УДК 623.55.025 DOI: 10.30748/soivt.2020.63.09

О.О. Журавльов[1], С.В. Орлов[1], С.О. Шуляков[2]

[1]*Харківський національний університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків*
[2]*Науково-дослідний центр ракетних військ і артилерії, Суми*

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТРАЄКТОРІЇ ПОЛЬОТУ СНАРЯДА ДАЛЕКОБІЙНОЇ АРТИЛЕРІЙСЬКОЇ СИСТЕМИ

В статті розглянуто математичну модель траєкторії польоту снаряда при стрільбі далекобійної артилерійської системи. Основні припущення, що застосовані в моделі: Земля - еліпсоїд, що обертається; поле тяжіння – не центральне; повітря – стаціонарне сферичне; вітер заданий швидкістю та азимутом, розподіленими за стандартними шарами висот. Основу математичної моделі просторового руху снаряда складають диференційні рівняння в формі В.С. Пугачева. В моделі враховані усі основні фактори, що впливають на політ артилерійського снаряду, що стабілізований обертом навколо повздовжньої вісі, а також тиск та температура повітря на вогневої позиції під час стрільби. Модель, що розглянута, дозволяє провести розрахунки значень основних параметрів траєкторії, координат точки падіння снаряда в стартовій, геоцентричній, геодезичній системах координат вогневої позиції та геодезичну дальність і азимут точки падіння.

Ключові слова: *математична модель польоту, снаряд, траєкторія, траєкторні параметри, координати точки падіння, система диференціальних рівнянь, система координат, перетворення координат.*

Вступ

Постановка проблеми. До балістичних алгоритмів вирішення балістичних задач, що розробляються на основі математичних моделей польоту (ММП) снаряда, висувають певні вимоги [1]: мати гарантовану точність розрахунків значень відхилення снаряду (в порівнянні з показниками кучності стрільби артилерійської системи (АС), а саме: по дальності 5…20 м, по напрямку – 5…10 м, в залежності від дальності стрільби).

Точність вирішення балістичної задачі залежить від повноти факторів, що враховуються в ММП снаряда, та точності їх моделей.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В роботах [1–4] розглянуті основні принципи та методи розробки ММП снаряда, необхідних для вирішення різних балістичних задач.

Більша кількість робіт [5–11] присвячена розробці ММП снаряда в повітрі Землі при різних умовах. Однак, ці моделі враховують обмежену кількість факторів, що впливають на точність моделювання траєкторії польоту снаряду, та можуть бути використані для розробки балістичних алгоритмів автоматизованих систем підготовки даних для АС при стрільбі тільки на невеликі дальності.

Аналіз останніх публікацій показав, що на даний час ММП снаряда для розробки балістичного алгоритму вирішення балістичних задач забезпечення стрільби далекобійних АС не наведена.

Метою статті є розгляд математичної моделі траєкторії польоту снаряда далекобійної АС.

Виклад основного матеріалу

У ММП снаряда, що розглядається, застосовані наступні основні припущення:

– Земля – двохвісний еліпсоїд Красовського, що обертається;

– поле тяжіння – не центральне;

– повітря – стаціонарне сферичне;

– вітер заданий швидкістю та азимутом, розподіленими по стандартним шарам висот згідно бюлетеня “Метеосередній”;

– снаряд – без оперення, за час польоту не змінює структуру, параметри та стабілізується обертом навколо повздовжньої вісі (кут нутації $\delta \le 10...15^\circ$).

Основу математичної моделі просторового руху снаряда складають диференційні рівняння в формі В.С. Пугачева [1]. В ММП снаряда вектор повної аеродинамічної сили, що діє на снаряд, представлений *n* складовими: тангенціальної, нормальної та силою Магнуса. Вектор повного аеродинамічного моменту, що діє на снаряд в польоті, має чотири складових: момент, що перекидає; момент, що демпфірує; момент поверхневого тертя та моменту Магнуса.

Прискорення центра мас снаряда в траєкторній системі координат (Т СК) визначається системою 3-х диференціальних рівнянь [1]:

$$\begin{aligned} &\dot{v} = -v^2\,\overline{c}_T - \dot{v}_g; \\ &\dot{\theta} = 2\,a\,\overline{c}_{Ma}\,\alpha_1 + v\,\overline{c}_N\,\alpha_2 - \dot{\theta}_g; \\ &\dot{\Psi}_H = v\,\overline{c}_N\,\alpha_1 - 2\,a\,\overline{c}_{Ma}\,\alpha_2 + \dot{\Psi}_{H\,g}, \end{aligned} \qquad (1)$$

де v – модуль вектора швидкості;

θ – кут нахилу вектора швидкості до горизонту;

Ψ_H – кут повороту вектора швидкості в нахиленій площині;

$\overline{c}_T, \overline{c}_N, \overline{c}_{Ma}$ – коефіцієнти складових повного вектору аеродинамічної сили в проекціях на вісі Т СК: тангенціальної, нормальної та сили Магнуса відповідно;

α_1, α_2 – горизонтальна та вертикальна складові просторового кута атаки α .

Відмінність рівнянь (1) від відомих та застосованих в роботах [1; 5–11] є:

– урахування впливу вітру за рахунок введення складових α_1, α_2 просторового кута атаки α замість складових δ_1, δ_2 кута нутації δ ;

– введення складових $\dot{v}_g, \dot{\theta}_g, \dot{\Psi}_{H\,g}$, які враховують не центральність гравітаційного поля Землі та її добове обертання.

Значення $\dot{v}_g, \dot{\theta}_g, \dot{\Psi}_{H\,g}$ розраховуються за формулами [1–3]:

$$\dot{v}_g = g_r \sin\theta + g_\Omega F_{u1}; \tag{2}$$

$$\dot{\theta}_g = v^{-1}\left(g_r \cos\theta + g_\Omega F_{u2}\right) - F_{u3}; \tag{3}$$

$$\dot{\Psi}_{H\,g} = v^{-1} g_\Omega \cos\phi_{ГЦ} \sin\Psi_H \cos^{-1}\theta + F_{u4}, \tag{4}$$

де $F_{u1} = \cos\phi_{ГЦ} \cos\Psi_H \cos\theta + sin\,\phi_{ГЦ}\, sin\,\theta$,

$F_{u2} = -\cos\phi_{ГЦ} \cos\Psi_H \sin\theta + sin\,\phi_{ГЦ} \cos\theta$,

$F_{u3} = v r^{-1} \cos\theta - 2\Omega \cos\phi_{ГЦ} \sin\Psi_H$,

$F_{u4} = v r^{-1}\, tg\,\phi_{ГЦ} \sin\Psi_H \cos\theta + 2\Omega F_{u5}$,

$F_{u5} = \cos\phi_{ГЦ} \cos\Psi_H\, tg\,\theta - sin\,\phi_{ГЦ}$,

де g_r, g_Ω – складові вектору $\overline{g}$ прискорення сили Земного тяжіння (проекції на напрями радіус вектору та вісь оберту Землі);

r – радіус-вектор центра мас снаряда в геоцентричної системі координат (ГЦ СК);

Ω – кутова швидкість обертання Землі.

Складові α_1, α_2 просторового кута атаки α пов'язані зі складовими δ_1, δ_2 кута нутації δ співвідношеннями [12]:

$$\alpha_1 = \delta_1 - \varepsilon_{w1}, \quad \alpha_2 = \delta_2 - \varepsilon_{w2}; \tag{5}$$

$$\alpha^2 = \alpha_1{}^2 + \alpha_2{}^2, \tag{6}$$

де $\varepsilon_{w1}, \varepsilon_{w2}$ – складові просторовий кут зносу вітром ε_w .

Просторова орієнтація повздовжньої вісі снаряда відносно Т СК визначається кутом нутації δ , або його складовими δ_1, δ_2 в горизонтальної та вертикальної площинах [1]:

$$\delta^2 = \delta_1{}^2 + \delta_2{}^2. \tag{7}$$

Кутове прискорення повздовжньої вісі снаряда при обертальному русі навколо центру мас в зв'язаної системі координат (З СК) визначає система 2-х диференціальних рівнянь [1]:

$$\begin{aligned} \ddot{\delta}_1 &= -f_1 \dot{\delta}_1 + f_2 \dot{\delta}_2 + f_3 \delta_1 - f_4 \delta_2 - f_{g1}; \\ \ddot{\delta}_2 &= -f_2 \dot{\delta}_1 - f_1 \dot{\delta}_2 + f_4 \delta_1 + f_3 \delta_2 + f_{g2}, \end{aligned} \tag{8}$$

де $f_1 = v\left(\overline{c}_{N1} + \overline{m}_D\right)$, $f_2 = 2a\left(1 + \overline{c}_{Ma1}\right)$,

$f_3 = 4a^2\, \overline{c}_{Ma1} + v^2\, \overline{m}_M$, $f_4 = 2av\left(\overline{m}_{Ma} - \overline{c}_{N1}\right)$,

$f_{g\,1} = 2av^{-1} g\cos\theta$, $f_{g\,2} = \overline{m}_D\, g\cos\theta$,

де $\overline{c}_{N1}, \overline{c}_{Ma1}$ – коефіцієнти складових вектору аеродинамічної сили в проекціях на вісі З СК;

$m_Г(M), m_M(M), m_D(M)$, $m_{Ma}(M)$ – типові коефіцієнти аеродинамічних моментів: поверхневого тертя, опрокидуючого, демпфуючого та Магнуса відповідно.

Обертання снаряда навколо повздовжньої вісі визначається диференціальним рівнянням [1]:

$$\begin{aligned} &\dot{a} = -v\,\overline{m}_Г\, a; \\ &a = 0{,}5\,\omega_x I_x I_y{}^{-1}; \\ &\omega_x(0) = 2\pi v_0 (d\,\eta)^{-1}, \end{aligned} \tag{9}$$

де η – довжина ходу нарізів гармати (в калібрах).

Проекції вектора швидкості центру мас снаряда на вісі стартової системи координат (С СК) визначаються системою 3-х диференціальних рівнянь [1]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_c &= v\sqrt{\cos^2\theta - \sin^2\Psi_H}; \\ \dot{y}_c &= v\sin\theta; \\ \dot{z}_c &= -v\sin\Psi_H. \end{aligned} \tag{10}$$

Значення v, θ, Ψ_H розраховуються шляхом чисельного інтегрування системи (1); значення $\dot{\delta}_1, \dot{\delta}_2$ – інтегруванням системи (8); значення δ_1, δ_2 – повторним інтегруванням системи (8); значення a – інтегруванням (9); значення x_c, y_c, z_c – інтегруванням (10).

Чисельне інтегрування можливо проводити простішім методом, наприклад, методом трапецій [2]:

$$\begin{aligned} &q_{i+1} = q_i + \Delta q_{i+1}; \\ &\Delta q_{i+1} = 0{,}5\,\Delta t\left(\dot{q}_i + \dot{q}_{i+1}\right); \\ &t_{i+1} = t_i + \Delta t; \\ &i = 0, 1, 2, ...; \\ &q(t_0) = q_0; \end{aligned} \tag{11}$$

$$q := \left\{ v, \theta, \Psi_н, \dot{\delta}_1, \dot{\delta}_2, \delta_1, \delta_2, a, x_c, y_c, z_c \right\},$$

де Δt – крок інтегрування;

q – узагальнений параметр;

t_0 – момент вильоту снаряду із каналу ствола гармати.

Достатня точність інтегрування забезпечується вибором величини кроку інтегрування $\Delta t = 0,001...0,01$ с.

Також, можуть застосовуватись більш складні методи чисельного інтегрування, наприклад, метод Рунге-Кутта [2].

Процес інтегрування зупиняється при виконанні умови падіння снаряду на поверхню Землі:

$$\left|h_i - h_n\right| \le \delta_h \ при\ \dot{\theta}_i < 0, \delta_h > 0;\ \ \delta_h > 0, \qquad (12)$$

де δ_h – задана величина;

h_n – висота точки прицілювання.

Умовою завершення процесу інтегрування, також, може бути признак спрацьовування дистанційного підривника снаряду.

Значення $\overline{c}_T, \overline{c}_N, \overline{c}_{Ma}$ розраховуються за формулами:

$$\overline{c}_T = k_0\, k_1\, \rho\left(p_0, \tau_0, h\right) c_T\left(M, \alpha\right). \qquad (13)$$

$$\overline{c}_N = k_0\, k_1\, \rho\left(p_0, \tau_0, h\right) c_N\left(M, \alpha\right). \qquad (14)$$

$$\overline{c}_{Ma} = k_0\, k_1\, L I_x\, I_y^{-1} \rho\left(p_0, \tau_0, h\right) c_{Ma}\left(M\right);$$
$$k_0 = \pi 8^{-1} = 0,3927; \qquad (15)$$
$$k_1 = d^2\, m^{-1},$$

де $\rho\left(p_0, \tau_0, h\right)$ – щільність повітря;

p_0, τ_0 – тиск та температура повітря на вогневій позиції під час пострілу відповідно;

$c_T\left(M, \alpha\right)$, $c_N\left(M, \alpha\right)$, $c_{Ma}\left(M\right)$ – коефіцієнти аеродинамічної сили в проекціях на вісі Т СК;

I_x, I_y – аксіальний і екваторіальний моменти інерції снаряда;

L, d, m – довжина, калібр і маса снаряда відповідно;

M – число Маха.

В межах висот $h \in \left[0; 10000\right]$ *м* значення щільності повітря можливо розраховувати за формулою:

$$\rho\left(p_0, \tau_0, h\right) = \frac{0,46431\, p_0 \exp\left(-0,0001286\, h\right)}{273,15 + \tau_0 - 0,0065\, h}. \qquad (16)$$

Значення $c_T\left(M, \alpha\right), c_N\left(M, \alpha\right)$ розраховуються за формулами [12]:

$$c_T\left(M, \alpha\right) = i_f\left(v_0, \theta_c\right) c_{x\,эт}\left(M\right) + c_x^{\alpha\alpha}\, \alpha^2; \qquad (17)$$

$$c_N\left(M, \alpha\right) = c_y^{\alpha}\, \alpha_2 - c_z^{\alpha\omega}\, \overline{\omega}_x, \alpha_1;$$
$$\overline{\omega}_x = \omega_x\, L\left(M\, a_N\left(0\right)\right)^{-1}; \qquad (18)$$
$$a_N\left(0\right) = 340,7\,\text{м/с},$$

де $i_f\left(v_0, \theta_c\right)$ – коефіцієнт форми снаряда;

$c_{x\,em}\left(M\right)$ – еталонна функція (наприклад, по закону 1943 року) повздовжньої сили опору повітря в функції числа Маха;

$\overline{\omega}_x$ – безрозмірна аксіальна кутова швидкість;

$c_x^{\alpha\alpha}$, c_y^{α}, $c_z^{\alpha\omega}$ – апроксимаційні залежності коефіцієнтів сили опору у З СК;

$a_N\left(0\right)$ – нормальна наземна швидкість звуку в повітрі.

Значення $m_Г\left(M\right), m_M\left(M\right), m_D\left(M\right)$, $m_{Ma}\left(M\right)$ розраховуються за формулами:

$$\overline{m}_M = k_0\, k_2\, L^{-1}\, I_y^{-1} \rho\left(p_0, \tau_0, h\right) m_M\left(M\right); \qquad (19)$$

$$\overline{m}_{Ma} = k_0\, k_2\, I_x^{-1} \rho\left(p_0, \tau_0, h\right) m_{Ma}\left(M\right); \qquad (20)$$

$$\overline{m}_Г = k_0\, k_2\, I_x^{-1} \rho\left(p_0, \tau_0, h\right) m_Г\left(M\right); \qquad (21)$$

$$\overline{m}_D = k_0\, k_2\, I_y^{-1} \rho\left(p_0, \tau_0, h\right) m_D\left(M\right), \qquad (22)$$

де $k_2 = d^2\, L^2$.

Значення g_r, g_Ω, g складових вектору $\overline{g}$ прискорення сили Земного тяжіння (g_r – проекція на напрям радіус-вектор, g_Ω – на вісь оберту Землі, g – на нормаль до еліпсоїда), розраховуються за формулами [2]:

$$g_r = -r^{-2}\left[\pi_0 + 1,5\,\pi_2\, r^{-2}\left(5\sin^2\phi_{гц} - 1\right)\right] + \Omega^2\, r; \qquad (23)$$

$$g_\Omega = \sin\phi_{гц}\left(3\,\pi_2\, r^{-4} - \Omega^2\, r\right). \qquad (24)$$

$$g = \frac{1}{r^2}\left[\pi_0 + \frac{1,5\,\pi_2}{r^2}\left(3\sin^2\phi_{гц} - 1\right)\right] - \Omega^2\, r \cos^2\phi_{гц};$$
$$\pi_0 = 3,9859 \cdot 10^{14}\ м^3 c^{-2}, \pi_2 = -1,77 \cdot 10^{25}\ м^5 c^{-2}; \qquad (25)$$
$$\Omega = 7,2921235 \cdot 10^{-5}\ c^{-1},$$

де $\phi_{гц}$ – геоцентрична широта центра мас снаряда;

r – радіус-вектор центра мас снаряда в ГЦ СК.

Значення $\phi_{гц}$ розраховується за формулою [2]:

$$\phi_{гц} = arctan\left[tan\,\phi\left(1 - e^2\right)\right];$$
$$e^2 = 0,006693421623, \qquad (26)$$

де e^2 – квадрат першого ексцентриситету.

Значення модуля r – радіус-вектор центра мас снаряда в ГЦ СК розраховується за формулою:

$$r = \sqrt{x_{гц}{}^2 + y_{гц}{}^2 + z_{гц}{}^2}, \qquad (27)$$

де $x_{гц}, y_{гц}, z_{гц}$ – координати центра мас снаряда в ГЦСК.

Значення $x_{гц}, y_{гц}, z_{гц}$ розраховується на основі перетворення значений x_c, y_c, z_c координат центра мас снаряда в ССК до прямокутної ГЦ СК по формулі:

$$\overline{X}_{GS} = \overline{X}_{GS\,0} + M_{S->GS}\, \overline{X}_S, \qquad (28)$$

де $\overline{X}_{GS\,0} = \left(x_{гц\,0}, y_{гц\,0}, z_{гц\,0}\right)^T$ – координати точки старту;

$M_{S->GS}$ – матриця перетворення 3х3;

$m_{ij} = f_{ij}(\lambda, \phi, A),\ i = \overline{1,3},\ j = \overline{1,3}$ – елементи матриці $M_{S->GS}$.

Значення координат $x_{гц0}, y_{гц0}, z_{гц0}$ розраховуються за формулами [13]:

$$x_{гц0} = (N_0 + h_0)\cos\phi_0 \cos\lambda_0;$$
$$y_{гц0} = (N_0 + h_0)\cos\phi_0 \sin\lambda_0;$$
$$z_{гц0} = \left(N_0\left[1 - e^2\right] + h_0\right)\sin\phi_0; \quad (29)$$
$$N_0 = a\left(\sqrt{1 - e^2\sin^2\phi_0}\right)^{-1},\ a = 6378245\ \text{м},$$

де ϕ_0, λ_0, h_0 – геодезичні широта, довгота та висота ТС відповідно;

N_0 – радіус кривизни першого вертикалу в точці старту;

a – більша піввісь еліпсоїду Красовського.

Значення ϕ, λ, h геодезичних координат та висоти центра мас снаряду на траєкторії розраховуються на основі перетворення [13]:

$$\overline{X}_G = F_{GS->G}\left(\overline{X}_{GS}\right);$$
$$\overline{X}_{GS} = \left(x_{гц}, y_{гц}, h_{гц}\right)^T, \quad \overline{X}_G = (\phi, \lambda, h)^T, \quad (30)$$

де $F_{GS->G}(\circ)$ – оператор перетворення.

По геодезичним координатам точки падіння снаряда розраховуються значення її D_n геодезичної дальності та A_n азимута по формулам [13]:

$$D_n = F_D\left(\overline{X}_{Gc}, \overline{X}_{Gn}\right),\ A_n = F_A\left(\overline{X}_{Gc}, \overline{X}_{Gn}\right), \quad (31)$$

де $\overline{X}_{Gc}, \overline{X}_{Gn}$ – геодезичні координати ТС та падіння відповідно;

$F_D(\circ), F_A(\circ)$ – оператори перетворення.

Значення числа Маха розраховується за формулою:

$$M = v_в\, a_{зв}^{-1}, \quad (32)$$

де $v_в$ – повітряна швидкість;

$a_{зв}$ – швидкість звуку.

Значення $a_{зв}$ швидкості звуку в повітрі розраховується за формулою [12]:

$$a_{зв} = 20{,}048\sqrt{273{,}15 + \tau_0} - 0{,}004\,h. \quad (33)$$

Повітряна швидкість снаряда розраховується за формулою [12]:

$$v_в = \sqrt{v^2 - 2\,w_x\,v + w^2(h) + w_{вер}^2(h)}. \quad (34)$$

Значення складових швидкості вітру по осям ТСК розраховуються за формулами:

$$w_x = w(h)\cos\alpha_в \cos\theta + w_{вер}(h)\sin\theta;$$
$$w_y = w(h)\cos\alpha_в \sin\theta + w_{вер}(h)\cos\theta; \quad (35)$$
$$w_z = -w(h)\sin\alpha_в;\ \alpha_в = \alpha_w(h) - A + \Psi,$$

де $w(h)$, $\alpha_w(h)$, $w_{вер}(h)$ – розподіл швидкості горизонтального вітру та азимуту вітру (звідси дме вітер) і вертикального вітру за шарами висоти h.

Синуси складових кута зносу вітру розраховуються за формулами [12]:

$$\sin\varepsilon_{w1} = w_z\left(v_в \cos\varepsilon_{w2}\right)^{-1};$$
$$\sin\varepsilon_{w2} = -w_y\, v_в^{-1}. \quad (36)$$

При завершенні процесу інтегрування отримуються значення параметрів польоту снаряду:

– час польоту, координати (в С СК, ГЦ СК та геодезичні) точки падіння на поверхню Землі, швидкості та кута падіння;

– азимут та дальність точки падіння снаряду.

Для настройки процесу інтегрування необхідно задати значення Δt кроку інтегрування та δ_h, h_n.

Вихідними є наступні дані:

– по снаряду:

L, d, m – довжина, калібр і маса;

I_x, I_y – аксіальний і екваторіальний моменти інерції;

$i_f(v_0, \theta_c)$ – коефіцієнт форми снаряду по відношенню до обраного еталонного опору повітря;

$c_x^{\alpha\alpha}$, c_y^{α}, $c_z^{\alpha\omega}$ – апроксимаційні залежності коефіцієнтів сили опору у З СК;

$m_Г(M), m_M(M), m_D(M)$, $m_{Ma}(M)$ – коефіцієнти аеродинамічних моментів;

– по гарматі:

η – довжина ходу нарізів гармати (в калібрах).

Початкові умови стрільби:

ϕ_0, λ_0, h_0 – геодезичні широта, довгота і висота ТС;

v_0, θ_c, A – модуль вектора початкової швидкості, кут кидання та азимут напрямку стрільби;

– метеоумови:

τ_0 – температура повітря на ТС,

p_0 – атмосферний тиск на висоті h_0 ТС;

$\overline{w}_в(h)$ – розподіл параметрів вітру за шарами висоти h, що визначається бюлетенем "Метеосередній".

Математична модель польоту снаряду, що розглянута, дозволяє отримати основні функції часу параметрів траєкторію снаряда:

$\dot{v}(t), \dot{\theta}(t), \Psi_н(t)$ – що характеризують прискорення центра мас снаряда;

$v(t), \theta(t), \Psi_н(t)$ – що характеризують швидкість центра мас снаряда;

$\ddot{\delta}(t),\dot{\delta}(t),\delta(t)$ – що характеризують кутове прискорення, кутову швидкість та орієнтацію повздовжньої вісі снаряда в ТСК;

$x_c(t), y_c(t), z_c(t),\ x_{гц}(t), y_{гц}(t), z_{гц}(t),$

$\phi(t), \lambda(t), h(t)$ – що характеризують положення центра мас снаряда в С СК, ГЦ СК та геодезичної системі координат;

– координати точки падіння снаряду в стартової, геоцентричної, геодезичної системах координат;

D_n, A_n – геодезична дальності та азимут точки падіння снаряда.

Математична модель польоту снаряду, що розглянута, враховує усі основні фактори, що впливають на точність розрахунків значень параметрів траєкторії та координат точки падіння снаряда далекобійної АС. Необхідно підкреслити, що точність отриманих результатів буде залежати від повноти та точності вихідної інформації, зокрема, про аеродинамічні характеристики снаряда та вітру.

На основі розглянутої ММП снаряда розроблений прототип балістичного алгоритму та складена розрахункова програма на С++ для моделювання траєкторії польоту снаряда. Екранна форма програми наведена на рис. 1.

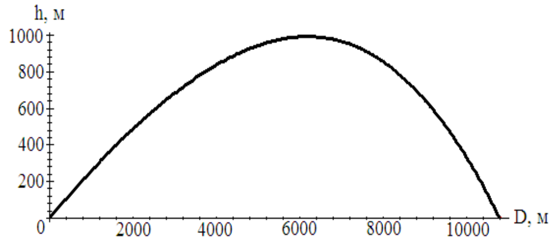
Рис. 1. Екранна форма програми
Джерело: розроблено авторами.

Для прикладу проведений розрахунок траєкторії польоту 152 мм осколково-фугасного снаряду ОФ-540 в С СК (рис. 2) з вихідними параметрами, значення яких наведені у екранній формі. Отримані розрахункові значення часу польоту, дальності, кінцевої швидкості та кута підльоту снаряда до поверхні достатньо точно співпадають із відповідними значеннями, що наведені у таблиці стрільби.

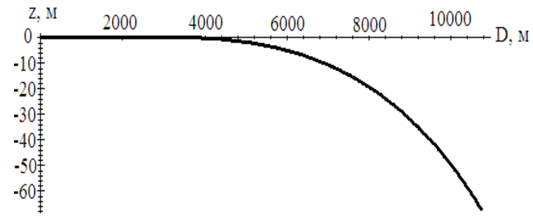
В подальшому необхідно провести дослідження щодо:

– оцінки величини методичної похибки, обумовленою спрощеннями, що використані при розробці розглянутої ММП снаряду;

– розробки алгоритму автоматичного визначення установок для стрільби по цілі, координати якої визначені в плоскій прямокутній системі координат в проекції Гаусса-Крюгера.



а



б

Рис. 2. Траєкторія польоту ОФ-540:
а – залежність висоти траєкторії від дальності стрільби;
б – деривація
Джерело: розроблено авторами.

Висновки

ММП снаряда, що розглянута, дозволяє проводити розрахунки значень параметрів траєкторії та координат точки падіння з точністю, що залежить від повноти та точності вихідної інформації, зокрема, про аеродинамічні характеристики снаряда та метеорологічних умов стрільби.

На основі розглянутої ММП снаряда може бути розроблений балістичний алгоритм вирішення прямої та зворотної балістичних задач для автоматизованої системи підготовки вихідних даних для стрільби перспективних далекобійних артилерійських систем.

Список літератури

1. Дмитриевский А.А. Внешняя баллистика / А.А.Дмитриевский, Л.Н. Лысенко. – М.: Машиностроение, 2005. – 608 с.

2. Лысенко Л.Н. Внешняя баллистика / Л.Н. Лысенко. – М.: изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2018. – 328 с.

3. Коновалов А.А. Внешняя бал листика / А.А. Коновалов, Ю.В. Николаев. – М.: ЦНИИ информации, 1979. – 228 с.

4. Горовой С.А. Физические основы функционирования стрелково-пушечного артиллерийского и ракетного оружия. Баллистика / С.А. Горовой. – Новосибирск: СГГА, 2007. – 140 с.

5. Разработка подходов к решению обратной задачи внешней баллистики в различных условиях применения Вестник Томского государственного университета / С.А. Королев, А.М. Липанов, И.Г. Русяк, В.А. Тененев // Математика и механика. – 2019. – № 57. – С. 123-127.

6. Мельников П.Н. Моделирование траектории полета артиллерийского снаряда / П.Н. Мельников, А.А. Сазонов // Известия Тульского государственного университета. – 2018. – № 11. – С. 52-58.

7. Королев С.А. К вопросу о точности решения прямой задачи внешней баллистики / С.А. Королев, А.М. Липанов, И.Г. Русяк // Вестник Томского государственного университета. – 2017. – № 47. – С. 63-74.

8. Расчет траектории движения снаряда в атмосфере с учетом гидродинамики его обтекания / И.Г. Русяк, А.И. Карпов, С.А. Королев, С.А. Карсканов // Вопросы оборонной техники. – 2015. – № 2. – С. 130-141.

9. Королев С.А. Методика расчета траекторий движения снарядов и ракет при стрельбе с подвижного носителя / С.А. Королев, И.Г. Русяк, В.Г. Суфиянов // Интеллектуальные системы в производстве. – № 4. – 2016. – С. 123-133.

10. Королев С.А. Исследование влияния возмущающих факторов на траекторию движения снарядов и ракет при стрельбе с под-вижного носителя / С.А. Королев, И.Г. Русяк, В.Г. Суфиянов // Известия Тульского государственного университета. – 2017. – № 11. – С. 23-33.

11. Метод расчета характеристик рассеивания неуправляемых вращающихся и оперенных реактивных снарядов / В.И. Макеев, В.И. Грабчак, П.Е. Трофименко, Ю.И. Пушкарёв // Системи обробки інформації. – 2009. – № 1(75). – С. 110-115.

12. ГОСТ В 24288-80. Снаряды неуправляемые артиллерийские, реактивные, активно-реактивные. Методы расчета траекторий полета. – М.: Издательство стандартов, 1098. – 55 с.

13. Дементьев Ю.В. Алгоритмы и программы для вычислений в геодезии и гравиметрии: практикум / Ю.В. Дементьев, А.И. Каленицкий; под общ. ред. А.И. Каленицкого. – Новосибирск: СГГА, 2014. – 112 с.

Надійшла до редколегії 19.08.2020
Схвалена до друку 22.09.2020

Відомості про авторів:

Журавльов Олександр Олександрович
кандидат технічних наук доцент
провідний науковий співробітник
Харківського національного університету
Повітряних Сил ім. І. Кожедуба,
Харків, Україна
https://orcid.org/0000-0002-8176-3039

Орлов Сергій Володимирович
кандидат технічних наук старший науковий співробітник
провідний науковий співробітник
Харківського національного університету
Повітряних Сил ім. І. Кожедуба,
Харків, Україна
https://orcid.org/0000-0003-3840-4089

Шуляков Сергій Олексійович
начальник науково-дослідного відділу
науково-дослідного центру ракетних військ і артилерії,
Суми, Україна
https://orcid.org/0000-0001-8496-1308

Information about the authors:

Aleksandr Zhuravlev
Candidate of Technical Sciences Associate Professor
Lead Research
of Ivan Kozhedub Kharkiv
National Air Force University,
Kharkiv, Ukraine
https://orcid.org/0000-0002-8176-3039

Serhii Orlov
Candidate of Technical Sciences Senior Research
Lead Research
of Ivan Kozhedub Kharkiv
National Air Force University,
Kharkiv, Ukraine
https://orcid.org/ 0000-0003-3840-4089

Serhii Shuliakov
Chief of Scientific Research Department
of Research Center for Missile Forces and Artillery,
Sumy, Ukraine
https://orcid.org/0000-0001-8496-1308

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРАЕКТОРИИ ПОЛЁТА СНАРЯДА ДАЛЬНОБОЙНОЙ АРТИЛЛЕРИЙСКОЙ СИСТЕМЫ

А.А. Журавльов, С.В. Орлов, С.А. Шуляков,

В статье рассмотрена математическая модель траектории полета снаряда при стрельбе дальнобойной артиллерийской системы. Основные допущения, положенные в основу модели: Земля – вращающийся эллипсоид; поле тяготения – не центральное; воздух – стационарный сферический; ветер задан распределениями скорости и азимута по стандартным слоям высот. Основу математической модели пространственного полета снаряда составляют дифференциальные уравнения в форме В.С. Пугачева, которые отличаются от известных, учетом составляющих пространственного угла атаки и дополнительным учетом составляющих ускорения центра масс снаряда, обусловленных не сферичностью модели Земли и ее суточным вращением. В модели учтены все основные факторы, влияющие на полет вращающегося относительно продольной оси артиллерийского снаряда, а также давление и температура воздуха на огневой позиции во время выстрела. Модель позволяет провести расчеты значений основных параметров траектории, координат точки падения снаряда в геоцентрической и геодезической системах координат огневой позиции и геодезическая дальность и азимут.

Ключевые слова: *математическая модель полета, снаряд, траектория, траекторные параметры, координаты точки падения, система дифференциальных уравнений, система координат, преобразования координат.*

MATHEMATICAL MODEL
OF THE FLIGHT PATH OF A PROJECTILE OF A LONG-RANGE ARTILLERY SYSTEM

A. Zhuravlev, S. Orlov, S. Shuliakov

Ballistic algorithms for solving ballistic problems, developed on the basis of mathematical models of flight of the projectile, have certain requirements: to have guaranteed accuracy of calculations of values of projectile deflection (compared to accuracy of artillery system, namely: range - 5…20 m, in the direction - 5… 10 m, depending on the firing range). The accuracy of the ballistic problem depends on the completeness of the factors taken into account in the mathematical models of flight projectile, and the accuracy of their models. In the known works the basic principles and methods of development of mathematical models of flight a projectile necessary for the decision of various ballistic problems are considered, a considerable quantity of works is devoted to development of mathematical models of flight a projectile in air of the Earth under various conditions. However, these models take into account a limited number of factors that affect the accuracy of modeling the flight path of the projectile, and can be used to develop ballistic algorithms for automated data preparation systems for artillery system when firing only at short distances. Analysis of recent publications has shown that currently mathematical models of flight the projectile for the development of a ballistic algorithm for solving ballistic problems of long-range nuclear firing is not given, at present there is a need to develop mathematical models of flight the projectile for long-range nuclear. The article considers a mathematical model of the projectile flight path when firing from a long-range artillery system. The main assumptions underlying the model: the Earth - is a rotating ellipsoid; the gravitational field is not central; the air - is stationary spherical; the wind is given by the distribution of speed and azimuth over a standard layer of heights. The basis of the mathematical model of the space flight of the projectile is made up of differential equations according to the form of V.S. Pugachev, which differ from the well-known components of the spatial angle of attack and additional consideration of the components of the acceleration of the center of mass of the projectile, due to the non-sphericity of the Earth model and its daily rotation. The model takes into account all the main factors affecting the flight of an artillery shell rotating relative to the longitudinal axis, as well as the air pressure and temperature at the firing position during the shot. The model allows us to calculate the values of the main parameters of the trajectory, the coordinates of the projectile's point of incidence in geocentric, geodetic coordinate systems of high position and geodesic range and azimuth.

Keywords: *mathematical model of flight, projectile, trajectory, trajectory parameters, coordinates of the point of incidence, system of differential equations, coordinate system, coordinate transformation.*