УДК 355.1

Ю.А. Олейник, А.С. Балабуха, Я.Н. Кожушко

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТЕЙ СОСТОЯНИЙ ПОДВИЖНОЙ СИСТЕМЫ ВОЕННОЙ ТЕХНИКИ

В статье описаны и решены уравнения вероятностей для трех состояний подвижной системы военной техники: марш, нахождение в позиционном районе, поражение. Уравнения составлены с помощью математического аппарата марковских случайных процессов. Полученные функции трех вероятностей состояния подвижной системы могут применяться для любого вида восстанавливаемой или невосстанавливаемой подвижной системы военной техники.

Ключевые слова: *подвижная система военной техники, вероятность состояния, интенсивность перехода.*

Введение

Рассмотрим систему вооружения и военной техники, состоящей из наземных подвижных элементов, которые будут исследоваться как подвижные системы [1]. Подвижная система военной техники (ПСВТ) может иметь один или несколько типов вооружения, или не иметь вооружения, выполняя задачи обеспечения общей системы ресурсами и информацией.

ПСВТ может находиться в различных, заранее неизвестно каких, состояниях. Примем, что переход ПСВТ в следующее состояние зависит только от текущего состояния и не зависит от предыдущего состояния. При этом допущении для ПСВТ можно применить математический аппарат марковских случайных процессов [2, 3].

Постановка задачи. Для исследования эффективности ПСВТ, необходимо определять вероятности нахождения ПСВТ в возможных состояниях при известных интенсивностях перехода ПСВТ из одного состояния в другое. Вероятности состояний ПСВТ будем определять с помощью математического аппарата марковских случайных процессов.

Цель статьи. Определить вероятности состояний ПСВТ как системы, эксплуатирующейся по законам марковского случайного процесса.

Основная часть

Рассмотрим два основных состояния ПСВТ при ведении боевых действий: подготовка ПСВТ к выполнению задач и выполнение ПСВТ задач.

Переход ПСВТ между двумя заданными состояниями возможен, если ПСВТ может выполнять задачи на любом участке местности, где ПСВТ применяется, при условии, что обеспечивается постоянная готовность ПСВТ к выполнению задач.

Возможно, что ПСВТ может выполнять задачи при определенных (прогнозируемых) условиях в определенном (прогнозируемом) районе (участке местности), который будем называть позиционный район (ПР). Для перемещения из одного ПР в другой, ПСВТ совершает марш. Граф этих состояний ПСВТ представлен на рис. 1 [2, 3].

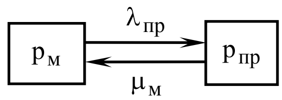

Рис. 1. Граф состояний ПСВТ

На рис. 1 показаны следующие параметры:

$p_м$ – вероятность нахождения ПСВТ на марше;

$p_{пр}$ – вероятность нахождения ПСВТ в ПР;

$\lambda_{пр}$ – интенсивность перехода ПСВТ из состояния марша в ПР, 1/с;

$\mu_м$ – интенсивность перехода ПСВТ из ПР в состояние марша, 1/с.

Состояния марша и нахождения ПСВТ в ПР так же состоят из последовательностей каких-то состояний, исследование которых является отдельной задачей.

Запишем систему уравнений состояний ПСВТ для графа состояний, представленного на рис. 1 [2, 3]:

$$\begin{cases} \mu_м p_{пр} - \lambda_{пр} p_м = \dfrac{d\,p_м(t)}{d\,t}; \\ \lambda_{пр} p_м - \mu_м p_{пр} = \dfrac{d\,p_{пр}(t)}{d\,t}; \\ p_м(t) + p_{пр}(t) = 1. \end{cases} \qquad (1)$$

При начальных условиях $p_м(0) = 1$, получим известное решение системы равнений (1) [3]:

$$p_{\text{м}}(t) = 1 - \frac{\lambda_{\text{пр}}}{\lambda_{\text{пр}} + \mu_{\text{м}}}\left(1 - e^{-(\lambda_{\text{пр}} + \mu_{\text{м}})t}\right);$$

$$p_{\text{пр}}(t) = \frac{\lambda_{\text{пр}}}{\lambda_{\text{пр}} + \mu_{\text{м}}}\left(1 - e^{-(\lambda_{\text{пр}} + \mu_{\text{м}})t}\right).$$

Для предельных вероятностей $p_{\text{м}}$ и $p_{\text{пр}}$, когда время переходов из состояние в состояние стремится к бесконечности ($t \to \infty$, $p_{\text{пр}} = p_{\text{пр}}(\infty)$, $p_{\text{м}} = p_{\text{м}}(\infty)$), запишем [2, 3]:

$$p_{\text{пр}} = \frac{\lambda_{\text{пр}}}{\lambda_{\text{пр}} + \mu_{\text{м}}};\ p_{\text{м}} = 1 - \frac{\lambda_{\text{пр}}}{\lambda_{\text{пр}} + \mu_{\text{м}}}.$$

Если ПСВТ, выполнив свою задачу в ПР, обязательно оставляет ПР и переходит в состояние марша за время $t_{\text{прм}}$, то для $\mu_{\text{м}}$ можно записать формулу [2]:

$$\mu_{\text{м}} = \frac{1}{t_{\text{прм}}}.$$

Если ПСВТ может выполнять свою задачу в ПР несколько раз, а значит может оставаться в ПР или переходить в состояние марша, то для $\mu_{\text{м}}$ запишем другое выражение [2]:

$$\mu_{\text{м}} = \frac{p_{\text{прм}}}{t_{\text{прм}}};$$

$$p_{\text{прм}} + p_{\text{пп}} = 1,$$

где $p_{\text{прм}}$ – вероятность перехода ПСВТ в состояние марша; $p_{\text{пп}}$ – вероятность того, что ПСВТ осталась в ПР.

На рис. 1 не рассмотрено состояние возможного поражения ПСВТ. Так как ПСВТ может быть поражена на марше или в ПР, то дополним граф состояний ПСВТ, что показано на рис. 2 [2, 3].

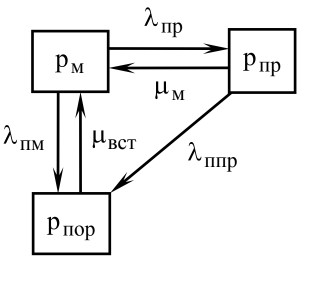

Рис. 2. Граф состояний ПСВТ с учетом ее поражения и восстановления

На рис. 2 введены следующие параметры:

$p_{\text{пор}}$ – вероятность нахождения ПСВТ в состоянии поражения;

$\lambda_{\text{пм}}$ – интенсивность перехода ПСВТ из состояния марша в состояние поражения, 1/с;

$\lambda_{\text{ппр}}$ – интенсивность перехода ПСВТ из ПР в состояние поражения, 1/с; $\mu_{\text{вст}}$ – интенсивность восстановления пораженных ПСВТ, 1/с.

Граф состояний, представленный на рис. 2, универсален для военной техники, которая перемещается в пространстве.

Военная техника должна прибыть в район применения (марш, поход, полет и т.п.).

Далее эффективно применять военную технику можно при определенных условиях (благоприятные погодные условия, информированность, достаточность ресурсов и т. п.) в определенном месте пространства (в заданном районе, на заданной высоте, на оборудованной позиции, в воздухе, на воде, под водой и т.п.).

Запишем систему уравнений состояний ПСВТ для графа состояний, представленного на рис. 2 [2, 3]:

$$\begin{cases} \mu_{\text{м}} p_{\text{пр}}(t) + \mu_{\text{вст}} p_{\text{пор}}(t) - (\lambda_{\text{пр}} + \lambda_{\text{пм}})\, p_{\text{м}}(t) = \dfrac{dp_{\text{м}}(t)}{d\tau}; \\ \lambda_{\text{пр}} p_{\text{м}}(t) - (\mu_{\text{м}} + \lambda_{\text{ппр}})\, p_{\text{пр}}(t) = \dfrac{dp_{\text{пр}}(t)}{d\tau}; \\ \lambda_{\text{пм}} p_{\text{м}}(t) + \lambda_{\text{ппр}} p_{\text{пр}}(t) - \mu_{\text{вст}} p_{\text{пор}}(t) = \dfrac{dp_{\text{пор}}(t)}{d\tau}; \\ p_{\text{м}}(t) + p_{\text{пр}}(t) + p_{\text{пор}}(t) = 1. \end{cases}$$

Полученная система уравнений была решена на ЭВМ и получено следующее решение:

$$p_{\text{пр}}(t) = A_0 - C_1 e^{-(A_1 + A_2)t} + C_2 e^{(A_1 - A_2)t};$$

$$p_{\text{м}}(t) = \frac{\mu_{\text{м}} + \lambda_{\text{ппр}}}{\lambda_{\text{пр}}}\left(A_0 + C_1 e^{-(A_1 + A_2)t} + C_2 e^{(A_1 - A_2)t}\right) +$$

$$+ \frac{1}{\lambda_{\text{пр}}}\left(C_2 (A_1 - A_2)\, e^{(A_1 - A_2)t} - C_1 (A_1 + A_2)\, e^{-(A_1 + A_2)t}\right);$$

$$p_{\text{пор}}(t) = 1 - p_{\text{пр}}(t) - p_{\text{м}}(t);$$

$$A_0 = \frac{\lambda_{\text{пр}} \mu_{\text{вст}}}{\mu_{\text{вст}}(\lambda_{\text{пр}} + \lambda_{\text{ппр}} + \mu_{\text{м}}) + \lambda_{\text{ппр}}(\lambda_{\text{пр}} + \lambda_{\text{пм}}) + \mu_{\text{м}} \lambda_{\text{пм}}};$$

$$A_1 = \frac{1}{2}\sqrt{B};\ A_2 = \frac{1}{2}\left(\lambda_{\text{пр}} + \mu_{\text{м}} + \mu_{\text{вст}} + \lambda_{\text{пм}} + \lambda_{\text{ппр}}\right);$$

$$B = (\lambda_{\text{пр}} + \mu_{\text{м}})^2 + (\lambda_{\text{пм}} - \lambda_{\text{ппр}})^2 +$$

$$+ \mu_{\text{вст}}(\mu_{\text{вст}} + 2\lambda_{\text{пм}} - 2\lambda_{\text{ппр}} - 2\lambda_{\text{пр}} - 2\mu_{\text{м}}) +$$

$$+ 2\mu_{\text{м}}(\lambda_{\text{ппр}} - \lambda_{\text{пм}}) + 2\lambda_{\text{пр}}(\lambda_{\text{пм}} - \lambda_{\text{ппр}}),$$

где C_1, C_2 – постоянные коэффициенты.

Если ПСВТ не восстанавливаются, то в полученных решениях необходимо принять, что

$\mu_{вст} = 0$. При этом можно анализировать во времени убывание $p_м(t)$ и $p_{пр}(t)$ до нуля и возрастание $p_{пор}(t)$ до единицы.

Для предельных вероятностей $p_м$, $p_{пр}$ и $p_{пор}$ при $t \to \infty$ из записанных решений системы уравнений (2) получим выражения:

$$p_{пр} = \frac{\lambda_{пр}\mu_{вст}}{\mu_{вст}\left(\lambda_{пр} + \lambda_{ппр} + \mu_м\right) + \lambda_{ппр}\left(\lambda_{пр} + \lambda_{пм}\right) + \mu_м\lambda_{пм}};$$

$$p_м = \frac{\mu_{вст}\left(\mu_м + \lambda_{ппр}\right)}{\mu_{вст}\left(\lambda_{пр} + \lambda_{ппр} + \mu_м\right) + \lambda_{ппр}\left(\lambda_{пр} + \lambda_{пм}\right) + \mu_м\lambda_{пм}};$$

$$p_{пор} = \frac{\lambda_{пр}\lambda_{ппр} + \lambda_{пм}\left(\mu_м + \lambda_{ппр}\right)}{\mu_{вст}\left(\lambda_{пр} + \lambda_{ппр} + \mu_м\right) + \lambda_{ппр}\left(\lambda_{пр} + \lambda_{пм}\right) + \mu_м\lambda_{пм}}.$$

Выражения для предельных вероятностей $p_м$, $p_{пр}$ и $p_{пор}$ позволяют планировать использования конкретного типа восстанавливаемых ПСВТ.

При этом можно прогнозировать требования к качеству и количеству, производству и восстановлению ПСВТ.

Выражения для функций $p_м(t)$, $p_{пр}(t)$ и $p_{пор}(t)$ показывают характер изменения вероятностей до предельных значений $p_м$, $p_{пр}$ и $p_{пор}$ в прогнозируемом времени.

Кроме того, функции $p_м(t)$, $p_{пр}(t)$ и $p_{пор}(t)$ очень важны для прогнозирования применения невосстанавливаемых ПСВТ, количество которых должно действовать определенное время.

Отметим, что точность определения значений функций $p_м(t)$, $p_{пр}(t)$ и $p_{пор}(t)$ или значений констант $p_м$, $p_{пр}$ и $p_{пор}$, зависит от точности определения интенсивностей перехода ПСВТ между тремя рассмотренными состояниями (рис. 2). Определение интенсивностей перехода из состояния в состояние – это отдельная задача, решение которой требует учета параметров ПСВТ, управления ПСВТ, противника, внешней среды и многого другого. Чем больше параметров будет объективно учтено, тем точнее будет значение интенсивности перехода между исследуемыми состояниями.

Выводы

Получены и решены уравнения для вероятностей следующих трех состояний подвижных систем военной техники: марш, нахождение в ПР, поражение.

Функции вероятностей трех указанных состояний можно применять как для восстанавливаемых, так и для невосстанавливаемых подвижных систем военной техники.

Список литературы

1. Постановка цели при оценке эффективности вооружения и военной техники / Ю.А. Олейник, В.А. Бородавка, Я.Н. Кожушко, К.П. Квиткин // Зб. наук. пр. Харківського університету Повітряних Сил. - Х., 2009. – Вип. 2 (20). – С. 10-15.

2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М.: Высшая школа, 2001. – 575 с.

3. Вентцель Е.С. Исследование операций / Е.С. Вентцель. – М.: Советское радио, 1972. – 551 с.

Поступила в редколлегию 10.08.2009

Рецензент: канд. техн. наук, доцент А.Н. Полежаев, Национальная юридическая академия Украины им. Я. Мудрого, Харьков.

ВИЗНАЧЕННЯ ІМОВІРНОСТЕЙ СТАНІВ РУХОМОЇ СИСТЕМИ ВІЙСЬКОВОЇ ТЕХНІКИ

Ю.А. Олійник, О.С. Балабуха, Я.М. Кожушко

У статті описані і вирішені рівняння імовірностей для трьох станів рухливої системи військової техніки: марш, перебування в позиційному районі, поразка. Рівняння складені за допомогою математичного апарата марковских випадкових процесів. Отримані функції трьох імовірностей стану рухливої системи можуть застосовуватися для будь-якого виду відновлюваної чи невідновлюваної рухливої системи військової техніки.

Ключові слова: *рухлива система військової техніки, імовірність стану, інтенсивність переходу.*

DETERMINATION OF PROBABILITY OF THE CONDITIONS THE ROLLING SYSTEM OF THE MILITARY TECHNOLOGY

Yu.A. Oleynik, Al.S. Balabukha, Ya.M. Kozhushko

In article is described and solved equations of probability for three conditions of the rolling system of the military technology: march, finding in positional region, defeat. The Equations are formed by means of mathematical device марковских casual processes. The Got functions three probability of the condition of the rolling system can be used for any type restored or невосстанавливаемой rolling system of the military technology.

Keywords: *the rolling system of the military technology, probability of the condition, intensity of the transition.*