

УДК 621.396

І.В. Барішев, О.А. Коршець, О.В. Висоцький

Харківський університет Повітряних Сил ім. Івана Кожедуба, Харків

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КОНТУРУ СТАБІЛІЗАЦІЇ ЛІТАКА ЗА КУТОМ ВІДХИЛЕННЯ В БАГАТОКОНТУРНІЙ СИСТЕМІ САМОНАВЕДЕННЯ ВИНИЩУВАЧІВ

У статті розроблена математична модель контуру стабілізації винищувача за курсом у просторі станів для системи самонаведення винищувачів. Проаналізовано адекватність розробленого алгоритму самонаведення шляхом моделювання на ЕОМ процесу управління боковим рухом винищувача.

*математична модель, контур стабілізації, винищувач, система самонаведення*

### Вступ

#### Постановка проблеми і аналіз літератури.

Математична модель будь-якої системи відображає в тій або іншій мірі властивості реальної системи, у тому числі обмеження, що існують у реальних умовах [1, 2]. Вона являє собою формалізований опис системи у вигляді математичних співвідношень. Дослідження математичної моделі системи управління винищувачами дозволить синтезувати оптимальні за обраним критерієм алгоритми управління об'єктом, а також визначити обмеження, які накладаються на систему при роботі в реальних умовах (тут слід враховувати особливості об'єкта управління). При розробці математичної моделі звертаються до фізичних законів і закономірностей, що визначають реальний процес при заданих умовах. Ці закони найчастіше виражаються диференціальними, різнице-вими й алгебраїчними рівняннями [3, 4], які шляхом введення і виключення змінних приводяться до опису станів системи у просторі [3 – 5].

Для синтезу перспективної багатоконтурної та багатопозиційної системи самонаведення групи винищувачів у зону застосування зброї з високими показниками точності й економічності необхідно розробити математичну модель контуру стабілізації винищувача (як об'єкта управління) по курсу [6 – 8]. Розрізняють три контури стабілізації від обертань літаків навколо центра мас у горизонтальній площині, а саме: контури стабілізації по куту відхилення (рискання), по куту танкажа та крену. Зупинимось детально на розгляді дії контуру стабілізації по куту відхилення. При польоті винищувачів по програмних траєкторіях за умови, коли швидко змінюється напрямок руху та швидкість літака, виникають зростаючі обертальні рухи винищувача навколо вертикальної осі (швидкісна система координат). Тому виникає необхідність розробки стабілізуючої ланки по куту відхилення при управлінні боковим рухом винищувача.

**Метою статті** є розробка математичної моделі контуру стабілізації винищувача по курсу для його

подальшого використання при побудові перспективної системи самонаведення винищувачів у зону застосування зброї.

### Основний матеріал

Система управління винищувачем є замкненою системою автоматичного регулювання. Для аналізу системи управління зручно виділити два контури управління: зовнішній контур автоматичного регулювання на основі виміру параметрів місця розташування об'єкта і внутрішній контур автоматичного регулювання на основі гіроскопічних датчиків (рис. 1).

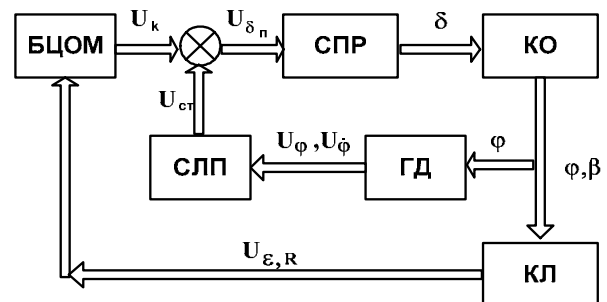


Рис. 1. Замкнений контур системи автоматичного управління

На рис. 1 позначені: БЦОМ – бортова ЦОМ; СПР – ланка “силовий привід - руль”; КО – корпус об'єкта; ГД – гіроскопічний датчик; СЛП – стабілізуюча ланка, підсилювач; КЛ – кінематична ланка.

Кінематична ланка визначає місце розташування об'єкта, що управляється, і програмних крапок його руху. Поточні похили дальності й азимут винищувача разом з параметрами місця розташування програмних крапок передаються на БЦОМ.

Зупинимось детально на внутрішньому контурі автоматичного регулювання. Для стабільного бокового руху винищувача по курсу наведемо дискретну математичну модель автопілота по куту рискання.

БЦОМ винищувача виробляє управляючий вплив  $U_k$ , що передається на органи управління об'єкта (у даному випадку – рулі напрямку).

Щоб ліквідувати ризикання об'єкта за курсом, використовують гіроскопічну стабілізацію – автомат стабілізації. Стабілізуючий сигнал  $U_{ст}$  перед подачею на силовий привід і руль алгебраїчно складається з командним сигналом системи управління  $U_k$ . Під впливом сумарного керуючого сигналу силовий привід повертає рулі напрямку винищувача на кут  $\delta$ , внаслідок чого корпус об'єкта (КО) повертається на кут  $\varphi$ , при цьому з'являється деякий кут ковзання  $\beta$ .

Для подальшого аналізу системи управління потрібно одержати математичну модель контуру стабілізації по куту ризикання у просторі станів спочатку у безперервному часі, а потім у дискретному. Задачею даної моделі є зведення кута ризикання до нуля.

Запишемо рівняння моментів винищувача навколо вертикальної осі:

$$I\ddot{\Psi}_p = -M_c + M_p + \omega_b(t), \quad (1)$$

де  $I$  – момент інерції;

$M_c = k_c \dot{\Psi}_p$  – момент опору повітря;

$k_c$  – коефіцієнт, що характеризує аеродинамічні властивості винищувача;

$M_p = k_p \delta_p$  – момент рулів;

$k_p$  – коефіцієнт, що характеризує властивості рулів;

$\delta_p$  – відхилення рулів;

$\omega_b(t)$  – момент збурювань внаслідок випадкових впливів на винищувач.

Тоді рівняння (1) набере вигляду:

$$\ddot{\Psi}_p = -\frac{k_c \dot{\Psi}_p}{I} + \frac{k_p}{I} U(t) + \frac{\omega_b(t)}{I}. \quad (2)$$

Уведемо такі позначення:

$a = -\frac{k_c}{I}$ ;  $b = \frac{k_p}{I}$ ;  $\omega(t) = \frac{\omega_b(t)}{I}$ , тоді (2) можна переписати:

$$\ddot{\Psi}_p = -a\dot{\Psi}_p + \omega(t) + bU(t)$$

Для розв'язання поставленої задачі будемо вважати, що  $t_0, \Psi(t_0), \dot{\Psi}(t_0)$  відомі.

Зважаючи на те, що отримане рівняння другого порядку, необхідно розглянути два стани системи:

$$x_1 = \Psi_p(t);$$

$$x_2 = \dot{x}_1 = \dot{\Psi}_p(t).$$

Приведемо отримане рівняння (2) до рівняння в просторі станів:

$$\dot{x}_1 = x_2; \quad \dot{x}_2 = ax_2 + \omega(t) + bU(t).$$

$$X = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}; \quad \dot{X} = \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix}.$$

Для моделі автопілота [6 – 8] одержимо рівнян-

ня в просторі станів у векторно-матричній формі:

$$\dot{X} = \begin{Bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & a \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \omega(t) + \begin{Bmatrix} 0 \\ b \end{Bmatrix} U(t),$$

$$\text{де } F(t) = \begin{Bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & a \end{Bmatrix}; \quad G(t) = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix}; \quad C(t) = \begin{Bmatrix} 0 \\ b \end{Bmatrix}.$$

Для моделі в дискретному часі отримаємо перехідну матрицю станів системи [5], за допомогою рівняння, яке описує зв'язок між станом системи і переходом її в інший стан:

$$\begin{Bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & a \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{Bmatrix}. \quad (3)$$

Із урахуванням (3), отримаємо елементи перехідної матриці станів системи управління:

$$\phi_{11}(t_0, t_0) = \phi_{22}(t_0, t_0) = 1;$$

$$\phi_{21}(t_0, t_0) = \phi_{12}(t_0, t_0) = 0;$$

$$\phi_{21}(t, t_0) = 0;$$

$$\phi_{22}(t, t_0) = 1 + a(t - t_0);$$

$$\phi_{11}(t, t_0) = 1;$$

$$\phi_{12}(t, t_0) = (t - t_0) = T.$$

Тоді перехідна матриця станів відповідає виразу:

$$\Phi(t, \tau) = \begin{Bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 + aT \end{Bmatrix}. \quad (4)$$

Тоді [6] отримаємо перехідні матриці управління та збурювань для дискретної системи автопілота по куту ризикання:

$$Y(i+1, i) = \begin{Bmatrix} b \cdot \frac{T^2}{2} \\ b \cdot [T + \frac{aT^2}{2}] \end{Bmatrix}; \quad \Gamma(i+1, i) = \begin{Bmatrix} \frac{T^2}{2} \\ T + \frac{aT^2}{2} \end{Bmatrix}. \quad (5)$$

Використовуючи (4), (5) та [6], запишемо рівняння у просторі станів для дискретної системи автопілота по куту ризикання:

$$X(i+1) = \begin{Bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 + aT \end{Bmatrix} X(i) + \begin{Bmatrix} b \cdot \frac{T^2}{2} \\ b \cdot [T + \frac{aT^2}{2}] \end{Bmatrix} u(i) + \begin{Bmatrix} \frac{T^2}{2} \\ T + \frac{aT^2}{2} \end{Bmatrix} \omega(i). \quad (6)$$

Для аналізу адекватності отриманої дискретної моделі управління боковим рухом винищувача (6) із застосуванням контуру стабілізації по куту ризикання у просторі станів було проведено моделювання польоту винищувача по визначеній програмній тра-

екторії (із визначенням функції управління) на ЕОМ у середовищі Matlab [7]. У результаті моделювання було отримано залежності кутів відхилення і ковзання від управляючого впливу, який діяв на винищувач. Так, при обранні будь-якої управляючої функції траєкторія руху винищувача повторювала заданий закон управління (рис. 2).

Кут відхилення при цьому майже наближається до управляючої функції, а кут ковзання є незначним, що підтверджує адекватність даної моделі результатам, які очікувались.

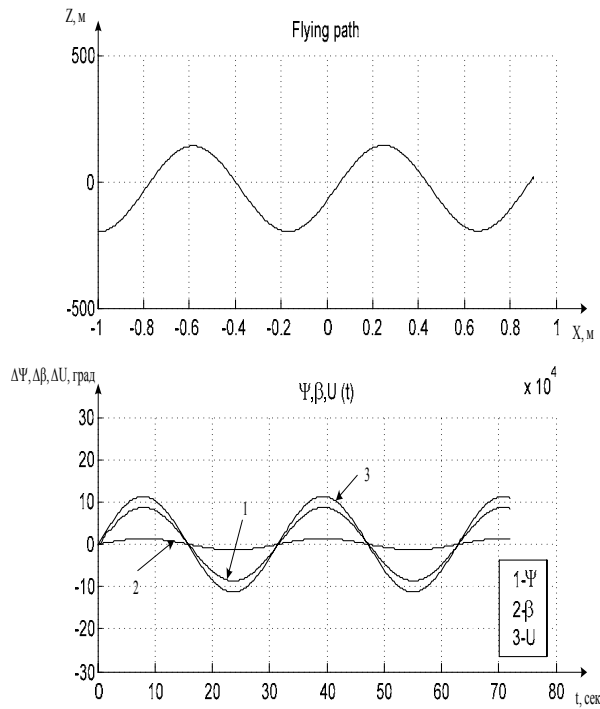


Рис. 2. Залежність кута відхилення та кута ковзання від управляючого впливу на винищувач

Відомо, що маневреність винищувача визначає мінімальний радіус його розвороту. Сучасні винищувачі, які летять вище 11000 м, не можуть забезпечити радіус розвороту менше за 2 км за будь-яких маневрів.

Такі радіуси обмежують можливу область висот та швидкостей винищувача. Так, щоб отримати  $r_{\min} = 2$  км, максимальна швидкість повинна дорівнювати 1200 км/год (на цій швидкості потрібне перевантаження  $n_y = 6$ ).

Для перевірки радіуса розвороту винищувача отриманої детермінованої дискретної моделі управління боковим рухом введемо в систему управління вищезазначені умови (швидкість винищувача) та задамо управляючий вплив  $30^\circ$  (максимально можливе відхилення руля напрямку).

У результаті моделювання процесів управління винищувачем на ЕОМ із зазначеними умовами було отримано радіус розвороту винищувача, близький

до 2 км (рис. 3).

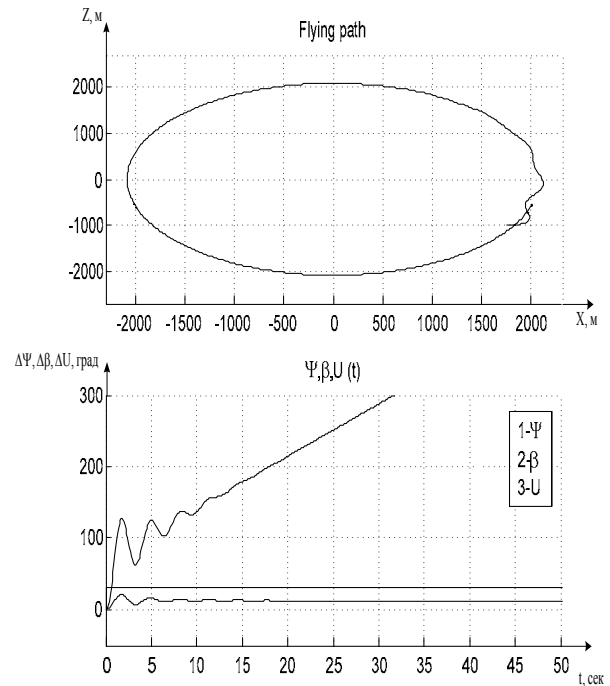


Рис. 3. Траєкторія польоту винищувача при розвороті

Рис. 3 ілюструє траєкторію польоту винищувача і залежність кутів ковзання та відхилення по відношенню до управляючого впливу при розвороті. Мінімальний радіус розвороту винищувача при постійному законі управління (максимальному відхиленні рулів напрямку) відповідає характеристикам розвороту сучасних винищувачів.

## ВИСНОВКИ

Аналіз результатів моделювання замкнутого контуру управління винищувачем у просторі станів доводить адекватність розробленої математичної моделі без урахування зовнішніх збурювань.

Отримані в роботі результати можуть використовуватись в автоматизованих системах управління посадкою літаків при управлінні боковим рухом будь-яких повітряних об'єктів для стабілізації польоту по курсу.

Питання дослідження контуру стабілізації системи самонаведення винищувачів у зону застосування зброї з урахуванням зовнішніх збурювань та оптимізації отриманої системи будуть розглянуті в подальших роботах авторів.

## Список літератури

1. Математическое моделирование и методы оптимизации // Межвузовский сборник научных трудов. – Горький: Изд-во ГГУ, 1989. – 159 с.
2. Барышев И.В., Длужневский А.В. Формирование и использование поверхностей положения с вертикальной образующей // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. – 1999. – № 11. – С. 55-59.

3. Висоцький О.В. Керування рухом об'єктів по програмних траєкторіях за даними азимутальних вимірів // Зб. наук. пр. – Х.: ХІ ВПС, 2001. – Вип. 1 (7). – С. 86-92.

4. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А.А. Красовского – М.: Наука, 1987. – 712 с.

5. Медич Дж. Статистические оптимальные линейные оценки и управление. – М.: Энергия, 1973. – 440 с.

6. Торопчин А.Я., Коршець О.А., Поляков В.В. Сучасний стан та перспективи розвитку систем наведення у повітряних силах. Аналіз дискретних систем самонаведення винищувачів на надманеврені цілі у просторі станів // Зб. наук. пр. ХУПС. – Х.: ХУПС, 2005. – Вип. 1 (1). – С. 23-26.

7. Коршець О.А., Коваленко Р.В., Волобуєв А.П.

Математична модель управління боковим рухом літака при груповому наведенні // Радиотехника: Всеукр. міжвед. науч.-техн. сб. – Х.: ХНУРЕ, 2006. – Вип. 147. – С. 37-42.

8. Коршець О.А. Автоматизоване управління літаками в групі у просторі станів різницевих параметрів // Сб. научн. труд. НАКУ ім. Н.Е. Жуковського „ХАИ”. – Х.: НАКУ ХАИ, 2006. – Вип. 32. – С. 38-46.

Надійшла до редколегії 12.02.2007

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. П.Ю. Костенко, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.