УДК 621.391

А.Н. Барсуков, И.В. Казьмиров, П.В. Зеленый, А.П. Емельянов

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ХАОТИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ИСКАЖЕННОГО ШУМОМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ Dt-СТАТИСТИК

В статье предложен новый подход к оценке параметров хаотических процессов, сформированных логистическим отображением и динамической системой Маккея-Гласса, искаженных измерительным шумом без априорного знания его вероятностного распределения. Метод основан на применении Dt-статистики, опирающийся на «корреляционный интеграл» с двойным интервалом «покрытия».

Ключевые слова: *хаотический процесс, фазовое пространство, Dt-статистика, корреляционный интеграл.*

Введение

За последнее десятилетие, в связи с бурным развитием радиотехнических систем передачи информации (РТС ПИ) с использованием хаотического процесса в качестве несущей для повышения помехозащищенности, актуальными остаются решения задач связанных с обработкой сложных сигналов на фоне шума. Полагается, что хаотический сигнал уже обнаружен. Соответственно решение задачи сводится к оценке параметра хаотического сигнала с необходимой точностью. Существуют два подхода к решению задачи оценивания параметра, называемые статистическим и детерминистским. В настоящее время чаще используется общая статистическая теория решений и оценивания.

В традиционном случае, когда оценивается, например, один параметр сигнала заданной формы, задача ставится следующим образом. Пусть принятая на интервале (0, N) наблюдение $\xi(t_i)$ представляет собой аддитивную смесь $\xi(t_i) = f(t_i,\lambda) + n(t_i)$, где $f(t_i,\lambda)$ – хаотический сигнал, а $n(t_i)$ – гауссов шум. Предполагается, что параметр λ является постоянным на интервале наблюдения (0, N), т.е. не изменяется во времени и известна априорная плотность вероятности этого параметра $p(\lambda)$. По принятому наблюдению $\xi(t)$ нужно решить наилучшим образом, какое именно значение имеет параметр λ из интервала возможных значений [1, 2].

Из-за наличия шума n(t) нельзя получить точное значение параметра λ, а можно лишь указать приближенную оценку. Указать оценку – это значит каждой возможной реализации на входе приемного устройства – измерителя поставить в соответствие некоторое значение $\hat{\lambda}$ из интервала возможных значений $\mathbf{\Lambda}$, т.е. сформировать некоторый функционал $\hat{\lambda}_i = f\left[\xi(t)\right]$, называемой оценкой. Отметим также, что в соответствии с установившейся терминологией одним и тем же термином "оценка" называют как процесс измерения параметра, так и полученное в процессе измерений значение параметра [1, 2].

При решении конкретных задач наибольшие трудности возникают тогда, когда имеется мало предварительных (априорных) сведений о принятом сигнале. В математической статистике известно несколько критериев, на основе которых делается оценка параметра [1]:

– оценка по минимуму среднеквадратичной погрешности;

– оценка по максимуму апостериорной вероятности;

– оценка по максимуму функции (функционала) правдоподобия.

Особое внимание уделяется оценке параметра хаотического сигнала на фоне шума без условия априорной неопределенности о распределении его значений. Кроме того, оценка параметров динамических систем искаженных шумом наблюдения, по реализациям динамических (фазовых) переменных является частью глобальной задачи реконструкции нелинейных динамических систем и, в настоящее время мало изучена. При этом требуется достаточно точная оценка управляющих параметров динамической системы.

Целью данной работы является разработка нового подхода оценки параметра хаотического сигнала по наблюдению, с применением Dechert-статистик (Dt-статистик).

Основная часть

Применения Dt-статистики [3] основано на использовании свойств фазового (псевдофазового) пространства хаотического процесса, сформированного нелинейной динамической системой. Её использование было предложено в работе [4] для решения задачи непараметрического обнаружения хаотического сигнала на фоне шума.

Dt-статистика заключается в расчете по временному ряду $\vec{\xi}=\{\xi_i\}_{i=1}^{N-m}$, погруженному в m-мерное псевдофазовое пространство, статистической величиной:

$$w^{Dt}{}_{m,N}(\varepsilon,\varepsilon1)=\sqrt{N-m}\times$$
$$\times\frac{C_{m,N-m}(\varepsilon,\varepsilon1)-C_{1,N-m}(\varepsilon)C_{1,N-m}(\varepsilon1)}{\sigma_{m,N}(\varepsilon,\ \varepsilon1)} \text{ [3],}$$

и базируется на «корреляционном интеграле» с двойным интервалом «покрытия» ε и $\varepsilon1$:

$$C_{m,N}(\varepsilon,\varepsilon1)=\frac{2}{(N-m+1)(N-m)}\times$$
$$\times\sum_{s=1}^{N-m}\sum_{t=s+1}^{N-m}I_\varepsilon(\xi_s,\xi_t)I_{\varepsilon1}(\xi_{s+m},\xi_{t+m}),$$

где $m\geq1$, $I_\varepsilon(\xi_s,\xi_t)$ и $I_{\varepsilon_1}(\xi_{s+m},\xi_{t+m})$ – функция Хэвисайда:

$$I_{\varepsilon(\varepsilon1)}(\xi_s,\xi_t)=\begin{cases}1, & \left\|\xi_s^m-\xi_t^m\right\|\leq\varepsilon(\varepsilon1)\\ 0, & \left\|\xi_s^m-\xi_t^m\right\|>\varepsilon(\varepsilon1)\end{cases} \text{ и}$$

$(0\leq s\leq N,\ 0\leq t\leq N)$, определяющих частоту попадания всех пар точек ξ_t^m и ξ_s^m, заданных своими проекциями $(\xi_s,\xi_{s+1},...,\xi_{s+m})$ и $(\xi_t,\xi_{t+1},...,\xi_{t+m})$ в m-мерном фазовое пространство.

Знаменатель в выражении для этой статистики может быть определен следующим выражением [3]:

$$\hat{\sigma}^2_{m,N}(\varepsilon,\varepsilon_1)=4\left[R_{1,N-m}(\varepsilon)-C_{1,N-m}(\varepsilon)^2\right]\times$$
$$\times\left[R_{1,N-m}(\varepsilon1)-C_{1,N-m}(\varepsilon1)^2\right],$$

где $$R_{1,N}=\frac{1}{N(N-1)(N-2)}\sum_{t=1}^{N}\left[\sum_{s=1}^{N}I_\varepsilon(\xi_t,\xi_s)\right]^2.$$

Если случайные значения $\vec{\xi}=\{\xi_i\}_{i=1}^{N}$, принадлежащие генеральной совокупности независимы и тождественно распределены (I.I.D.), то справедливо следующее свойство [3]:

$$\lim_{N\to\infty}\left[C_{m,N-m}(\varepsilon,\varepsilon1)\ -C_{1,N-m}(\varepsilon)C_{1,N-m}(\varepsilon1)\right]=0,$$

а статистика имеет стандартное нормальное распределение N(0,1).

В задачах радиотехнической разведки, сделанные предположения о распределении наблюдений, весьма реалистичны. Поэтому Dt-статистика $w^{Dt}{}_{m,N}(\varepsilon,\varepsilon1)$ может быть использована для оценки параметра хаотического сигнала разведприемником. Полагая, что задача обнаружения решена. Рассмотрим задачу оценки параметра процесса $f(t_i,\lambda)$ по наблюдению

$$\xi(t_i)=f(t_i,\lambda)+n(t_i),$$

где $f(t_i,\lambda)=f_{i+1}=\lambda\cdot f_i\cdot(1-f_i)$ ($\lambda=3{,}98$, $f_0=0{,}06$, $i=0,...,N=1000$) хаотической последовательности, сформированной логистическим отображением, на фоне $n(t_i)$ – белого гауссова шума с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией. Оценка параметра λ измеряется по невязке $r_i(\lambda)=\xi_i-f_i(\hat{\lambda}_n)$, где $f_i(\hat{\lambda}_n)$ – ожидаемый сигнал с возможными значениями параметра $\hat{\lambda}_n=3{,}969+n\cdot h$ (n=1, 2, ..., 20), в котором шаг дискретизации h=0.001. При совпадении оцениваемого параметра с истинным значением $\hat{\lambda}=\lambda$ невязка будет соответствовать шуму $r_i(\lambda)=n_i$. Тогда в результате выполнения условия $\left|w^{Dt}{}_{m,N}(\varepsilon,\varepsilon1)\right|\leq1{,}96$ можно утверждать, что с 95% вероятностью, значения наблюдения $\vec{\xi}=\{\xi_i\}_{i=1}^{N}$ независимы и тождественно распределены (I.I.D.)

На рис. 1 приведены графики $p(\hat{\lambda})$ вероятности правильной оценки параметра λ логистического отображения. Расчеты характеристик вероятности оценки $p(\hat{\lambda}_n)$ проводились при различных значениях отношениях сигнал/шум $\delta=\sigma_f/\sigma_n$, $\delta=0{,}8$; 1 и 2 (кривые 1, 2 и 3), где, σ_f и σ_n – среднеквадратичные отклонения хаотического процесса; интервалы «покрытий» принимались со значениями $\varepsilon1=2\varepsilon=0.8\sigma_\xi$ при выборке объема M=100.

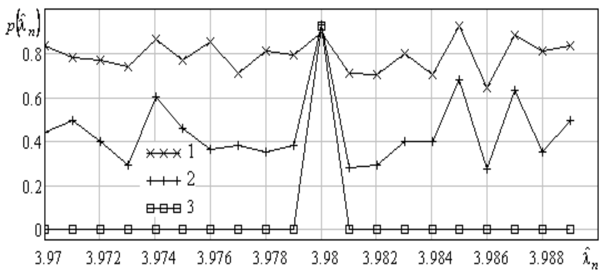

Рис. 1. График зависимости $p(\hat{\lambda}_n)$

Легко заметить, что на рис. 1 вероятность $p(\hat{\lambda}_n)$ достигает значения 0,95, что вполне достаточно для надежной оценки параметра исследуемого процесса.

Предложенный метод был применен для оценки параметра а хаотический процесса $f(t_i)$, сформированный нелинейной динамической системой Маккея-Гласса (Mackey-Glass):

$$\dot{f}(t) = -bf(t) + \frac{af(t-\tau)}{1+\left(f(t-\tau)\right)^{10}},$$

описываемой дифференциальным уравнением с запаздывающим аргументом [1].

Его решение проводилось численным методом Рунге-Кутты четвертого порядка с шагом дискретизации $h = 0{,}1$ при значениях параметров $a = 0{,}2$, $b = 0{,}1$, $\tau = 100$, которые обеспечивают хаотический режим, и задании τ/h начальных значений $\{f_i\}_{i=1}^{\tau/h}$ [1].

В целях экономии машинных ресурсов при моделировании статистических характеристик оценки параметра хаотического процесса реализация прореживалась взятием каждого ее десятого отсчета [1]. В результате полученное число элементов временного ряда составило $N = 1000$ оказалось достаточным для сохранения свойств хаотического процесса [1]. Аддитивная смесь $\xi(t_i) = f(t_i) + n(t_i)$ формировалась из M=100 реализаций шума с фиксированной дисперсией, которые добавлялись к хаотическому процессу, что позволило получить выборку из 100 значений Dt-статистик $\left(w^{Dt}\right)$.

Наблюдение

$$\xi(t_i) = f(t_i) + n(t_i)$$

задается на интервале времени $T_\xi = Nh$ со значениями в моменты $t_i = ih$ с шагом h. На рис. 2 приведены графики вероятности $p(\hat{a}_n)$ правильной оценки параметра a_n (при $\delta = 0{,}8$; 1 и 2 кривые 1, 2 и 3).

Из рис. 2 видно, что вероятность $p(\hat{a}_n)$ достигает значения 0,95, что вполне достаточно для надежной оценки параметра исследуемого процесса.

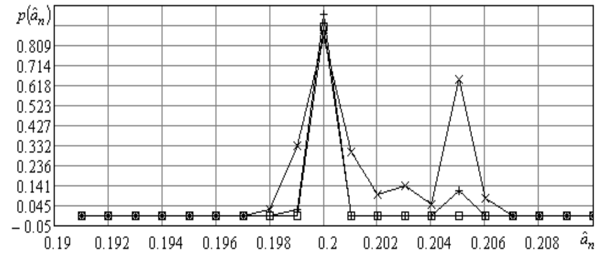

Рис. 2. График зависимости $p(\hat{a}_n)$

Выводы

Предложенный в работе непараметрический метод, основанный на использовании Dt-статистики, позволяет с вероятностью 0,95 измерить, как параметр хаотического процесса Маккея-Гласса, так и параметр хаотической последовательности, сформированной логистическим отображением, наблюдаемых на фоне белого гауссова шума при отношении сигнал/шум близких к единицы.

Список литературы

1. Фалькович С.Е. Основы статистической теории радиотехнических систем: учеб. пособ. / С.Е. Фалькович, П.Ю. Костенко. – Х.: Нац. аэрокосмический ун-т «Харьк. авиац. ин-т», 2005. – 390 с.

2. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника / В.И. Тихонов // М.: Изд. «Советское радио», 1966. – 677с.

3. Dechert W.D. An application of chaos theory to stochastic and deterministic observations // Working paper, University of Houston. – 1995. – P. 1-24.

4. Барсуков А.Н. Использование Dt-статистики в задаче обнаружения хаотического сигнала искаженного шумом / А.Н. Барсуков, В.Ж. Ященок, В.В. Парфило // Наука і техніка Повітряних Сил України. – 2012. – № 3(9) – С. 102-105.

Поступила в редколлегию 20.09.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. П.Ю. Костенко, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

ОЦІНКА ПАРАМЕТРІВ ХАОТИЧНОГО ПРОЦЕСУ СПОТВОРЕНОГО ШУМОМ З ВИКОРИСТАННЯМ Dt-СТАТИСТИК

О.М. Барсуков, І.В. Казьміров, П.В. Зелений, А.П. Ємєльянов

У статті запропонований новий підхід оцінки параметрів хаотичних процесів, сформованих логістичним відображенням і динамічною системою Маккея-Гласса, спотворених вимірювальним шумом без апріорного знання про його розподіл. Метод заснований на застосуванні Dt-статистики, що заснований на «кореляційному інтегралі» з подвійним інтервалом «покриття».

Ключові слова: *хаотичний процес, фазовий простір, Dt-статистика, кореляційний інтеграл.*

ESTIMATED PARAMETER OF THE CHAOTIC PROCESS DISTORTED BY THE WHITE NOISE USING Dt-STATISTIC

A.N. Barsukov, I.V. Kazmirov, P.V. Zeleniy, A.P. Emelyanov

The article deals with the estimated parameter of the chaotic signal generated logistic map and a dynamical system Mackey-Glass with using Dt-statistic.

Keyword: chaotic process, phase space, Dt-statistic, correlation integral.