

УДК 519.81:658.562:004.89

Н.А. Зубрецькая, С.С. Федін

Київський національний університет технологій і дизайну

ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ МЕТОДОВ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПО ОБОБЩЕННОМУ ПОКАЗАТЕЛЮ КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ

В статье проведен сравнительный анализ достоверности методов принятия решений на основе обобщенной оценки качества изделий с использованием предложенного критерия меры различия нечетких множеств и среднеквадратической невязки нечетких функций принадлежности.

Ключевые слова: достоверность, обобщенная оценка качества изделий, весовые коэффициенты, нечеткие множества, нечеткие функции принадлежности.

Введение

Оценка достоверности методов принятия решений по обобщенному показателю качества изделий является актуальной проблемой управления качеством промышленной продукции [1]. Приняв за основу постановку задачи обобщенной оценки качества продукции с использованием функции желательности Харрингтона, сформулированную в работе [2], можно рассчитать нижнюю Q_n , среднюю Q_{cp} и верхнюю Q_v оценки в виде среднего геометрического значения совокупности единичных показателей x_i , представленных в безразмерной шкале x' . Опыт использования метода обобщенной оценки качества изделий на

основе функции желательности Харрингтона показал, что получение интервальной и точечной обобщенных оценок в некоторых случаях не позволяет гарантированно отнести однотипные изделия (продукцию) к одной из категорий качества вербально-числовой шкалы [3, 4]. При этом в соответствии со значениями Q_n , Q_{cp} , Q_v изделия в одинаковой степени могут быть отнесены к различным категориям функции желательности (рис. 1, табл. 1) [4].

Таким образом, использование оценок Q_n , Q_{cp} , Q_v в некоторых случаях может привести к неопределенности выходной информации и неоднозначной интерпретации результатов оценивания при принятии решения относительно уровня качества продукции.

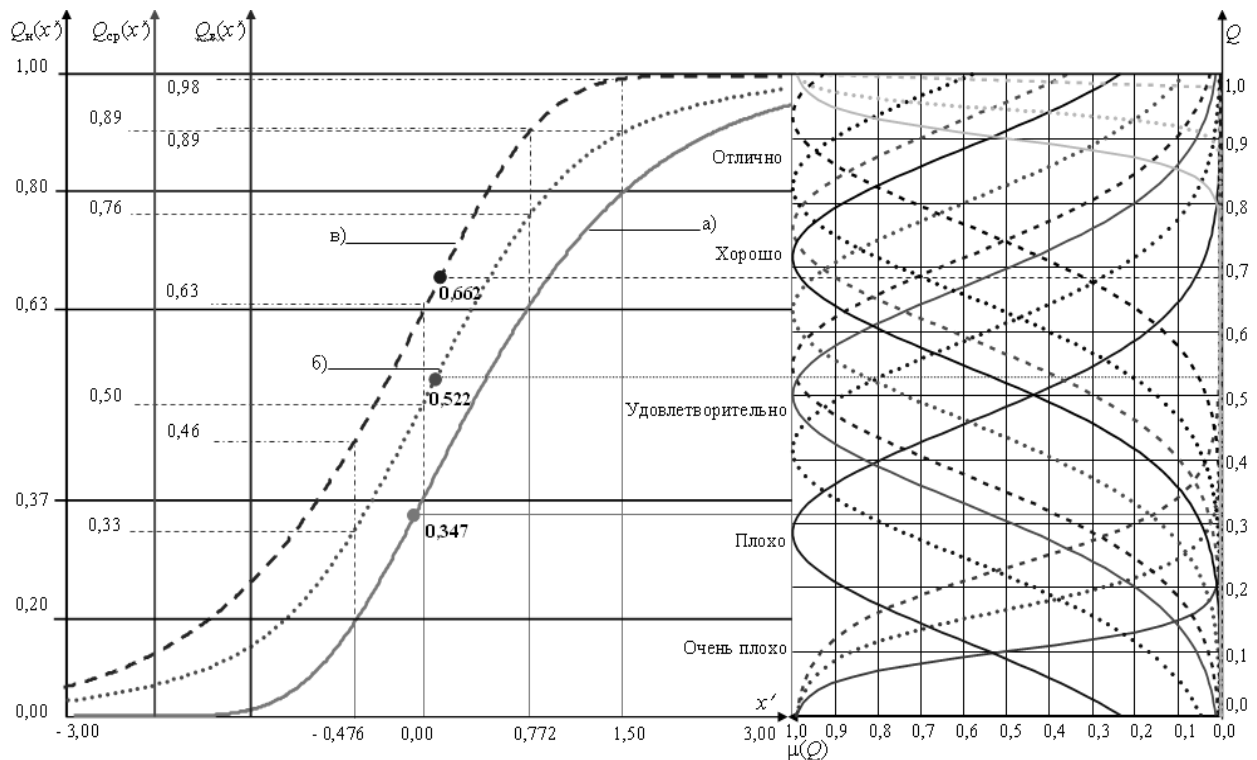


Рис. 1. Функции принадлежности для выбора весовых коэффициентов нижней (а), средней (б) и верхней (в) оценок обобщенного показателя качества изделий Q

Таблица 1

Оценки обобщенного показателя качества для трех однотипных изделий

Изделия	Нижняя оценка Q_n	Средняя оценка Q_{cp}	Верхняя оценка Q_v
Изделие 1	0,347 Плохо	0,522 Удовлетворительно	0,662 Хорошо
Изделие 2	0,142 Очень плохо	0,581 Удовлетворительно	0,712 Хорошо
Изделие 3	0,134 Очень плохо	0,552 Удовлетворительно	0,673 Хорошо

Для уменьшения неопределенности выходной информации и повышения достоверности обобщенной оценки качества продукции в работах [1, 4] предложены методы получения оценки весовых коэффициентов обобщенного показателя для всех категорий вербально-числовой шкалы функции желательности Харрингтона с использованием нечетких функций принадлежности $\mu(x)$. В первом случае (метод А) оценка весовых коэффициентов рассчитывается на основе нечеткой гауссовой функции принадлежности для всех категорий вербально-числовой шкалы [1]. Во втором случае для оценки весовых коэффициентов категорий «Плохо», «Удовлетворительно» и «Хорошо» используется нечеткая гауссова функция принадлежности, а оценка весовых коэффициентов категорий «Очень плохо» и «Отлично» рассчитывается соответственно на основе левой и правой сигмоидных нечетких функций принадлежности, что является отличительной особенностью метода В [4]. В работе [4] показано, что использование нечетких функций принадлежности (рис. 1) позволяет гарантированно определить категорию качества продукции и выполнить сравнительную оценку качества нескольких изделий-аналогов, которые характеризуются одинаковой номенклатурой показателей качества разной размерности. При этом использование разных функций принадлежности, положенных в основу методов А и В требует проведения сравнительного анализа достоверности оценок весовых коэффициентов обобщенного показателя качества, полученных для всех категорий вербально-числовой шкалы функции Харрингтона.

Цель статьи – определение достоверности оценок весовых коэффициентов обобщенного показателя качества продукции для всех категорий вербально-числовой шкалы функции желательности Харрингтона с использованием нечетких функций принадлежности.

Объект и методы исследования

Достоверность оценок весовых коэффициентов Q_n, Q_{cp}, Q_v с использованием методов А и В определим по значениям абсолютной среднеквадратической и относительной погрешностей. При этом для сравнения нечетких функций принадлежности каждой из категорий качества шкалы желательности по абсолютным величинам будем использовать критерий среднеквадратической невязки $RMS(A, B)$ двух нечетких множеств А и В на интервале $[x_{min}, x_{max}]$ [5]

$$RMS(A, B) = \sqrt{\frac{\int_{x_{min}}^{x_{max}} [\mu_A(x) - \mu_B(x)]^2 dx}{x_{max} - x_{min}}} \quad (1)$$

Для получения относительной погрешности результатов оценки весовых коэффициентов воспользуемся критерием меры сходства $S(A, B)$ [6] непрерывных нечетких множеств А и В каждой из категорий качества шкалы желательности

$$S(A, B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|} = \frac{\int_{x_{min}}^{x_{max}} \text{MIN}[\mu_A(x), \mu_B(x)] dx}{\int_{x_{min}}^{x_{max}} \text{MAX}[\mu_A(x), \mu_B(x)] dx}$$

Если $S(A, B)$ – мера сходства непрерывных нечетких множеств, то мера их различия может быть представлена в виде $\Delta = 1 - S(A, B)$. Тогда величину относительной погрешности результатов оценки весовых коэффициентов можно рассчитать в виде

$$\delta = \Delta \cdot 100\%, \quad \delta = [1 - S(A, B)] \cdot 100\%$$

$$\delta = \left[1 - \frac{\int_{x_{min}}^{x_{max}} \text{MIN}[\mu_A(x), \mu_B(x)] dx}{\int_{x_{min}}^{x_{max}} \text{MAX}[\mu_A(x), \mu_B(x)] dx} \right] \cdot 100\% \quad (2)$$

Величину абсолютной и относительной погрешностей рассчитаем по формулам (1) и (2) на примере средней оценки Q_{cp} обобщенного показателя качества каждой категории вербально-числовой шкалы. Функции принадлежности методов А и В ($\mu_{A_{OP}}(Q), \mu_{B_{OP}}(Q)$) для категории «Очень плохо» приведены на рис. 2.

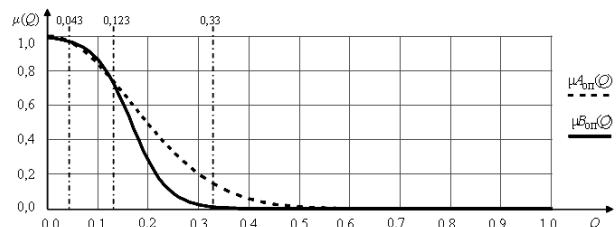


Рис. 2. Функции принадлежности категории «Очень плохо»

$$RMS_{OP} = \sqrt{\frac{\int_{0,0}^{0,33} [\mu_{B_{OP}}(Q) - \mu_{A_{OP}}(Q)]^2 dx}{0,33 - 0,0}} = 0,146$$

$$S_{\text{ОП}} = \frac{\int_{0,0}^{0,043} \mu_{\text{В}_{\text{ОП}}}(Q)dx + \int_{0,043}^{0,123} \mu_{\text{А}_{\text{ОП}}}(Q)dx + \int_{0,123}^{0,333} \mu_{\text{В}_{\text{ОП}}}(Q)dx}{\int_{0,0}^{0,043} \mu_{\text{А}_{\text{ОП}}}(Q)dx + \int_{0,043}^{0,123} \mu_{\text{В}_{\text{ОП}}}(Q)dx + \int_{0,123}^{0,333} \mu_{\text{А}_{\text{ОП}}}(Q)dx} = 0,817;$$

$$\delta_{\text{ОП}} = [1 - S_{\text{ОП}}] \cdot 100\% \approx 18\%.$$

Пределы интегрирования для оценки меры различия нечетких множеств всех категорий качества вербально-числовой шкалы были определены на основе решения систем уравнений, составленных из соответствующих функций принадлежности методов А и В с использованием универсальной системы математического моделирования MathCAD. Функции принадлежности метода А $\mu_{\text{А}_{\text{П}}}(Q)$, $\mu_{\text{П}}(Q)$ и метода В $\mu_{\text{В}_{\text{П}}}(Q)$ для категории «Плохо» приведены на рис. 3.

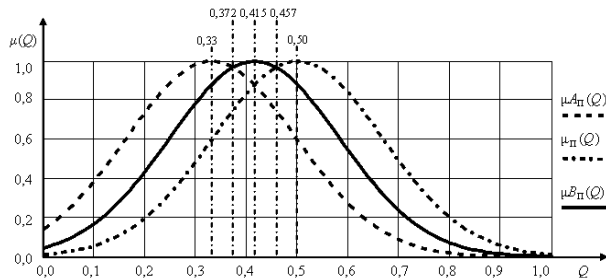


Рис. 3. Функции принадлежности категории «Плохо»

При расчете RMS в этом случае необходимо определить $\mu_{\text{П}}(Q) = \text{MAX}[\mu_{\text{А}_{\text{П}}}(Q), \mu_{\text{В}_{\text{П}}}(Q)]$

$$RMS_{\text{П}} = \sqrt{\frac{\int_{0,33}^{0,50} [\mu_{\text{В}_{\text{П}}}(Q) - \mu_{\text{П}}(Q)]^2 dx}{0,50 - 0,33}} = 0,071,$$

$$S_{\text{П}} = \frac{\int_{0,33}^{0,372} \mu_{\text{В}_{\text{П}}}(Q)dx + \int_{0,372}^{0,415} \mu_{\text{А}_{\text{П}}}(Q)dx + \int_{0,415}^{0,457} \mu_{\text{П}}(Q)dx + \int_{0,457}^{0,50} \mu_{\text{В}_{\text{П}}}(Q)dx}{\int_{0,33}^{0,372} \mu_{\text{А}_{\text{П}}}(Q)dx + \int_{0,372}^{0,415} \mu_{\text{В}_{\text{П}}}(Q)dx + \int_{0,415}^{0,457} \mu_{\text{В}_{\text{П}}}(Q)dx + \int_{0,457}^{0,50} \mu_{\text{П}}(Q)dx} = 0,938$$

$$\delta_{\text{П}} = [1 - S_{\text{П}}] \cdot 100\% \approx 6\%.$$

Функции принадлежности метода А $\mu_{\text{А}_{\text{УД}}}(Q)$, $\mu_{\text{УД}}(Q)$ и метода В $\mu_{\text{В}_{\text{УД}}}(Q)$ для категории «Удовлетворительно» приведены на рис. 4.

$$RMS_{\text{УД}} = \sqrt{\frac{\int_{0,50}^{0,76} [\mu_{\text{В}_{\text{УД}}}(Q) - \mu_{\text{УД}}(Q)]^2 dx}{0,76 - 0,50}} = 0,155,$$

где $\mu_{\text{УД}}(Q) = \text{MAX}[\mu_{\text{А}_{\text{УД}}}(Q), \mu_{\text{В}_{\text{УД}}}(Q)]$.

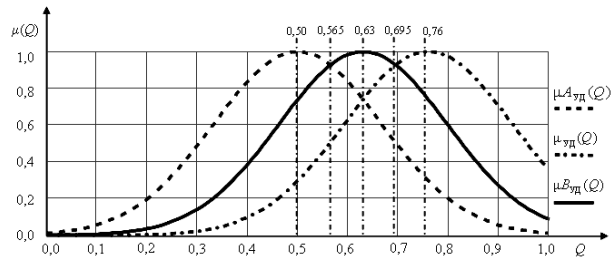


Рис. 4. Функции принадлежности категории «Удовлетворительно»

$$S_{\text{УД}} = \frac{\int_{0,50}^{0,565} \mu_{\text{В}_{\text{УД}}}(Q)dx + \int_{0,565}^{0,63} \mu_{\text{А}_{\text{УД}}}(Q)dx + \int_{0,63}^{0,695} \mu_{\text{УД}}(Q)dx + \int_{0,695}^{0,76} \mu_{\text{В}_{\text{УД}}}(Q)dx}{\int_{0,50}^{0,565} \mu_{\text{А}_{\text{УД}}}(Q)dx + \int_{0,565}^{0,63} \mu_{\text{В}_{\text{УД}}}(Q)dx + \int_{0,63}^{0,695} \mu_{\text{В}_{\text{УД}}}(Q)dx + \int_{0,695}^{0,76} \mu_{\text{УД}}(Q)dx} = 0,861$$

$$\delta_{\text{УД}} = [1 - S_{\text{УД}}] \cdot 100\% \approx 14\%.$$

Функции принадлежности метода А $\mu_{\text{А}_{\text{ХОП}}}(Q)$, $\mu_{\text{ХОП}}(Q)$ и метода В $\mu_{\text{В}_{\text{ХОП}}}(Q)$ для категории «Хорошо» приведены на рис. 5.

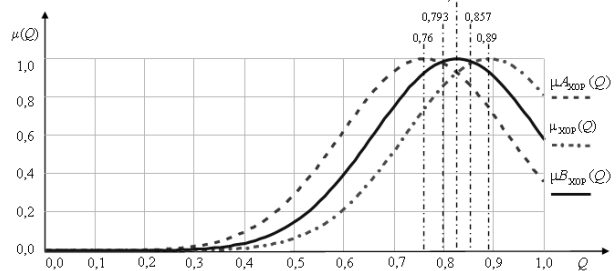


Рис. 5. Функции принадлежности категории «Хорошо»

$$RMS_{\text{ХОП}} = \sqrt{\frac{\int_{0,76}^{0,89} [\mu_{\text{В}_{\text{ХОП}}}(Q) - \mu_{\text{ХОП}}(Q)]^2 dx}{0,89 - 0,76}} = 0,042,$$

где $\mu_{\text{ХОП}}(Q) = \text{MAX}[\mu_{\text{А}_{\text{ХОП}}}(Q), \mu_{\text{В}_{\text{ХОП}}}(Q)]$.

$$S_{\text{ХОП}} = \frac{\int_{0,76}^{0,793} \mu_{\text{В}_{\text{ХОП}}}(Q)dx + \int_{0,793}^{0,825} \mu_{\text{А}_{\text{ХОП}}}(Q)dx + \int_{0,825}^{0,857} \mu_{\text{ХОП}}(Q)dx + \int_{0,857}^{0,89} \mu_{\text{В}_{\text{ХОП}}}(Q)dx}{\int_{0,76}^{0,793} \mu_{\text{А}_{\text{ХОП}}}(Q)dx + \int_{0,793}^{0,825} \mu_{\text{В}_{\text{ХОП}}}(Q)dx + \int_{0,825}^{0,857} \mu_{\text{В}_{\text{ХОП}}}(Q)dx + \int_{0,857}^{0,89} \mu_{\text{ХОП}}(Q)dx} = 0,963$$

$$\delta_{\text{ХОП}} = [1 - S_{\text{ХОП}}] \cdot 100\% \approx 4\%.$$

Функции принадлежности метода А $\mu_{\text{А}_{\text{ОТЛ}}}(Q)$ и метода В $\mu_{\text{В}_{\text{ОТЛ}}}(Q)$ для категории «Отлично» приведены на рис. 6.

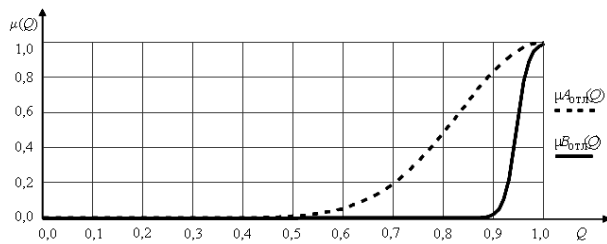


Рис. 6. Функции принадлежности категории «Отлично»

$$RMS_{OTL} = \sqrt{\frac{\int_{0,89}^{1,0} [\mu_{B_{OTL}}(Q) - \mu_{A_{OTL}}(Q)]^2 dx}{1,0 - 0,89}} = 0,539,$$

$$S_{OTL} = \frac{\int_{0,89}^{1,0} \mu_{B_{OTL}}(Q) dx}{\int_{0,89}^{1,0} \mu_{A_{OTL}}(Q) dx} = 0,536,$$

$$\delta_{OTL} = [1 - S_{OTL}] \cdot 100\% \approx 46\%$$

Значения абсолютной RMS и относительной $\delta, \%$ погрешностей $Q_{н}, Q_{ср}, Q_{в}$ для всех категорий качества методов А и В получены с использованием системы MathCAD и представлены в табл. 2, анализ данных которой свидетельствует о том, что метод В позволяет с большей степенью достоверности получить оценку весовых коэффициентов $Q_{н}, Q_{ср}, Q_{в}$ для всех категорий вербально-числовой шкалы функции желательности Харрингтона.

Таблица 2

Результат сравнения методов по значениям среднеквадратической и относительной погрешностей

Оценка	Категории качества									
	Очень плохо		Плохо		Удовлетворительно		Хорошо		Отлично	
	RMS	$\delta, \%$	RMS	$\delta, \%$	RMS	$\delta, \%$	RMS	$\delta, \%$	RMS	$\delta, \%$
Нижняя	0,379	38	0,071	6	0,155	14	0,071	6	0,379	38
Средняя	0,146	18	0,071	6	0,155	14	0,042	4	0,539	46
Верхняя	0,086	12	0,071	6	0,155	14	0,021	2	0,624	50

Выводы

На основе проведенного сравнительного анализа достоверности методов принятия решений по обобщенному показателю качества изделий с использованием предложенного критерия меры различия нечетких множеств и критерия среднеквадратической невязки нечетких функций принадлежности установлено, что использование метода В с большей степенью достоверности обеспечивает разрешение ситуации неопределенности выходной информации при оценивании уровня качества продукции по обобщенному показателю.

Список литературы

1. Федин С.С. Повышение достоверности обобщенной оценки качества сложных изделий / С.С. Федин // Системи управління, навігації та зв'язку. – К.: ЦНДІ НіУ, 2010. – № 2(14). – С. 136 – 140.

2. Трищ Р. М. Развитие научных основ управления качеством в машиностроении в условиях ограниченного количества информации [Текст]: дисс. ... д-ра техн. наук: 05.01.02 / Трищ Роман Михайлович, КНУТД. – Х.: Укр. инж.-педагог. акад., 2007. – 323 с.

3. Федин С.С. Обеспечение точности обобщенной интервальной оценки качества изделий / С.С. Федин, Н.А. Зубрецька // Системні дослідження та інформаційні технології ПСА, НТУУ КПІ. – 2012. – №1. – С. 94–100.

4. Зубрецька Н.А. Повышение достоверности принятия решений о качестве продукции на основе нечеткой модели обобщенного показателя / Н.А. Зубрецька, С.С. Федин // Системи обробки інформації. – 2012. – № 3 (101, Т.1). – С. 20–26.

5. Штовба С.Д. Введение в теорию нечетких множеств и нечеткую логику: [Электрон. ресурс]. – Режим доступа: <http://matlab.exponenta.ru/fuzzylogic/book1/17.php>

6. Пегат А. Нечеткое моделирование и управление / Пегат А. – М.: БИНОМ. Лаб. знаний, 2009. – 798 с.

Поступила в редколлегию 19.02.2015

Рецензент: д-р. техн. наук, проф. И.В. Петко, Киевский национальный университет технологий и дизайна, Киев.

ОЦІНКА ДОСТОВІРНОСТІ МЕТОДІВ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ЗА УЗАГАЛЬНЕНИМ ПОКАЗНИКОМ ЯКОСТІ ПРОДУКЦІЇ З ВИКОРИСТАННЯМ НЕЧІТКИХ МНОЖИН

Н.А. Зубрецька, С.С. Федін

У статті проведено порівняльний аналіз достовірності методів прийняття рішень на основі узагальненої оцінки якості виробів з використанням запропонованого критерію міри відмінності нечітких множин та середньоквадратичної нев'язки нечітких функцій належності.

Ключові слова: достовірність, узагальнена оцінка якості виробів, вагові коефіцієнти, нечіткі множини, нечіткі функції належності.

EVALUATION OF THE RELIABILITY OF METHODS OF DECISION-MAKING BY THE GENERALIZED INDICATOR OF PRODUCT QUALITY USING FUZZY SETS

N.A. Zubretskya, S.S. Fedin

The article provides a comparative analysis of the reliability of methods of decision making based on generalized assessment of the quality of products using the proposed criterion measures the differences of fuzzy sets and fuzzy mean square residual membership functions.

Keywords: reliability, generalized evaluation of the quality of products, weights, fuzzy sets, fuzzy membership function.