

УДК 519.876.2

Е.В. Пашков, А.А. Кабанов, В.А. Крамарь

Севастопольский национальный технический университет, Севастополь

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СЕРВОМОДУЛЕЙ ДВИЖЕНИЯ СРЕДСТВАМИ ПАКЕТА MATLAB&SIMULINK

В работе рассматривается задача построения модели электромеханических сервомодулей движения в пакете Matlab&Simulink. Приведено описание аппаратной части сервомодуля. Получены математические модели элементов электромеханических сервомодулей движения: трехфазного асинхронного исполнительного двигателя, силового преобразователя и датчика обратной связи по угловой скорости вращения ротора двигателя. В статье приводятся результаты моделирования.

Ключеві слова: сервомодуль движения, асинхронный двигатель, датчик обратной связи, SimPower-Systems toolbox.

Введение

Под моделированием понимается замена исходного исследуемого объекта (оригинала) его образом, описанием или другим объектом (моделью), обеспечивающим подобное с оригиналом поведение в рамках некоторых допущений и приемлемых погрешностей [1]. Цель моделирования состоит в изучении свойств и поведения объекта в различных условиях на основе его модели. Чем сложнее исследуемый объект, тем важнее роль моделирования в его изучении или создании. Это объясняется тем, что для некоторых объектов и явлений проведение натуральных испытаний финансово затруднительно или невозможно. В этом случае разработка компьютерной модели объекта является фактически единственным средством для его изучения.

Компьютерные модели чаще всего строятся на основе соответствующих математических моделей и представляют собой реализацию математического описания с использованием численных методов на одном из языков высокого уровня. Достоинством компьютерных моделей является возможность использования вычислительных средств при изучении того или иного объекта или явления. В этом случае становится возможным достаточно подробное и глубокое изучение модели, недоступное при чисто теоретическом подходе. Еще одним преимуществом применения компьютерных моделей является возможность визуализации модели объекта или результатов экспериментов с помощью современных средств компьютерной графики. Наглядность работы с моделью, а как следствие и качество понимания исследуемых процессов и явлений, возрастает в несколько раз. В частности, экспериментальные зависимости удобно представлять не только в виде таблиц данных, но и в виде графических зависимостей, отражающих эволюцию изучаемого процесса во времени.

Недостаток применения компьютерных моделей заключается в отсутствии возможности реали-

зации модели в реальном масштабе времени. Однако с учетом того, что вычислительные мощности компьютеров растут, с определенной степенью точности можно утверждать, что эксперименты с компьютерными моделями проводятся в масштабе времени, близком к реальному.

Рассмотрение компьютерных моделей объектов основывается на том, что все они базируются на математическом описании. Такие модели называют комплексными, а соответствующий им вид моделирования – комплексным. Комплексное моделирование базируется на математическом моделировании с использованием средств вычислительной техники – компьютеров.

Удобным инструментом моделирования мехатронных систем, в том числе, электромеханических сервомодулей движения (СМД) является пакет Matlab&Simulink.

Статья построена следующим образом: первый раздел содержит описание сервомодуля движения, его аппаратной части; во втором разделе приводятся математические модели элементов сервомодуля; процесс разработки Simulink модели сервомодуля движения представлен в третьем разделе; результаты моделирования показаны в четвертом разделе; в заключении представлены основные выводы по проведенным исследованиям.

1. Описание СМД

Рассматривается электромеханический СМД построенный на базе серводвигателя (СД) переменного тока. В корпусе СМД расположен шариковинтовой механизм преобразования вращения выходного вала приводного СД в поступательное перемещение выходного штока и связанной с ним наружной каретки, установленной в корпусе с помощью направляющих качения. Кинематическая схема и рассматриваемого СМД показана на рис. 1.

СД состоит из трех основных частей: трехфазного асинхронного исполнительного двигателя

(АИД), силового преобразователя и датчика обратной связи (ДОС) по угловой скорости вращения ротора двигателя.

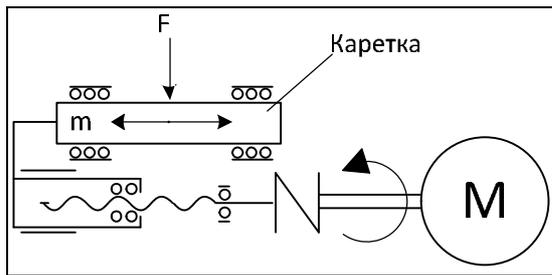


Рис.1. Кинематическая схема СМД

2. Математические модели элементов сервомодуля

2.1. Модель АИД. Математическое описание АИД базируется на известных законах: уравнения равновесия э.д.с. на обмотках статора и ротора базируется на втором законе Кирхгофа; закон Ампера связывает потокоцепления обмоток статора и ротора с токами, протекающими по этим обмоткам; для описания пространственного движения ротора используется второй закон Ньютона – закон равновесия моментов на валу АИД; закон, сформулированный Ленцем как правило левой руки, связывает векторные величины электромагнитного момента, потокоцепления и тока в обмотках двигателя.

Несмотря на полное математическое описание на основе вышеупомянутых законов, для моделирования АИД встречается ряд трудностей:

Математическая модель АИД, полученная на основе вышеупомянутых законов, приводит к нелинейной системе из 16 уравнений с переменными коэффициентами, что приводит к трудностям при моделировании.

Достаточно эффективным инструментом упрощения математического описания АИД является метод пространственного вектора [2, 3]. Он позволяет существенно упростить и сократить систему уравнений, представив ее в единой системе координат, вращающейся с произвольной угловой скоростью ω_k .

В итоге математическую модель АИД можно записать в виде [2, 4]:

$$\begin{aligned}
 u_S &= r_S i_S + \frac{d}{dt} \Psi_S + j\omega_k \Psi_S; \\
 u_R &= r_R i_R + \frac{d}{dt} \Psi_R + j(\omega_k - p\omega_m) \Psi_R; \\
 \Psi_S &= L_S i_S + L_m i_R; \\
 \Psi_R &= L_m i_S + L_R i_R; \\
 J \frac{d\omega_m}{dt} \pm M_f &= M_{\dot{\gamma}}; \\
 M_{\dot{\gamma}} &= \frac{3}{2} p (\Psi_S \times i_S),
 \end{aligned} \tag{1}$$

где $u_S, i_S, r_S, L_S, \Psi_S, u_R, i_R, r_R, L_R, \Psi_R$ – напряжение, сила тока, сопротивление, индуктивность и потокоцепление статора и ротора, соответственно; L_m – взаимная индуктивность между статором и ротором; p – число пар полюсов в АИД; $M_{\dot{\gamma}}$ – электромагнитный момент и момент нагрузки, соответственно; J – момент инерции на валу двигателя, учитывающий инерционность ротора; ω_m – угловая скорость вращения ротора.

В уравнениях (1) все коэффициенты являются величинами постоянными, имеют определенный физический смысл и могут быть определены по паспортным данным двигателя либо экспериментально.

Уравнения напряжений результирующих векторов (1) получены для координатных осей, вращающихся с произвольной скоростью ω_k , и представляют собой наиболее общий вид уравнений, описывающих работу АИД. В таком виде эти уравнения применяются редко. Наибольший интерес представляют уравнения в координатных осях α, β , когда $\omega_k = 0$, и в координатных осях u, v , когда $\omega_k = p\omega_m$, которые используются для исследования синхронных электродвигателей, а также в осях d, q , вращающихся с некоторой угловой скоростью ω_k .

Для последнего случая уравнения электро-механического преобразования энергии в АИД имеют вид [2, 5]

$$\begin{aligned}
 u_{Sq} &= r_S i_{Sq} + \frac{d}{dt} \Psi_{Sq} + \omega_k \Psi_{Sd}; \\
 u_{Sd} &= r_S i_{Sd} + \frac{d}{dt} \Psi_{Sd} - \omega_k \Psi_{Sq}; \\
 u_{Rq} &= r_R i_{Rq} + \frac{d}{dt} \Psi_{Rq} + (\omega_k - p\omega_m) \Psi_{Rd}; \\
 u_{Rd} &= r_R i_{Rd} + \frac{d}{dt} \Psi_{Rd} - (\omega_k - p\omega_m) \Psi_{Rq}; \\
 M_{\dot{\gamma}} &= \frac{3}{2} p (\Psi_{Sd} i_{Sq} - \Psi_{Sq} i_{Sd}); \\
 \frac{d}{dt} \omega_m &= J^{-1} (M_{\dot{\gamma}} \pm M_f),
 \end{aligned} \tag{2}$$

где

$$\begin{aligned}
 \Psi_{Sq} &= L_S i_{Sq} + L_m i_{Rq}; \quad \Psi_{Sd} = L_S i_{Sd} + L_m i_{Rd}; \\
 \Psi_{Rq} &= L_R i_{Rq} + L_m i_{Sq}; \quad \Psi_{Rd} = L_R i_{Rd} + L_m i_{Sd}; \\
 L_S &= L_{lS} + L_m; \quad L_R = L_{lR} + L_m;
 \end{aligned} \tag{3}$$

L_{lR} – приведенная индуктивность рассеяния ротора; L_{lS} – индуктивность рассеяния статора.

Уравнения (2), (3) представляют собой наиболее общую модель АИД в произвольно вращающейся системе координат d, q . Из них получаются уравнения в системе координат α, β , если в (2) подставить $\omega_k = 0$, или уравнения в осях u, v – если в

(2) считать что $\omega_k = p\omega_m$. Именно это математическое описание лежит в основе модели виртуального АИД в библиотеке SimPowerSystem пакета программ Matlab&Simulink [2, 5, 6].

2.2. Модель ДОС. В основе математической модели датчика обратной связи лежит соотношение, связывающее сигналы на его входе и выходе. Выведенное соотношение между входным и выходным сигналом можно выразить в виде некоторой математической функции, которая устанавливает взаимосвязь между выходным сигналом датчика $y_{\text{АИД}}$ и внешним воздействием x , являющимся выходом двигателя, т.е. $x = y_{\text{Д}}$:

$$y_{\text{АИД}} = f(x). \quad (4)$$

В установившемся режиме такую функциональную зависимость между входом и выходом называют **статической характеристикой**. Как и любую функцию, статическую характеристику можно представить аналитически (уравнением), в виде графика или таблично.

Во многих случаях она является линейной одномерной, т.е. связывает выходной сигнал только с одним внешним воздействием. Одномерную линейную статическую характеристику (4) можно представить в виде:

$$y = a + k \cdot x, \quad (5)$$

где a – постоянная составляющая (значение выходного сигнала при нулевом входном воздействии); k – **коэффициент передачи** или **коэффициент чувствительности**.

Обычно датчик обладает намного меньшей инерционностью по сравнению с объектом регулирования, т.е. датчик практически мгновенно отслеживает изменения входной величины. Такие датчики относятся к устройствам мгновенного действия, в состав которых не входят энергонакопительные элементы, такие как емкости, массы или упругие звенья. Безинерционный датчик может быть смоделирован в виде функции, реализующей его статическую характеристику, т.е. в случае когда статическая характеристика имеет вид (5), математическая модель датчика представляет собой усилительное звено с коэффициентом усиления равным $k_{\text{АИД}}$.

2.3. Модель передаточного механизма.

При описании механических систем математические модели составляющих их механизмов и частей стараются упростить, принимая определенные допущения, в том числе, путем перехода от уравнений динамики к уравнениям статики. Такое допущение является оправданным в случае, когда инерционность всей системы намного больше инерционности ее отдельно взятого механизма. При указанном допущении шарико-винтовой передаточный

механизм (ПМ) можно описать с помощью статической характеристики, которую при математическом моделировании можно представить как коэффициент усиления $k_{\text{ПМ}}$, связывающий входную и выходную величины.

3. Разработка Simulink-модели СМД

Simulink-модель рассматриваемого СМД показана на рисунке 2 и содержит следующие основные блоки:

- *AC Drive* – пользовательский блок, моделирует электрический СД на базе АИД;
- *3 Phase Voltage source* – блок библиотеки SimPowerSystem, моделирует трехфазный источник напряжения;
- *demux* – пользовательский блок, предназначен для извлечения переменных состояния из вектора измеряемых переменных СД;
- *Mechanic Transmission* – моделирует передаточный механизм в виде коэффициента усиления, равного передаточному отношению механической передачи;
- *Signal Builder* – блок задатчика перемещения каретки.

Для моделирования СД переменного тока применяется пользовательский блок *AC Drive*. Данный блок создается путем маскирования подсистемы, Simulink-схема которой приведена на рисунке 3.

Эта подсистема включает в себя:

- *Asynchronous Machine* – блок библиотеки SimPowerSystem, моделирует приводной АИД в соответствии с уравнениями (2), (3);
- *Braking chopper* – блок библиотеки SimPowerSystem, моделирует цепь сброса энергии торможения АИД;
- *PWM Generator* – блок библиотеки SimPowerSystem, моделирует широтно-импульсный преобразователь;
- *Three-phase diode rectifier* – блок библиотеки SimPowerSystem (оригинальное название блока – *Universal Bridge*), моделирует трехфазный диодный выпрямитель [2, 6]. В параметрах данного блока указываются: число плеч моста (number of bridge arms); сопротивление (Snubber resistans) и емкость демпфирующей цепи (Snubber capacitance); вид полупроводниковых устройств (Power electronics device), где предусмотрены следующие варианты: Diodes – диоды, Thyristors – тиристоры, GTO/Diodes – полностью управляемые тиристоры, шунтированные диодами, MOSFET/Diodes – MOSFET-транзисторы, шунтированные диодами, IGBT/Diodes – IGBT-транзисторы, шунтированные диодами, Ideal Switch – идеальные ключи; внутренние сопротивление и индуктивность выбранного устройства (R_{on} и L_{on} , соответственно), падение напряжения в прямом направлении (Forward voltage V_f);

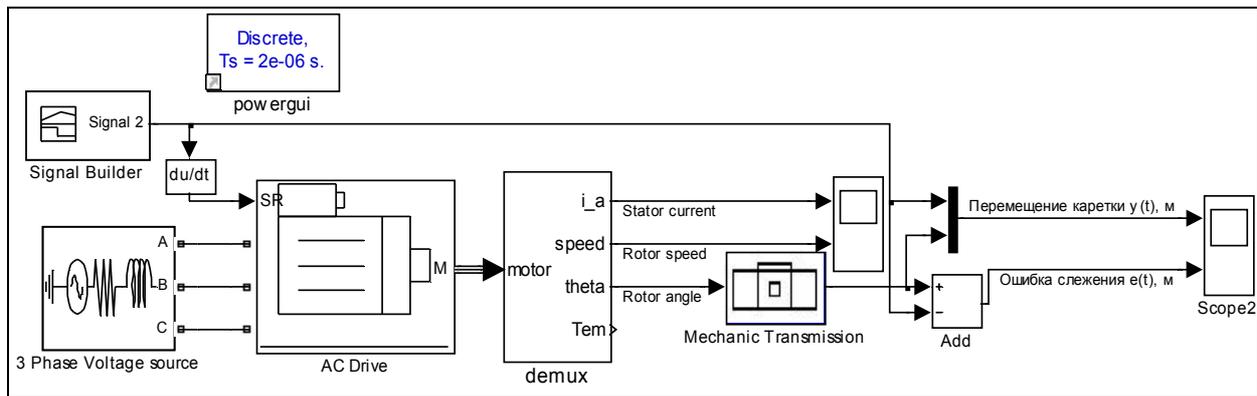


Рис. 2. Simulink-модель электромеханического СМД

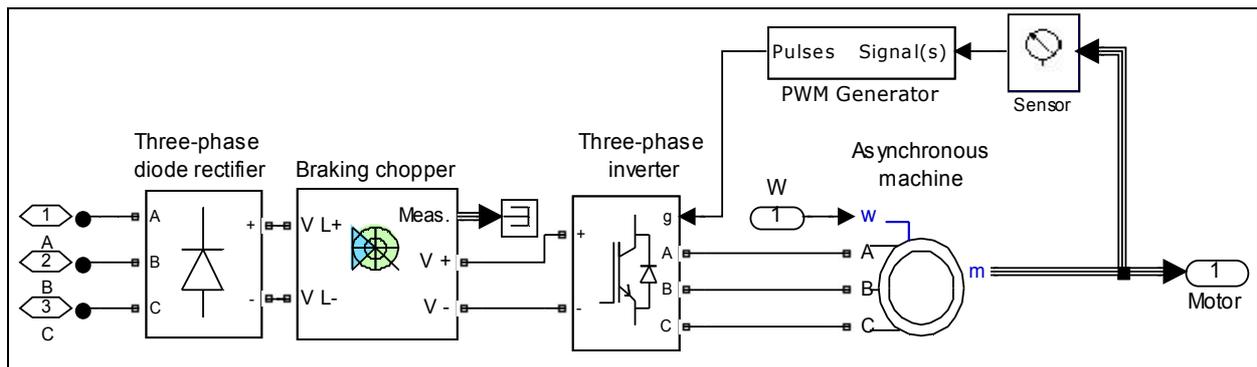


Рис. 3. Simulink-схема блока AC Drive

– *Three-phase inverter* – блок библиотеки SimPowerSystem, моделирует трехфазный инвертор напряжения [2, 6]. Данный блок является разновидностью блока *Universal Bridge*, в котором полупроводниковыми приборами моста выбраны IGBT-транзисторы;

– *Sensor* – пользовательский блок, моделирует ДОС, создается путем маскирования подсистемы с усилительным звеном.

Блок *Asynchronous Machine* моделирует АИД в двигательном и генераторном режимах. Режим работы определяется знаком электромагнитного момента. В параметрах этого блока задаются [6]:

– *Rotor Type* – тип ротора, в выпадающем меню этого поля можно задать либо короткозамкнутый (*Squirrel Cage*), либо фазный ротор (*Wound*);

– *Reference frame* – система отсчета, значение параметра выбирается из списка: *Rotor* – неподвижная относительно ротора, *Stationary* – неподвижная относительно статора, *Synchronous* – вращающаяся вместе с полем;

– *Nominal Power, Voltage (line-line) and frequency* – мощность, номинальное действующее линейное напряжение и частота питающей сети;

– *Stator resistance and inductance* – активное сопротивление r_S и индуктивность L_{IS} статора;

– *Rotor resistance and inductance* – активное сопротивление r_R и индуктивность L_{IR} ротора;

– *Mutual inductance* – параметры ветви намагничивания L_m ;

– *Inertia, friction factor and pole pairs* – момент инерции J , коэффициент трения F , число пар полюсов p ;

– *Initial condition* – начальные условия для моделирования (скольжение, положение ротора, токи статора и ротора и их начальные фазы).

Параметры двигателя частично берутся из паспортных данных, частично рассчитываются на основе схем замещения.

Порты модели *A*, *B* и *C* являются выводами статорной обмотки. Порт *Tm* предназначен для ввода значения момента сопротивления движению. На выходном порту *m* формируется векторный сигнал, состоящий из 21 параметра: токов, потоков и напряжений ротора и статора в неподвижной и вращающейся системах координат, электромагнитного момента, угловой частоты вращения вала, а также его углового положения.

Для удобства извлечения переменных асинхронного исполнительного двигателя из этого вектора используется шина *Bus Selector*.

4. Результаты моделирования

Результаты моделирования рассматриваемого электромеханического СМД показаны на рисунке 4. Здесь сплошной кривой обозначен сигнал задающе-

го воздействия – требуемое перемещение каретки СМД, штриховой кривой – реальное перемещение каретки. Нижний график представляет собой ошибку обработки сервомодулем задающего воздействия. Видно, что СМД с высокой точностью отслеживает сигнал, задающий требуемое перемещение каретки на расстояние $y = 0.1$ м. Ошибка слежения в переходных режимах, т.е. при перемещении каретки вперед и назад, не превышает 5 мкм, что составляет менее 0.01% от задающего сигнала. Ошибка позиционирования в установившемся режиме не превышает 0.05 мкм.

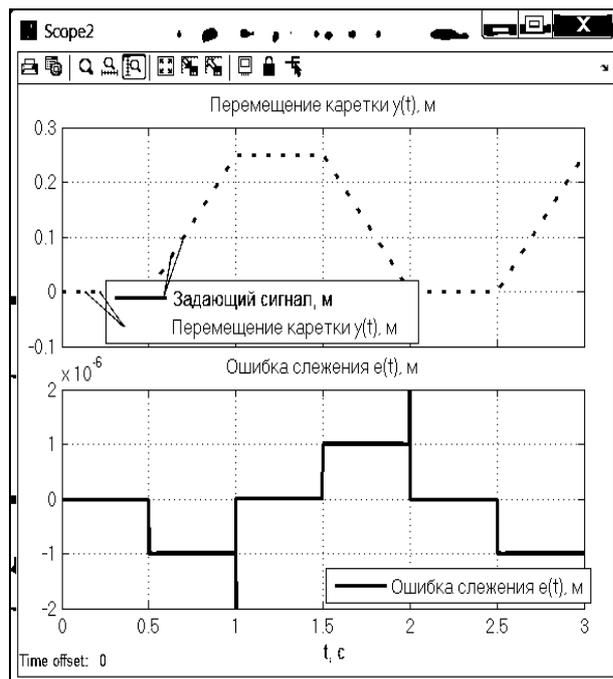


Рис. 4. Результаты моделирования электромеханического СМД

Заключение

Настоящая работа посвящена разработке компьютерной модели электромеханических сервомодулей движения.

Получена математическая модель элементов электромеханического сервомодуля движения, по которой была построена компьютерная модель, используя SimPowerSystems toolbox пакета Matlab&Simulink.

Предложенный подход позволяет проводить моделирование мехатронных систем, содержащих электромеханические сервомодули движения, без предварительного создания опытных образцов.

Список литературы

1. Тарг С.М. Моделирование физическое / С.М. Тарг, С.Л. Вишневецкий, В.А. Артюнов // Большая советская энциклопедия. — М.: Сов. энцикл., 1978. — С. 528 – 529.
2. Герман-Галкин С.Г. Компьютерное моделирование полупроводниковых систем в MATLAB 6.0: Учебное пособие / С.Г. Герман-Галкин. — СПб.: КОРОНА принт, 2001. — 320 с.
3. Усольцев А.А. Векторное управление асинхронными двигателями / А.А. Усольцев. — П.: СТУ. — 2002. — 40 с.
4. Ключев В.И. Теория электропривода: Учеб. для вузов. — 2-е изд. Перераб. и доп./ В.И. Ключев. — М.: Энергоатомиздат, 1998. — 704 с.
5. Герман-Галкин С.Г. Matlab&Simulink. Проектирование мехатронных систем на ПК / С.Г. Герман-Галкин. — СПб.: Корона-Век, 2008. — 368 с.
6. Черных И.В. Моделирование электротехнических устройств в MATLAB, SimPowerSystems и Simulink / И.В. Черных. — М.: ДМК Пресс, 2008. — 288 с.

Поступила в редколлегию 10.07.2013

Рецензент: д-р техн. наук Д.Б. Кучер, Севастопольский национальный технический университет, Севастополь.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНОГО СЕРВОМОДУЛЮ РУХУ ЗАСОБАМИ ПАКЕТУ MATLAB&SIMULINK

Є.В. Пашков, О.О. Кабанов, В.О. Крамарь

У роботі розглядається задача побудови моделі електромеханічних модулів руху в пакеті Matlab&Simulink. Наведено опис апаратної частини сервомодуля руху. Отримано математичні моделі елементів електромеханічних сервомодулів руху: трифазного асинхронного виконавчого двигуна, силового перетворювача і датчика зворотного зв'язку по кутовій швидкості обертання ротора двигуна. У статті наводяться результати моделювання.

Ключеві слова: сервомодуль руху, асинхронний двигун, датчик зворотного зв'язку, SimPowerSystems toolbox.

MATHEMATICAL MODELING OF ELECTROMECHANICAL SERVO UNIT USING MATLAB & SIMULINK

Ye.V. Pashkov, A.A. Kabanov, V.A. Kramar

The problem of constructing a model of electromechanical motion modules was solved in the package Matlab&Simulink. A description of the hardware for motion servo module is presented. The mathematical models are developed for the elements of electromechanical motion servo module: three-phase asynchronous motor actuator, power converter, and feedback encoder in the angular velocity of motor rotation. The article presents the results of the simulation.

Keywords: servo unit, asynchronous motor, feedback sensor, SimPowerSystems toolbox.