

УДК 681.321

М.С. Деренько<sup>1</sup>, В.А. Краснобаєв<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Виробниче об'єднання ім. Т.Г. Шевченка, Харків

<sup>2</sup> Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба

## **ПОСТАНОВКА ТА РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО РЕЗЕРВУВАННЯ В КЛАСІ ЛИШКІВ**

*На основі результатів розв'язання задачі оптимального резервування в МА може бути одержано математичні співвідношення для визначення надійності СОІ, що у свою чергу дозволить синтезувати оптимальні відмовостійкі структури систем обробки інформації АСК реального часу*

*задача оптимального резервування, модулярна арифметика, системи обробки інформації*

### **Вягуп**

У наш час ведуться дослідження, що стосуються розв'язання задачі підвищення ефективності функціонування спеціалізованих автоматизованих

систем керування технологічними процесами (АСК ТП), які функціонують у реальному часі. Особливо це стосується АСК ТП великих енергоблоків теплових та атомних електростанцій, агрегатів виробництва аміаку та ін.

Центральним елементом сучасних АСК ТП є система обробки інформації (СОІ), що виконує функції обробки та подання у реальному часі інформації людині-оператору. Таким чином, загальна ефективність функціонування АСК ТП реального часу в значній мірі залежить від швидкодії та надійності роботи СОІ, що входить у контур керування АСК ТП.

**Актуальність теми та аналіз літератури.** Виходячи з вищезазначеного очевидно, які є актуальні дослідження, що присвячені пошуку шляхів підвищення продуктивності (швидкодії) обробки інформації та надійності функціонування СОІ АСК ТП.

Аналіз сучасних та перспективних методів підвищення надійності СОІ АСК ТП без зниження продуктивності обробки інформації, який був проведений у [1 – 3], показав, що для позиційних двійкових систем числення (у яких працюють СОІ сучасних АСК ТП) це зробити кардинальним чином неможливо. Одночасно з цим у [4, 5] показано, що застосування непозиційних кодових структур МА в класі лишків (КЛ) дозволяє суттєво підвищити продуктивність обробки інформації та надійність функціонування СОІ реального часу. Це в першу чергу обумовлено впливом основних властивостей КЛ на вихідну (нерезервовану) структуру СОІ реального часу. Дана обставина і зумовлює мету статті.

**Мета статті** – визначення кількісних оцінок надійності СОІ АСК ТП (за імовірністю безвідмовної роботи) шляхом розв'язання методом найскорішого покоординатного спуску задачі оптимального резервування у КЛ.

### ОЯовна чаятина

Для досягнення мети у статті необхідно одночасно відповісти на два запитання: яким чином забезпечити необхідний рівень надійності (безвідмовності)  $H_{\text{КЛ}}(t)$  СОІ при мінімальних затратах (пряма задача оптимального резервування); як забезпечити максимальне значення  $H_{\text{КЛ}}(t)$  СОІ при заданих витратах (зворотна задача оптимального резервування).

У [6], у загальному випадку, сформульована зворотна задача оптимального резервування у КЛ у вигляді

$$\begin{cases} H_{\text{КЛ}}^{(l)}(t)[t = \text{const}] \rightarrow \max; \\ V_{\text{КЛ}}^{(l)} \leq V_{\text{зад}}^{(l)}, \end{cases} \quad (1)$$

де  $H_{\text{КЛ}}^{(l)}(t)$  – надійність  $l$ -байтової СОІ в КЛ;  $V_{\text{КЛ}}^{(l)}$  – кількість обладнання (витрати) СОІ в КЛ;  $V_{\text{зад}}^{(l)}$  – максимально можлива кількість обладнання, допустимого при створенні СОІ.

Відомо, що для СОІ реального часу, особливо важливо безвідмовність її функціонування. В цьому разі кількісну оцінку надійності СОІ будемо про-

водити за показником – імовірність безвідмовної роботи  $P(t)$ . Крім цього, як значення  $V_{\text{зад}}^{(l)}$  будемо брати відносну кількість обладнання позиційної двійкової трійованої мажоритарної структури  $l$ -байтової СОІ, що приведено до одиниці разрядної мережі, тобто  $V_{\text{зад}}^{(l)} = 3 \cdot 8 \cdot l = 24 \cdot l$  (умовних одиниць). Об'єм

$$V_{\text{КЛ}}^{(l)} = \sum_{i=1}^n x_i \cdot \alpha_i \quad (\alpha_i = [\log_2(m_i - 1)] + 1)$$

обладнання резервованої СОІ в КЛ – це відносна кількість обладнання резервованої СОІ в КЛ, де  $x_i$  – число однакових трактів обробки інформації (ТОІ) в каналі обробки інформації (КОІ) за модулем (основною)  $m_i$  КЛ.

З урахуванням вищезазначеного пряма та зворотна задачі оптимального резервування в КЛ математично визначаються відповідно виразами (2) та (3):

$$\begin{cases} V_{\text{КЛ}}^{(l)} \rightarrow \min; \\ P_{\text{КЛ}}^{(l)}(t) \geq P_{\text{зад}}(t)[t = \text{const}]; \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} P_{\text{КЛ}}^{(l)}(t)[t = \text{const}] \rightarrow \max; \\ V_{\text{КЛ}}^{(l)} \leq 24l. \end{cases} \quad (3)$$

У результаті розв'язання задачі оптимального резервування в КЛ повинно бути одержано чисельне значення сукупності  $x_i$  координат вектора  $X_{\text{КЛ}}^{(l)} = \{x_1 \| x_2 \| \dots \| x_i \| \dots \| x_n\}$  стану резервованої СОІ в КЛ, де  $x_i$  – загальна кількість ТОІ <sub>$i$</sub>  в КОІ <sub>$m_i$</sub>  за модулем  $m_i$  КЛ;  $\square$  – операція конкатенації (склеювання);  $n$  – кількість основ МА.

Розглянемо приклад розв'язання задачі оптимального резервування при  $l = 1$ . У цьому випадку сукупність основ КЛ визначиться таким чином  $m_1 = 3, m_2 = 4, m_3 = 5$  та  $m_4 = 7$  (відповідно:  $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$  та  $\alpha_3 = \alpha_4 = 3$ );  $V_{\text{зад}}^{(l)} = 24$ ;  $P_{\text{зад}}(t_{\text{зад}} = 1 \text{ год}) = 0,9999$  ([6]). Імовірність безвідмовної роботи одного ТОІ <sub>$m_i$</sub>  КОІ <sub>$i$</sub>  СОІ за час, що дорівнює  $t_{\text{зад}} = 1$  година, є функція  $P_i(t) = e^{-\lambda_i t} = e^{-\alpha_i \lambda_3 t}$ , де  $\lambda_3$  – інтенсивність відмов обладнання СОІ, що відноситься до одиниці разрядної мережі. При розв'язанні задачі оптимального резервування використовується метод покоординатного найскорішого спуску.

Процес оптимального резервування представляється у вигляді ітераційного процесу. У цьому випадку спочатку заповнюється вихідна таблиця, де  $P_i^{(K)}(t) = 1 - [1 - P_i^{(0)}(t)]^{K+1}$ , а  $P_i^{(0)}(t)$  – імовірність безвідмовної роботи КОІ <sub>$m_i$</sub>  за модулем  $m_i$  КЛ, що складається з одного ТОІ <sub>$i$</sub> ;  $P_i^{(K)}(t)$  – імовірність

безвідмовної роботи  $KOI_{m_i}$  при застосуванні  $K$ -кратного резервування  $TOI_i$ , а  $P_{\Sigma}^{(K)}(t) = \prod_{i=1}^n P_i^{(K)}(t)$  – імовірність безвідмовної роботи  $COI$  в  $KJ$  при  $K$ -кратному резервуванні в кожному з  $n$   $KOI_{m_i}$ ,  $K = \overline{0,4}$ . В цьому разі:

$$P_1^{(0)}(t) = e^{-\lambda_1 t} = e^{-\alpha_1 \lambda_3 t} = e^{-2 \cdot \lambda_3 t},$$

$$P_2^{(0)}(t) = e^{-\lambda_2 t} = e^{-\alpha_2 \lambda_3 t} = e^{-2 \cdot \lambda_3 t},$$

$$P_3^{(0)}(t) = e^{-\lambda_3 t} = e^{-\alpha_3 \lambda_3 t} = e^{-3 \cdot \lambda_3 t},$$

$$P_4^{(0)}(t) = e^{-\lambda_4 t} = e^{-\alpha_4 \lambda_3 t} = e^{-3 \cdot \lambda_3 t},$$

$$a \quad P_{\Sigma}^{(0)}(t) = \prod_{i=1}^4 P_i^{(0)}(t) = P_1^{(0)}(t) \cdot P_2^{(0)}(t) \times \\ \times P_3^{(0)}(t) \cdot P_4^{(0)}(t) = e^{-2 \cdot \lambda_3 t} \cdot e^{-2 \cdot \lambda_3 t} \times \\ \times e^{-3 \cdot \lambda_3 t} \cdot e^{-3 \cdot \lambda_3 t} = e^{-10 \cdot \lambda_3 t}.$$

Результати розрахунків імовірності безвідмовної роботи для значення  $l=1$ ,  $\lambda_3 = 10^{-4}$  [1/год] і  $t_{зад} = 1$  [год] представлені в табл. 1.

На основі одержаних значень проведемо розрахунок сукупності значень  $Z_i^{(j)} = \frac{P_i^{(j)}(t) - P_i^{(j-1)}(t)}{\alpha_i \cdot P_i^{(j-1)}(t)}$ , для  $i = \overline{1, n}$  та  $j = \overline{1, k}$ . У нашому випадку (при  $l=1$ ) маємо:  $i = \overline{1, 4}$ ;  $j = \overline{1, 4}$ ;  $\alpha_1 = \alpha_2 = 2$  та  $\alpha_3 = \alpha_4 = 3$ . Результати розрахунків для  $l=1$  дано в табл. 2.

Визначимо спочатку значення

$$P_{COI}(t) = \left( P_i^{(2)}(t) / P_i^{(1)}(t) \right) \cdot P_{COI}^{(1)}(t),$$

а потім - значення «вартості»  $V_{COI}^{(2)}$ .

Одержані значення ймовірності безвідмовної роботи заносяться в табл. 3.

Далі процес розрахунків продовжується з використанням співвідношення

$$P_{COI}^{(M)}(t) = \frac{P_i^{(M)}(t)}{P_i^{(M-1)}(t)} \cdot P_{COI}^{(M-1)}(t). \quad (4)$$

Процес розрахунків закінчується на кроці

$M = \sum_{i=1}^n m_i$  або якщо для прямої задачі оптимального резервування виконується така умова

$$P_{COI}^{(M-1)}(t) < P_{треб}(t) < P_{COI}^{(M)}(t),$$

або коли для зворотної задачі оптимального резервування вірно

$$V_{COI}^{(M)} \leq V_{зад}^{(l)} < V_{COI}^{(M+1)}.$$

Аналіз табл. 3 показує, що даний метод оптимізації гарантує забезпечення мінімальної «вартості» (мінімальну кількість обладнання, тобто  $V_{COI}^{(l)} = \min$ )  $COI$  при розв'язанні прямої задачі оптимального резервування в  $KJ$  та максимально можливе значення імовірності безвідмовної роботи  $P_{COI}^{(l)}(t)$  при розв'язанні зворотної задачі оптимального резервування в  $KJ$ .

Таблиця 1

Розрахункові значення ймовірності безвідмовної роботи для  $l=1$

Кратність	Ступінь	$P_i^{(K)}(t)$				$P_{\Sigma}^{(K)}(t)$
		$m_1 = 3$	$m_2 = 4$	$m_3 = 5$	$m_4 = 7$	
0	1	0,999800019998667	0,999800019998667	0,999700044995500	0,999700044995500	0,999000499833375
1	2	0,999999960007999	0,999999960007999	0,999999910026995	0,999999910026995	0,999999740070013
2	3	0,999999999992002	0,999999999992002	0,999999999973012	0,999999999973012	0,999999999930029
3	4	0,999999999999998	0,999999999999998	0,999999999999992	0,999999999999992	0,999999999999981
4	5	1,000000000000000	1,000000000000000	1,000000000000000	1,000000000000000	1,000000000000000
5	6	1,000000000000000	1,000000000000000	1,000000000000000	1,000000000000000	1,000000000000000

Таблиця 2

Розрахункові дані значень  $Z_i^{(j)}$  для  $l=1$

Кратність $K$ резервування	Основи $KJ$ для $l=1$			
	$m_1 = 3$	$m_2 = 4$	$m_3 = 5$	$m_4 = 7$
0	-	-	-	-
1	0,0000999900006666   1	0,0000999900006666   1	0,0000999850014999   2	0,0000999850014999   2
2	0,0000000199920025   4	0,0000000199920025   4	0,0000000299820083   3	0,0000000299820083   3
3	0,0000000000039980   6	0,0000000000039980   6	0,0000000000089933   5	0,0000000000089933   5
4	0,0000000000000008   8	0,0000000000000008   8	0,0000000000000027   7	0,0000000000000027   7
5	0,0000000000000000   9	0,0000000000000000   9	0,0000000000000000   9	0,0000000000000000   9

Таблиця розв'язання задачі оптимального резервування в КЛ

Кратність резерв. К	$P_i^{(K)}(t)$				$P_{\Sigma}^{(K)}(t)$	$V_{КЛ}^{(l)}$
	$m_1$	$m_2$	$m_3$	$m_4$		
0	0,999800019998667	0,999800019998667	0,999700044995500	0,999700044995500	0,999000499833375	10
1	0,999999960007999    1	0,999800019998667	0,999700044995500	0,999700044995500	0,999200279954664	12
2	0,999999960007999	0,999999960007999    2	0,999700044995500	0,999700044995500	0,999400100027981	14
3	0,999999960007999	0,999999960007999	0,999999910026995    3	0,999700044995500	0,999699875089482	17
4	0,999999960007999	0,999999960007999	0,999999910026995	0,999999910026995    4	0,999999740070013	20
5	0,999999960007999	0,999999960007999	0,99999999973012    5	0,999999910026995	0,999999830016014	23
6	0,999999960007999	0,999999960007999	0,99999999973012	0,99999999973012    6	0,999999919962024	26

На основі результатів розв'язання задачі оптимального резервування в КЛ знаходимо вектор

$$X_{КЛ}^{(l)} = \{x_1 \| x_2 \| \dots \| x_i \| \dots \| x_n\} \quad (5)$$

стану СОІ в КЛ. У цьому випадку КОІ за модулем  $m_i$  містить  $x_i$  ТОІ (один основний і  $x_i - 1$  резервні). Відносна кількість обладнання СОІ в КЛ дорівнює  $V_{КЛ}^{(l)} = \sum_{i=1}^n x_i \cdot \alpha_i$ .

Виходячи зі структури вектора X стану, одержимо математичну модель надійності СОІ в КЛ для заданого значення  $t_{зад}$ .

Так, для вектора (5) стану в загальному випадку математична модель надійності СОІ в КЛ буде мати такий вигляд:

$$P_{СОК}^{(l)}(t) = \left\{ 1 - \left[ 1 - P_1^{(0)}(t) \right]^{x_1+1} \right\} \times \left\{ 1 - \left[ 1 - P_2^{(0)}(t) \right]^{x_2+1} \right\} \times \dots \times \left\{ 1 - \left[ 1 - P_n^{(0)}(t) \right]^{x_n+1} \right\}. \quad (6)$$

На основі одержаних розв'язань (5) будуються оптимальні структури (для  $n = 4$  ( $l = 1$ ) це табл. 4).

Таблиця 4

Структури СОІ в КЛ для  $l = 1$

Кратність резервування	Номер структури	Вид структури				$V_{СОК}^{(l)}$
		$m_1 = 3$	$m_2 = 4$	$m_3 = 5$	$m_4 = 7$	
0	1					10
1	2					12
2	3					14
3	4					17
4	5					20
5	6					23

Наприклад, якщо необхідно забезпечити безвідмовність СОІ в КЛ з рівнем  $P_{зад}(t) = 0,9999$  та з мінімальною кількістю обладнання  $V_{СОІ}$  (пряма задача оптимального резервування) для  $l = 1$ , тоді рf табл. 3 (рядок – кратність резервування для  $K = 4$ ) визначаємо, що для заданого рівня  $P_{зад}(t) = 0,9999$  безвідмовності маємо

$$P_{\Sigma}^{(K)}(t) = 0,99999997 > P_{зад}(t) = 0,9999.$$

Даний рівень безвідмовності забезпечено при  $V_{СОК}^{(l)} = 20$ .

Одночасно з цим максимальне значення імовірності безвідмовної роботи  $P_{\Sigma}^{(K)}(t)$  СОІ в КЛ для максимально заданої кількості обладнання  $V_{зад}^{(l)} = 24$  (зворотна задача оптимального резервування) дорівнює значенню  $P_{\Sigma}^{(K)}(t) = 0,99999999997$

(табл. 3,  $K = 5$ ). При цьому дана величина безвідмовності забезпечується значенням  $V_{КЛ}^{(l)} = 23$ .

У табл. 5 та 6 представлені відповідно результати розв'язання задачі знаходження компонент оптимальних векторів  $X_{КЛ}^{(l)}$  стану та сукупність оптимальних модулів КЛ, що використовувались при рішенні оптимізаційної задачі.

Таблиця 5

Результати розв'язання задачі оптимального резервування

$l$	$X_{КЛ}^{(l)}$
1	2,2,3,2
2	2,2,2,3,3,3
3	3,2,3,3,3,3,3
4	2,2,2,2,3,2,3,3,3,3
8	2,2,2,2,2,2,3,3,3,3,2,3,3,3,3,3

Таблиця 6

Сукупність оптимальних основ КЛ

$l$	$a_i$	Основи КЛ															
		$m_1$	$m_2$	$m_3$	$m_4$	$m_5$	$m_6$	$m_7$	$m_8$	$m_9$	$m_{10}$	$m_{11}$	$m_{12}$	$m_{13}$	$m_{14}$	$m_{15}$	$m_{16}$
1		3	4	5	7	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
		2	2	3	3	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
2		2	5	7	9	11	13	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
		1	3	3	4	4	4	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
3		3	4	5	11	13	17	19	–	–	–	–	–	–	–	–	–
		2	2	3	4	4	5	5	–	–	–	–	–	–	–	–	–
4		2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	–	–	–	–	–	–
		1	2	3	3	4	4	5	5	5	5	–	–	–	–	–	–
8		2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43	47	53
		1	2	3	3	4	4	5	5	5	5	5	6	6	6	6	6

З даних табл. 5 можна одержати відповідну сукупність математичних моделей надійності СОІ в КЛ, де

$$P_i^{(0)}(t) = e^{-\lambda_i t} = e^{-a_i \cdot \lambda_3 \cdot t} = e^{-[\log_2(m_i - 1) + 1] \cdot \lambda_3 \cdot t}$$

імовірність безвідмовної роботи одного тракту обробки інформації  $i$ -го каналу (за модулем  $m_i$ ) СОІ.

### Вияновки

У статті сформульована та розв'язана задача оптимального резервування в КЛ. На прикладі розв'язання задачі оптимального резервування для  $l = 1$  та  $t_{зад} = 1$  год показано високу ефективність застосування непозиційної системи числення у класі лишків для підвищення надійності СОІ АСК ТП реального часу.

### Список літератури

1. Акушский И.Я., Юдицкий Д.И. Машинная арифметика в остаточных классах. – М.: Сов. радио, 1968. – 440 с.
2. Основи надійності цифрових систем / В.С. Харченко, В.А. Краснобаев та інші. – Х.: НАУ «ХАІ», 2004. – 542 с.

3. Илюшко В.М., Мохаммед Д. Мохаммед, Краснобаев В.А. Исследование влияния свойств модулярной арифметики на структуру и принципы функционирования СОИ РВ // Радиоэлектронні і комп'ютерні системи. – 2005. – № 2 (10). – С. 132-139.

4. Жихарев В.Я., Юнес Эль Хандасси, Краснобаев В.А. Пути повышения производительности и отказоустойчивости ЭВМ // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: НАКУ «ХАИ». – 2003. – Вып. 19. – С. 269-282.

5. Жихарев В.Я., Юнес Эль Хандасси, Краснобаев В.А. Методы и алгоритмы реализации арифметических операций в классе вычетов // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: НАКУ «ХАИ». – 2003. – Вып. 20. – С. 84-101.

6. Илюшко В.М., Мохаммед Джасим Мохаммед, Краснобаев В.А., Гора Н.Н. Решение прямой и обратной задач оптимального резервирования в модулярной арифметике // Радиоэлектронні і комп'ютерні системи. – 2006. – № 1 (13). – С. 61-74.

Надійшла до редколегії 27.07.2006

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Ю.В. Стасев, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.