессор, структура которого приводится ниже; S_z – штраф за отклонение регрессора $Z(N)$ от требуемого значения $Z_0(N-1)$.

Управляемая система описывается многомерной регрессионной гауссовской моделью:

$$y(k)=\sum_{i=1}^{l_y} P_{yi}\, y(k-1)+\sum_{i=0}^{l_u} P_{ui}\, u(k-i-n_u), \qquad (4)$$

где (для $x = y,u,v$) l_x означает порядок отдельных частей модели; P_{xi} - матричные коэффициенты для величин с задержкой на i тактов ($1 \le i \le l_x$); n_u, n_v – транспортные запаздывания входа и помехи; P_l – m_x -мерный абсолютный член; $\{e(k)\}$ – последовательность взаимно независимых случайных, m_x -мерных величин с гауссовским распределением, нулевым средним значением и постоянной ковариационной матрицей $R = M\{e(k)e^T(k)\}$. Динамика изменения измеряемой помехи v предполагается описанной авторегрессионной моделью

$$v(k)=\sum_{i=1}^{l_{av}} P_{avi}\, v(k-i)+P_{a1}+e_a(k), \qquad (5)$$

где P_{avi} – авторегрессионные матричные коэффициенты типа (m_v, m_v) $(1 \le i \le l_{av})$; P_l – m_v -мерный абсолютный член; $e_a(k)$ – m_v -мерный белый гауссовский шум с постоянной ковариационной матрицей.

Адаптивный LQG регулятор минимизирует (приближенно) ожидаемое значение квадратичных потерь (3) при условии, что для расчета u(k) можно использовать данные $d(1), d(2), ..., d(k-1)$. Значение u(k) может лежать в заданном интервале $u(k) \in [u_l(k), u(k)]$, а его приращение $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$ в заданном интервале $\Delta u(k) \in [\Delta u_l(k), \Delta u_u(k)]$.

Для многомерного входа ограничения имеют следующий вид:

$$u_i(k) \in [u_{l,i}(k), u_{u.i}(k)], i = 1,...,m_u. \qquad (6)$$

Система управления, как правило, позволяет контролировать значения переменных, используемых в проектируемом адаптивном регуляторе чаще, чем меняются значения управлений. Обозначим через T период управления, который выбираем равным периоду съема полного набора данных $d_m(\tau)$, полученных в моменты съема $\tau = 1, 2, ...$. Для управления с периодом управления T_f объединяем измеряемые данные $d_m(\tau), \tau = (k-1)T_f + 1, (k-1)T + 2, ..., kT_f$ в единый представительный вектор $d_r(k)$:

$$d_r(k) = \alpha[d_m(\cdot)]T_f + \beta[d_m(\cdot)], k = 1, 2, ... \qquad (7)$$

Векторные коэффициенты $\alpha[\cdot], \beta[\cdot]$ определяют прямую регрессионную зависимость, соответствующую измеряемым данным в данном периоде управления. Измеряемые данные $d_m(\cdot)$ для выбранного периода управления, могут поступать на разные контуры системы управления. Зададим совокупность данных d(k) из d_r, которые будут обрабатываться синтезируемым регулятором, т.е. войдут в оцениваемый критерий (3) и модели (5), (6):

$$x_i(k) = d_{rj_x(i)}(k), i = 1, 2, ..., m_x,$$

$$x = y, u, v, k = 1, 2, ... \qquad (8)$$

Определим условия пуска адаптивного регулятора. Выбор управляемых выходов обычно определяется техническими требованиями, однако, как выбор входов, так и выбор измеряемых возмущений не являются обычно однозначными. Задача определения совокупности управляемых и управляющих переменных и остальных целочисленных параметров моделей (4), (5), т.е. оценка структуры модели, решается модулем STR системы ADAPT. Адаптивный регулятор, хотя и осуществляет при своем функционировании текущее оценивание параметров используемых моделей, но для его старта требуется выбрать их начальные оценки. Эту задачу решает модуль EST.

Модуль выбора стратегии управления SCON является ядром проектируемого регулятора, минимизирующего в реальном времени квадратичные потери в соответствии с критерием (2). Штрафная матрица (3) в критерии (2) содержит также выбираемые параметры настраиваемого регулятора. Задача модуля PCON осуществляет ограничение диапазона величин контура управления и задание штрафа W. Одновременно в этом модуле предусматривается оценка соответствия проектируемой системы управления заданным техническим условиям. Приведем описание отдельных модулей системы ADAPT.

Оценивание структуры (модуль STR). Структура моделей (4), (5) определяется конкретным m_y -мерным набором выходов из совокупности измеряемых величин и набором некоторых описанных выше целочисленных величин:

$$S = \{J_u, m_u, J_v, m_v, n_u, n_v, l_y, l_u, l_v, l_{av}\}. \qquad (9)$$

Этот набор определяет состав и размерность входов и возмущений, а также соответствующие транспортные запаздывания и порядки. Символы, использованные в (9), были введены при описании регрессионной модели (4) и авторегрессионной модели (5).

Выбор структуры модели управляемого объекта определяется, прежде всего, технической формулировки задачи управления. Как правило, технические условия ограничивают возможный диапазон изменения параметров модели. Если существует конечное число гипотез о приемлемой структуре (9), то можно использовать данные измерений для их сравнения. При этом надо учесть не только прогнозирующую способность моделей, полученных в предположении корректности той или иной гипотезы, но и точность оценок параметров в рамке отдельных гипотез, число оцениваемых параметров и множество данных, которые могут быть использованы для тестирования. Параметры моделей , структура которых определена модулем STR, можно однозначно связать с распределениями вероятностей, полученными с применением байесовского подхода [2]. Это способствует существенному упрощению синтезируемых контуров управления.

Оценивание параметров (модуль EST). Коэффициенты и ковариация шумов в моделях (5), (6) предполагаются неизвестными и, кроме того, медленно изменяющимися. Их совокупность определим, как неизвестные параметры системы.

Для оценки этих параметров удобно записать соответствующие модели в матричной форме:

$$y(k) = P^T z(k) + e(k), \tag{10}$$

$$v(k) = P_a^T z_a(k) + e_a(k). \tag{11}$$

При таком представлении моделей используем следующие обозначения:

$$P^T = \left[P_{uo}, P_{y1}, P_{u1}, \dots, P_{yl_y}, \dots, P_{ul_u}, P_{v1}, \dots, P_{vl_v}, P_l\right];$$

$$z(k) = \begin{bmatrix} u^T(k-n_u), y^T(k-1), u^T(k-1-n_u), \dots \\ , y^T(k-l_y), \dots, u^T(k-l_u-n_u), \\ v^T(k-1-n_v), v^T(k-l_v-n_v), 1 \end{bmatrix}^T;$$

$$P_a^T = \left[P_{av1}, \dots, P_{avl_{av}}, P_{a1}\right];$$

$$z_a(k) = \left[v^T(k-1), \dots, v^T(k-l_{av}), 1\right]^T, \dim(z_a) = i_a.$$

Неизвестные параметры моделей $\theta = \{P, P_a, R, R_a\}$ оцениваются в модуле EST по алгоритму, формально близкому к рекуррентному методу наименьших квадратов. Перед стартом управления необходимо задать их начальные точечные оценки $\theta = \{P_0, P_{0a}, R_0, R_{0a}\}$. Кроме того, задаются оценки неопределенности коэффициентов, заложенные в симметрических матрицах $C \geq 0$ типа (i_z, i_z), C_a типа (i_a, i_a), а также неопределенность ковариации шумов, которая является косвенно измеряемым скалярным положительным параметром v, определяющим число степеней свободы.

Отметим, что матрица C задает совместно с R_0 взаимную корреляцию элементов матрицы P, определяемую произведением $C_{ik} \cdot R_{0jl}$ для всех элементов P_{ij}, P_{kl}. Эта зависимость справедлива и для коэффициентов авторегрессии P_a.

Для выбранной структуры, определенной в модуле STR, решается задача модуля EST. Для формализации и практической реализации этой задачи использована байесовская методология [2]. При этом применяется алгоритм дисконтирования устаревшей информации, позволяющий отслеживать медленные изменения идентифицируемой системы без опасности потери полезной информации.

Выбор стратегии управления (модуль SCON). Широкая формулировка проблемы создания адаптивного регулятора с байесовским оцениванием параметров использует различные типы данных (входы, выходы, возмущения, уставки, сигналы управления) и может быть основана на выборе различных идей и субоптимальных стратегий (идее скользящего горизонта, стохастически эквивалентных и осторожных стратегиях). Это создает определенную сложность формализации и алгоритмизации синтеза управлений. Основу модуля SCON составляет общий алгоритм, который охватывает единой концепцией большинство возможных субоптимальных стратегий с использованием процедур динамического программирования. Модели, требуемые для определения управляющей стратегии, формируются при решении задач . STR и EST. Предположим, что соответствующие прогнозирующие модели выбраны и их параметры определены на момент времени k – 1. Для реализации процедуры динамического программирования необходимо одношаговое предсказание расширенного вектора

$$y'_x(k) = \left[y^T(k), u_0^T(k), v^T(k)\right]^T.$$

Представим обобщенную регрессионную модель для $y_x(k)$ в виде:

$$y_x(k) = B_0 u(k) + P_x^T x(k-1) + E(k), \operatorname{cov}(E) = R. \tag{12}$$

Определим составляющие, необходимые для пуска модуля SCON:

– регрессионная модель управляемой системы

$$y_0(k) = B_m u(k) + P_{yx}^T x_y(k-1) + E_y(k), \operatorname{cov}(E_y) = R_y; \tag{13}$$

– штраф на приращения управлений

$$u_0(k) = u(k-1); \tag{14}$$

– модель определения уставок регулятора

$$y_0(k) = B_m u(k) + P_{mx}^T x_m(k-1) + E_m(k), \operatorname{cov}(E_m) = R_m; \tag{15}$$

– модель возмущений

$$v(k) = P_v^T x_v(k-1) + E_v(k), \operatorname{cov}(E_v) = R_v. \tag{16}$$

Обобщая это в виде (12), получаем:

$$y_x(k) = \begin{bmatrix} B_{y0} \\ 0 \\ B_{m0} \\ 0 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} P_x^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{mx}^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_V^T \end{bmatrix} + \tag{17}$$

$$+ \begin{bmatrix} x_y(k-1) \\ u(k-1) \\ x_m(k-1) \\ x_v(k-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_y(k) \\ 0 \\ E_m(k) \\ E_v(k) \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} R_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_v \end{bmatrix}.$$

В большинстве практических случаев эта модель может быть упрощена. Например, для задачи стабилизации средних значений $y_0(k) = y_0$, потому $B_{m0} = 0, P_{mx}^T = y_0, x_m(k-1) = 1, E_m(k) = 0, R_m = 0$.

В случае, когда сигнал уставки $y_0(k)$ запрограммирован заранее на N_p шагов, необходимо различать реальное время планирования τ и горизонт планирования N.

Идея скользящего горизонта, применяемая в рассматриваемом модуле, подразумевает минимизацию критерия (2) с временным интервалом $k-1,...,k+N$ (при условии, что большинство текущих доступных данных включено в модель) и применение только первого управляющего воздействия. Для $k = 0$ критерий (2) принимает вид:

$$K_0(1, N \mid \tilde{x}(0)) = \frac{1}{N} M\left\{\sum_{E=1}^{N}\left(q_y(\tau) + q_u(\tau)\right) + I_s\tilde{x}(0)\right\}; \quad (18)$$

$$I_s = \sum_{E=N-l_y+1}^{N} q_{sy}(\tau) + \sum_{\tau=N-l_{ur}+1}^{N} q_{su}(\tau), \quad (19)$$

где $\tilde{x}(0) = (x(0); \varphi(1 \mid 0))$.

Стабилизирующая составляющая I_s включает в себя только данные конечного состояния модели z(N), поэтому она может быть выражена квадратичной формой с соответствующим образом выбранным ядром Q_{sx}, содержащим Q_{sy}, Q_{su}.

Тогда $$I_s = x^T(N) Q_{sx} x(N). \quad (20)$$

Ядро функции (18) можно представить в следующем виде:

$$q_y(\tau) + q_u(\tau) = x^T(\tau) Q_x x(\tau), \quad (21)$$

где Q_x – блочно-диагональная матрица вида:

$$Q_x = \text{block} - \text{diag}\left[Q_d, 0\right]. \quad (22)$$

При этом критерий (18) преобразуется в компактную форму:

$$K_0(1, N \mid \tilde{x}(0)) = \frac{1}{N} M\left\{\sum_{\tau=1}^{N} x^T(\tau) Q_x x(\tau) + \right. \quad (23)$$
$$\left. + + x^T(N) Q_{sx} x(N) \middle| x(0), \varphi(1 \mid 0)\right\}.$$

Минимизируя (23) с помощью процедуры динамического программирования, переходим к рекурсии вида:

$$K_a^*(\tau, N \mid x(\tau-1), \varphi_a(\tau \mid \tau-1)) =$$
$$= \min_{u(\tau)\in u} M\left\{x^T(\tau) Q_x(\tau) + \right.$$
$$+ K_a^*(\tau+1, N \mid x(\tau), \varphi_a(\tau+1 \mid E)) \times \quad (24)$$
$$\left. \times \mid x(\tau-1), \varphi_a(\tau \mid \tau-1); u(\tau)\right\},$$

$\tau = N,...,1$; $K_a^*(N+1, N \mid x(N), \varphi_a(N+1 \mid N)) = 0$.

При $k = 0$ аппроксимирующая функция в уравнении (24) преобразуется к виду:

$$\varphi_a(\tau+1 \mid \tau) = \varphi(1 \mid 0), \tau = 1, 2, ..., N. \quad (25)$$

Для реализации рассмотренной рекурсии необходимо определить два первых условных момента от $x(\tau)$. Можно показать, что:

$$x(\tau) = M_u u(\tau) + M_y y(\tau) + M_x x(\tau-1), \quad (26)$$

где M_u, M_y и M_x – матрицы соответствующих размерностей.

Так как условная функция $\varphi(1|0)$ равна

$$\varphi(1|0) = \left(\hat{P}(1 \mid 0), \hat{R}(1 \mid 0), C(1 \mid 0)\right), \quad (27)$$

то искомый первый условный момент определится в соответствии с зависимостью:

$$M\{x(\tau) \mid x(\tau-1), \varphi_a(\tau+1 \mid \tau); u(\tau)\} =$$
$$= M\{x(\tau) \mid x(\tau-1), \varphi(1|0); u(\tau)\} = \quad (28)$$
$$= \left[M_u + M_y\hat{B}_0, M_y\hat{P}_x^T + M_x\right]\begin{bmatrix} u(\tau) \\ x(\tau-1) \end{bmatrix} = \hat{M}\begin{bmatrix} u(\tau) \\ x(\tau-1) \end{bmatrix},$$

где $\hat{M}$ – матрица оценок математических ожиданий. Соответственно, второй условный момент равен:

$$M\left\{x^T(\tau) Q x(\tau) \mid x(\tau-1), \varphi_a(\tau+1 \mid \tau); u(\tau)\right\} =$$
$$= M\left\{x^T(\tau) Q x(\tau) \mid x(\tau-1), \varphi(1 \mid 0); u(\tau)\right\} =$$
$$= \begin{bmatrix} u(\tau) \\ x(\tau-1) \end{bmatrix}^T \hat{M}^T Q \hat{M} \begin{bmatrix} u(\tau) \\ x(\tau-1) \end{bmatrix} +$$
$$+ t_r\left[Q\text{cov}\left(M_y y_x^{(\tau)} \mid x(\tau-1), \varphi(1|0) 4 u(\tau)\right)\right] =$$
$$= \begin{bmatrix} u(\tau) \\ x(t-1) \end{bmatrix}^T \left(\hat{M}^T Q \hat{M} + C t_r\left[Q M_y \hat{R} M_y^T\right]\right)\begin{bmatrix} u(\tau) \\ x(\tau-1) \end{bmatrix} + \quad (29)$$
$$+ t_r\left[Q M_y \hat{R} M_y^T\right].$$

Уравнения динамического программирования (24) при условии (25) (не включающие для краткости фиксированное условие $\varphi(1 \mid 0)$ и индекс a) примут вид:

$$K^*(\tau, N \mid x(\tau-1)) =$$
$$= \min_{u(\tau)} M\left\{x^T(\tau) Q x(\tau) + K^*(\tau+1, N \mid x(\tau)) \mid x(\tau-1); u(\tau)\right\},$$
$$\tau = N, N-1, ..., 1. \; Q = \begin{cases} Q_x + Q_{sx} & \text{для } \tau = N; \\ Q_x & \text{для } \tau < N, \end{cases} \quad (30)$$
$$K^*(N+1, N \mid x(N)) = 0.$$

Функции K^* имеют самовоспроизводящуюся форму:

$$K^*(\tau+1, N \mid x(\tau)) = x^T(\tau) S(N-\tau) x(\tau) + \gamma(N-\tau), \quad (31)$$

где S – неотрицательно определенная матрица соответствующей размерности; γ – скаляр. Без учета фиксированного $\varphi(1 \mid 0)$ функциональная рекурсия (28) преобразуется в алгебраическую рекурсию для $S(N-\tau)$ и $\gamma(N-\tau)$:

$$x^T(\tau-1)S(N-\tau+1)x(\tau-1)+\gamma(N-\tau+1)=$$
$$=\min_{u(\tau)} M\left\{x^T(\tau)\left(Q+S(N-\tau)\right)x(\tau)+\right.$$
$$\left.+\gamma(N-\tau)\,|\,x(\tau-1);u(\tau)\right\},$$
$$\tau=N,N-1,...,1|,S(0)=0,\lambda(0)=0. \quad (32)$$

Рассмотрим один шаг этой рекурсии. Предполагая, что решение (30) для $\tau+1$ имеет вид (31), используем его для последующего шага τ:

$$K^*\left(\tau,N\,|\,x(\tau-1)\right)=$$
$$\min M\left\{\begin{matrix} x^T(\tau)Qx(\tau)+x^T(\tau)S(N-\tau)x(\tau) \\ +\gamma(N-E)\,|\,x(\tau-1);u(\tau)\end{matrix}\right\}.$$

Ожидаемый шаг выполняется с на основе (29):

$$K^*\left(\tau,N\,|\,x(\tau-1)\right)=\gamma(N-E)+$$
$$+t_r\left[\left(Q+S(N-\tau)\right)M_y\hat{R}M_y^T\right]+\min_{u(\tau)}\begin{bmatrix}u(\tau)\\ x(\tau-1)\end{bmatrix}^T\times \quad (33)$$
$$\times\left\{\begin{matrix}\hat{M}^T\left(Q+S(N-\tau)\right)\hat{M}+\\ Ct_r\left[\left(Q+S(N-\tau)\right)M_y\hat{R}M_y^T\right]\end{matrix}\right\}\begin{bmatrix}u(\tau)\\ x(\tau-1)\end{bmatrix}.$$

Используем декомпозицию Холецкого для выделения в симметрической неотрицательно определенной матрице нижней и верхней треугольных подматриц. Такое разложение не только гарантирует необходимое условие определенности для всей итерации, но и существенно упрощает алгоритм минимизации. Обозначим ядро минимизируемой квадратичной формы в (23) через $W(N-t+1)$ и представим проведенную декомпозицию в форме:

$$W(N-\tau+1)=\hat{M}^T\left(Q+S(N-\tau)\right)\hat{M}+$$
$$+Ct_r\left[\left(Q+S(N-\tau)\right)M_y\hat{R}M_y^T\right]=$$
$$=\begin{bmatrix}\Phi^T(N-\tau+1) & 0\\ \Gamma^T(N-\tau+1) & \psi^T(N-\tau+1)\end{bmatrix}\times \quad (34)$$
$$\times\begin{bmatrix}\Phi(N-\tau+1) & \Gamma(N-\tau+1)\\ 0 & \psi(N-\tau+1)\end{bmatrix}.$$

С учетом декомпозиции (34) функция (33) преобразуется к виду:

$$K^*\left(\tau,N\,|\,x(\tau-1)\right)=\gamma(N-E)+$$
$$+t_r\left[\left(Q+S(N-\tau)\right)M_y\hat{R}M_y^T\right]+$$
$$+x^T(\tau-1)\psi^T(N-\tau+1)\psi(N-\tau+1)x(\tau-1)+ \quad (35)$$
$$+\min_{u(\tau)}\left\{\left(\Phi(N-\tau+1)u(\tau)+\right.\right.$$
$$\left.\begin{matrix}+\Gamma(N-\tau+1)x(\tau-1)\right)^T\Phi(N-\tau+1)u(\tau)\\ +\Gamma(N-\tau+1)x(\tau-1)\end{matrix}\right\}.$$

Все элементы правой части уравнения (35) являются неотрицательными. Минимальное значение квадратичной формы получаем для аргумента $u^*(\tau)$, обнуляющего последнюю составляющую (35):

$$\Phi(N-\tau+1)u^*(\tau)+\Gamma(N-\tau+1)x(\tau-1)=0. \quad (36)$$

Оптимальный управляющий сигнал $u^*(\tau)$ для известного состояния x может быть получен решением треугольного матричного уравнения (36) малой размерности (m_u).

Из (32) и (35) следует, что:

$$\gamma(N-\tau+1)=\gamma(N-\tau)+t_r\left[Q+S(N-\tau)M_y\hat{R}M_y^T\right]; \quad (37)$$
$$S(N-\tau+1)=\psi^T(N-\tau+1)\psi(N-\tau+1). \quad (38)$$

Отметим, что отрицательная неопределенность S гарантируется принятым способом вычислений. Значение критерия оптимизации не только используется для реального времени управления, но и является полезным для сравнения различных алгоритмов оптимизации, применяемых в модуле SCON. Оно задается следующей зависимостью:

$$K_0^*\left(1,N\,|\,x(0)\right)=\frac{1}{N}K^*\left(1,N\,|\,x(0)\right)=$$
$$=\frac{1}{N}\gamma(N)+\frac{1}{N}x^T(0)S(N)x(0). \quad (39)$$

Значение K_0^* соответствует стоимости перехода K^* по шагу и последний член в (39) становится несущественным для $N\to\infty$ и конечного $x(0)$.

Выбор матриц штрафа и прогнозирование качества управления (модуль PCON). Штрафные матрицы Q_y, Q_u в функции штрафа (3) должны обеспечить удовлетворительный компромисс между значениями отдельных составляющих входа и выхода. Они задаются априорно перед пуском регулятора. Изменение этих матриц допустимо и в процессе функционирования системы, но для систем с большим T_f достижение благоприятного компромисса может существенно затянуться. Модуль PCON автоматически назначает такой штраф значений входов и выходов, чтобы ожидаемые значения их изменений с высокой вероятностью находились в заданных пользователем границах.

В модуле PCON, кроме того, учитывается рекомендованное значение S_{0z} штрафа S_z за отклонения конечного регрессора z(N) от заданного значения $z_0(N-1)$ в функции штрафа (3). Задача PCON прогнозирует (для выбранной структуры, оценок параметров и их неопределенностей, полученных при решении задач модулей STR и EST или заданных пользователем) поведение замкнутого контура для регулятора, оптимально настроенного модулем SCON (для больших значений горизонта N). Это означает, что модуль PCON прогнозирует ожидаемое значение потерь и ожидаемые значения квадрата отклонений отдельных составляющих от заданных значений, позволяя определить возможность технической реализации полученного управления.

Перспективы применения модульной системы ADAPT

Разработанные модули системы ADAPT, а также практические рекомендации по выбору пусковых параметров адаптивных регуляторов, были протестированы при моделировании субоптимального цифрового управления квазистационарными процессами химической технологии, в частности, процессом обжига фосфатов и процессом вакуум-выпарки. Реализация программ управления и идентификации подтверждает предпочтительность регуляторов с байесовским оцениванием параметров с точки зрения временных затрат по сравнению со стандартными цифровыми ПИД-регуляторами. Последовательное применение совокупности синтезированных модулей для управления квазистационарными процессами позволяет получить устойчивые вычислительные схемы идентификации и оптимизации.

Выводы

Модульная адаптивная система, основанная на использовании стохастических моделей с байесовским оцениванием параметров, может быть реализована при управлении скалярными и многомерными объектами, для которых является невозможным или затруднительным оперативное оценивание параметров модели объекта цифрового управления на основе традиционных методов. Перспективным представляется развитие теоретического обоснования предложенного подхода и тестирование полученных результатов для различных типов стохастических систем.

Список литературы

1. *Wellstead P.E., Zarrop M.V. Self-tuning systems: control and signal processing. – Chichester, England: J. Wiley LTD, 1991. – 574 p.*

2. *Бодянский Е.В., Удовенко С.Г., Ачкасов А.Е. Субоптимальное управление стохастическими процессами. – Х.: Основа, 1997. – 140 с.*

Поступила в редколлегию 9.07.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Е.В. Бодянский, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

МОДУЛЬНА СИСТЕМА АДАПТИВНОГО КЕРУВАННЯ СТОХАСТИЧНИМИ ПРОЦЕСАМИ

С.Г. Удовенко, В.І. Перепелиця

Розглянуто модульний принцип синтезу адаптивних систем керування стохастичними процесами на основі байєсівського підходу. Запропонована структура багатовимірної системи керування містить модулі вибору порядку моделі, оцінювання параметрів моделі, вибору стратегії керування, прогнозування якості керування.

Ключеві слова: *байєсівське оцінювання, модульна система, адаптивний регулятор, стратегія управління.*

MODULE ADAPTIVE STOCHASTIC PROCESSES CONTROL SYSTEM

S.G. Udovenko, V.I. Perepelitsa

Module principle of synthesis of the adaptive stochastic processes control systems is considered on the basis of bayesian approach. The offered structure of the multidimensional control system contains the modules of choice of order of model, evaluation of parameters of model, choice of strategy of management, prognostication of management quality.

Key words: *bayesian evaluation, modular system, adaptive regulator, strategy of management..*