

УДК 593.3

В. П. Семененко

Институт транспортных систем и технологий НАН Украины «Трансмаг»

**ТЕОРЕТИКО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ
МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТОНКОГО РЕЗИНОВОГО СЛОЯ**

Дана оцінка значенням модуля пружності, коефіцієнта Пуассона та співвідношенню коефіцієнтів жорсткості в тангенціальному і нормальному напрямках.

Ключові слова: гумовий шар, модуль пружності, коефіцієнт Пуассона, коефіцієнт жорсткості.

Дана оценка значенням модуля упругости, коэффициента Пуассона и отношению коэффициентов жесткости в тангенциальном и нормальном направлениях.

Ключевые слова: резиновый слой, модуль упругости, коэффициент Пуассона, коэффициент жесткости.

The estimation of modulus of elasticity values, the value of Poisson's ratio and the relationship of stiffness coefficients in tangential and normal directions has been given.

Keywords: rubber layer, elasticity modulus, Poisson's ratio, stiffness coefficient.

В [1] представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований по определению коэффициентов жесткости резинометаллических пакетов. Коэффициент жесткости пакета определен как коэффициент пропорциональности между величиной перемещения пакета и значением действующей на него силы.

Приведены различные варианты формул для определения значений коэффициентов жесткости. Отмечено, что значения коэффициентов жесткости зависят от геометрической характеристики (относительной толщины резинового слоя) и от механических характеристик (модуля упругости и коэффициента Пуассона резины).

Настоящая работа является продолжением работ, начатых в [1].

В [1] не были определены значения модуля упругости и значения коэффициента Пуассона. Предполагалось, что эти величины являются справочными данными. При отсутствии таких данных было предложено использовать приведенный модуль упругости. Выражение для определения приведенного модуля упругости содержало само значение модуля упругости и значение обобщенного коэффициента Пуассона. Дана методика для экспериментального определения значения приведенного модуля упругости. При таком подходе нет необходимости по отдельности определять или брать из справочника значение модуля упругости и значение коэффициента Пуассона.

Существенным недостатком использования приведенного модуля упругости является необходимость наличия базы для проведения экспериментальных исследований.

Целью настоящего этапа исследований было дать оценку механическим характеристикам тонкого резинового слоя: значению модуля упругости и значению коэффициента Пуассона.

Задачи исследований состояли в следующем:

- проведение экспериментальных исследований по определению коэффициентов жесткости в нормальном направлении тонкого резинового слоя в более широком, чем были проведены в [1], диапазоне удельных давлений;
- преобразование выражений по определению коэффициентов жесткости для возможности комплексного анализа теоретических и экспериментальных данных;
- разработка методики определения значений критических сил потери устойчивости первоначальной формы составного резинометаллического пакета при его осевом сжатии;
- сопоставление теоретических значений критических сил с экспериментальными значениями критических сил;
- разработка методики вычисления значений модуля упругости и значений коэффициента Пуассона для тонкого резинового слоя;
- оценка величины отношения коэффициента жесткости в тангенциальном направлении к коэффициенту жесткости в нормальном направлении.

Для проведения экспериментальных исследований по определению значений коэффициентов жесткости в более широком, чем в [1], диапазоне удельных давлений были выбраны полоски резины с параметрами: для вакуумной резины толщиной $h = 0,4 \cdot 10^{-2}$ м, шириной $b = 4 \cdot 10^{-2}$ м, длиной $l = 12 \cdot 10^{-2}$ м; для резины ИРП – $h = 0,3 \cdot 10^{-2}$ м, $b = 3 \cdot 10^{-2}$ м, $l = 12 \cdot 10^{-2}$ м.

Экспериментальная зависимость коэффициента нормальной жесткости C_N^9 от удельного давления q представлена на рис. 1.

На основе предварительного анализа в указанной зависимости были выделены три характерных участка.

Участок I характеризуется линейной зависимостью C_N^9 от удельного давления. Диапазон изменения давления для этого участка определен неравенством $0 < q < 30 \cdot 10^{-5}$ н/м².

Участок II – для $30 \cdot 10^{-5} < q < 150 \cdot 10^{-5}$ н/м². Зависимость $C_N^9 = f(q)$ может быть описана уравнением второго порядка.

Для участка III – $q > 150 \cdot 10^{-5}$ н/м² рассматриваемая зависимость должна описываться кривой третьей и выше степенями. Здесь наблюдаются значительные величины коэффициентов нормальной жесткости по сравнению с первыми двумя участками.

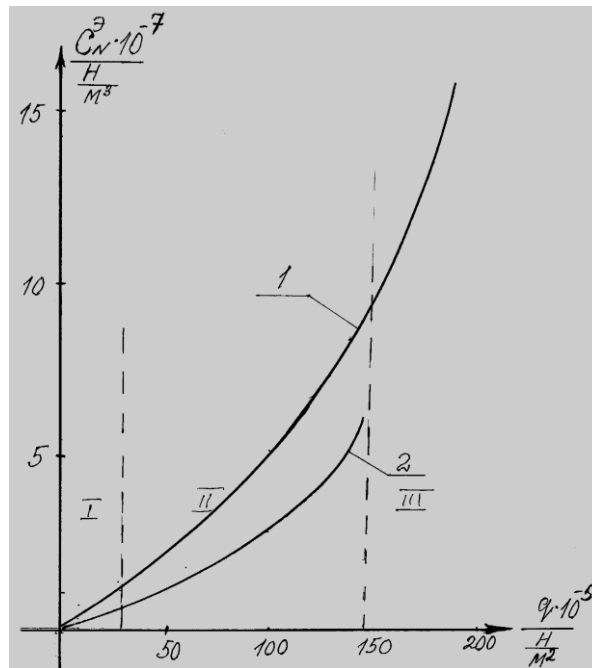


Рис. 1. Зависимость экспериментальных значений коэффициента нормальной жесткости C_N^y от величин удельного давления q :

1 – резина марки ИРП, 2 – вакуумная резина

Увеличение значений коэффициента нормальной жесткости при увеличении величины давления может происходить по двум факторам: или за счет увеличения значения модуля упругости E , или за счет изменения коэффициента Пуассона μ .

В [1] на основе теоретических исследований показано, что увеличение значений коэффициента жесткости происходит за счет повышения величины коэффициента Пуассона. При проведении дополнительных теоретических исследований зависимости коэффициента жесткости от величины коэффициента Пуассона было установлено, что исследуемая зависимость может быть описана линейным, квадратичным и более высокими степенями уравнений. Степень уравнения зависит от величины коэффициента Пуассона. При небольших его величинах, порядка $0,1 < \mu < 0,2$, эта зависимость описывается линейной функцией; для $0,2 < \mu < 0,4$ – квадратичной, при $\mu > 0,4$ – уравнением третьей и выше степеней.

Сравнительный анализ экспериментальных зависимостей значений коэффициента нормальной жесткости C_N^y от величины давления q и результатов теоретических исследований зависимости значений коэффициента нормальной жесткости C_N^T от величины коэффициента Пуассона μ , показал качественное и количественное совпадение результатов. Следовательно, значение коэффициента Пуассона является функцией давления $\mu(q)$.

Экспериментальные значения коэффициента нормальной жесткости $C_N^{\text{э}}$ были приравнены к значениям коэффициента нормальной жесткости C_N^T , полученным на основе теоретических исследований. Их равенство описывалось уравнением

$$C_N^{\text{э}} = C_N^T. \quad (1)$$

Формула для C_N^T была взята из [1] и преобразована к виду

$$C_N^T = \frac{\pi^2 E}{8h[1 + \mu(q)]} \cdot \frac{1 - \mu(q)t}{1 - 2\mu(q)d}, \quad (2)$$

где $t = \frac{1 + 23\bar{\rho}}{1 + 24\bar{\rho}}$; $d = \frac{1 + 12\bar{\rho}}{1 + 24\bar{\rho}}$; $\bar{\rho} = \frac{1}{\pi^2 \rho}$; $-\rho = \frac{b}{h}$.

В уравнении (2) заданными величинами являются геометрические параметры тонкого резинового слоя b, h . Неизвестными являются механические характеристики резины – одно значение модуля упругости E и несколько значений коэффициента Пуассона μ , которые определяются неизвестной функцией $\mu(q)$. Ряд значений $\mu(q)$, которые входят в правую часть уравнения (1), обусловлены тем, что коэффициент нормальной жесткости, входящий в левую часть уравнения (1), является функцией удельного давления $C_N^{\text{э}} = f(q)$ (рис. 1).

В качестве второго уравнения было использовано равенство значений критических сил

$$P_{\text{кр}}^{\text{э}} = P_{\text{кр}}^T. \quad (3)$$

Величины критических сил $P_{\text{кр}}^{\text{э}}$ были взяты на основе результатов экспериментальных исследований, изложенных в [1]. Для экспериментальных резинометаллических пакетов цилиндрической формы приведены экспериментальные значения критических сил $P_{\text{кр}}^{\text{э}}$, при которых пакет теряет свою первоначальную форму при осевом сжатии. Рассмотрены формы потери устойчивости. Для определения теоретических значений критических сил $P_{\text{кр}}^T$ в качестве исходной была использована формула Эйлера с учетом сдвиговой жесткости

$$P_{\text{кр}}^T = \frac{\pi^2 \bar{E} I}{\nu^2 H^2 (1 + k_G)}, \quad (4)$$

где \bar{EI} – изгибная жесткость пакета; I – момент инерции поперечного сечения пакета; H – высота пакета; ν – коэффициент, зависящий от граничных условий или от формы потери устойчивости; k_G – коэффициент, учитывающий влияние сдвиговых деформаций на величину критической силы.

В выражении (4) введен модуль упругости резинометаллического пакета \bar{E} . Его значение неопределенно. По своей физической сути он является комбинацией модулей упругости металлической пластины и модуля упругости резины.

К резинометаллическому пакету возможно применение различных расчетных схем. С одной стороны, он подвергается сжатию. Такой вид нагружения пакета соответствует расчетной схеме «стержень». С другой стороны, применение формулы Эйлера предполагает, что пакет будет испытывать деформацию изгиба. Здесь применима расчетная схема «балка». В этом случае необходимо оперировать изгибной жесткостью, которая определяется произведением модуля упругости на момент инерции поперечного сечения EI . Было признано целесообразным за основу взять не приведенный модуль упругости, который бы отражал комбинацию модулей упругости резины и металла, а приведенную изгибную жесткость пакета $(\bar{EI})_{кр}$.

На практике в теоретических исследованиях больше используется не само понятие жесткости, а коэффициент жесткости. Коэффициент жесткости – это жесткость, отнесенная к единице длины. Жесткость на растяжение-сжатие определяется произведением модуля упругости на площадь поперечного сечения EF . Коэффициент жесткости при растяжении-сжатии – это жесткость на растяжение-сжатие, деленная на длину EF/l . Коэффициент изгибной жесткости – это жесткость на изгиб, деленная на длину в кубе.

Для пакета, высотой H , которая в данном случае является длиной балки, коэффициент жесткости при изгибе определялся по формуле:

$$C_{и} = \frac{EI}{H^3}. \quad (5)$$

Величина, обратная коэффициенту жесткости, соответствует коэффициенту податливости, и находилась из выражения:

$$\alpha = \frac{1}{C}. \quad (6)$$

Коэффициент податливости пакета $\alpha_{п}$ состоит из суммы коэффициентов податливостей металлических пластин $\alpha_{м}$ и резиновых прокладок $\alpha_{р}$:

$$\alpha_{п} = \alpha_{м} + \alpha_{р}. \quad (7)$$

Подстановкой (5), (6) в (7) было получено выражение для определения приведенного коэффициента изгибной жесткости пакета, состоящего из последовательного соединения его элементов в виде:

$$\frac{1}{\left(\frac{\bar{EI}}{H^3}\right)_{\text{кр}}} = \frac{n+1}{EI} + \frac{n}{\frac{E_M I}{\delta^3}}, \quad (8)$$

где E_M – модуль упругости материала металлических пластин; δ – толщина металлических пластин; n – количество металлических пластин.

Используя соотношение

$$h = H - n\delta, \quad (9)$$

из выражения (8) была получена формула для определения приведенного коэффициента изгибной жесткости пакета в виде:

$$\left(\frac{\bar{EI}}{H^3}\right)_{\text{кр}} = \frac{EI}{H^3} \cdot \frac{k_{\text{п}}}{1 + \frac{E}{E_M} \left(\frac{\delta}{h}\right)^3 \frac{n}{n+1}}, \quad (10)$$

где $k_{\text{п}} = \frac{1}{(n+1) \left(1 - \frac{n\delta}{H}\right)^3}$.

Модуль упругости металла значительно больше модуля упругости резины. Отношение модуля упругости резины к модулю упругости металла имеет порядок $10^{-3} - 10^{-4}$. Толщина металлических пластин δ и толщина резинового слоя h имеют один порядок. Отношение $n/(n+1)$ меньше единицы. Данная оценка позволяет пренебречь в знаменателе выражения (10) величиной произведения отношений модулей упругости на отношения толщин по сравнению с единицей.

В конечном итоге, приведенный коэффициент жесткости на изгиб резинометаллического пакета был представлен в виде:

$$\left(\frac{\bar{EI}}{H^3}\right)_{\text{кр}} = \frac{EI}{H^3} k_{\text{п}}, \quad (11)$$

а формула (4) для определения величины критической силы записывалась выражением:

$$P_{кр}^T = \frac{\pi^2 EI}{\nu^2 H^2} \cdot \frac{k_{\pi}}{1 + k_G}, \quad (12)$$

где $k_G = \frac{\chi}{GF} \cdot \frac{\pi^2 EI}{\nu^2 H^2} k_{\pi}$; G – модуль сдвига резины; χ – коэффициент, учитывающий форму поперечного сечения пакета; F – площадь поперечного сечения пакета.

Анализ формулы (12) показывает, что величина критической силы определяется изгибной жесткостью резинового слоя EI .

Уравнения (1) и (3) с учетом (2) и (12) образуют систему двух нелинейных алгебраических уравнений. В этой системе $b, h, H, I, F, k_{\pi}, \chi, \nu$ – заданные параметры резинового слоя и резинометаллического пакета. Неизвестными являются механические характеристики тонкого резинового слоя: модуль упругости E и значения коэффициента Пуассона в виде зависимости $\mu(q)$.

Для решения полученной системы уравнений был разработан специальный алгоритм, подобный методу последовательных приближений. Точнее, его можно характеризовать как метод последовательных решений и вычислений.

На первом этапе из уравнений (1) и (2) находилось выражение для определения модуля упругости в виде:

$$E = \frac{8C_N^3 [1 + \mu(q)] h}{\pi^2} \cdot \frac{1 - 2\mu(q)d}{1 - \mu(q)t}. \quad (13)$$

Путем подстановки выражения (13) в (12) было получено квадратное уравнение относительно функции $\mu(q)$:

$$\mu^2(q) + a\mu(q) - a(1 + b) = 0, \quad (14)$$

$$\text{где } a = \frac{1 - (\omega + \beta)(1 + 23\bar{\rho})}{2(1 + 12\bar{\rho}) - \omega(1 + 23\bar{\rho})}; \quad \omega = \frac{\pi^2 \chi}{4Fh} \cdot \frac{P_{кр}^3}{C_N^3}; \quad b = \frac{23\bar{\rho}(\omega + \beta)}{1 - (\omega + \beta)(1 + 23\bar{\rho})};$$

$$\beta = \frac{H^2 \nu^2}{8Ihk_{\pi}} \cdot \frac{P_{кр}^3}{C_N^3}.$$

В выражение (14), кроме параметров резинового слоя и резинометаллического пакета, входят экспериментальные значения критической силы $P_{кр}^3$ и значения коэффициента жесткости C_N^3 . Значения коэффициента жесткости должны соответствовать тем значениям давления, при которых резинометаллический пакет теряет устойчивость первоначальной формы.

Экспериментальные исследования по определению значений критической силы были получены для ограниченного числа экземпляров. На основе формулы (14) не было возможности проводить вычисления $\mu(q)$ в широком диапазоне чисел $P_{кр}^3$.

Для определенных соотношений $P_{кр}^3 / C_N^3$ были получены несколько значений коэффициентов Пуассона. Зная некоторые значения коэффициентов Пуассона при определенных величинах давления, по формуле (13) были найдены значения модуля упругости резины. Для резины марки ИРП значение модуля упругости определено как $E = 3,9 \cdot 10^7 \text{ н/м}^2$, для вакуумной резины – $E = 1,9 \cdot 10^7 \text{ н/м}^2$.

Затем уравнения (1), (2) были разрешены относительно $\mu(q)$ в виде:

$$\mu^2(q) + \bar{a}\mu(q) - \bar{b} = 0, \quad (15)$$

где $\bar{a} = 1 - \frac{0,5}{d} - \frac{\pi^2 Et}{16C_N^3 dh}$; $\bar{b} = \frac{0,5}{d} - \frac{\pi^2 E}{16C_N^3 dh}$.

В уравнении (15) все величины заданы, в том числе и модуль упругости резины E . Для коэффициента жесткости C_N^3 имеются значения в широком диапазоне величин q (рис. 1).

Результаты расчетов значений коэффициента Пуассона от удельного давления представлены на рис. 2.

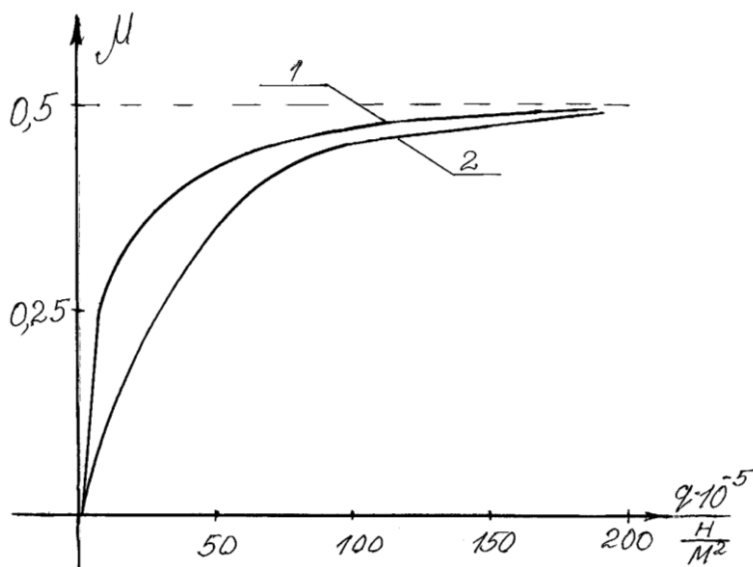


Рис. 2. Зависимость значений коэффициента Пуассона μ от величин удельного давления q :
1 – вакуумная резина, 2 – резина ИРП

На данном графике так же, как и на графике рис. 1, можно условно выделить три участка. Но здесь первый и третий участки можно охарактеризовать как линейные, а второй – существенно нелинейный. Следует отметить, что при значениях $q > 1,5 \cdot 10^7 \text{ н/м}^2$ разница в значениях коэффициентов Пуассона между вакуумной резиной и резиной марки ИРП – незначительна по сравнению с их разницей для первых двух участков. При дальнейшем увеличении давления указанная разница уменьшается, а значения коэффициентов Пуассона для двух марок резины стремятся к значению $\mu = 0,5$.

Проводя сравнительный анализ данных, представленных на рис. 1, 2, можно заключить, что значения коэффициентов жесткости для резины ИРП больше, чем для вакуумной резины при одних и тех же значениях удельного давления. Для значений коэффициентов Пуассона наблюдается обратная картина.

Результаты проведенных исследований позволяют перейти к выработке практических рекомендаций по созданию оптимальных конструкций резинометаллических шарниров. Одним из критериев оптимальности является наличие максимального значения коэффициента жесткости в нормальном направлении при минимальном значении коэффициента жесткости в тангенциальном направлении.

Если за основу для вычисления значений коэффициента жесткости в тангенциальном направлении взять выражение

$$C_{\tau} = \frac{E\rho}{2(1+\mu)}, \quad (16)$$

то, согласно этому выражению, с увеличением значений μ величина коэффициента жесткости в тангенциальном направлении уменьшается. Значения коэффициента в нормальном направлении с увеличением значений μ , согласно проведенным выше исследованиям, увеличивается.

Значение отношения коэффициента жесткости в тангенциальном направлении к коэффициенту жесткости в нормальном направлении может быть проанализировано на основании выражений (2) и (16). Отношение коэффициентов жесткости определялось по формуле

$$\lambda = \frac{C_{\tau}}{C_N} = \frac{4}{\pi^2} \cdot \frac{1-2\mu}{1-\mu}. \quad (17)$$

Значения параметра λ в зависимости от величины коэффициента Пуассона представлены на рис. 3.

Анализ представленных данных показал, что чем больше значения коэффициента Пуассона, тем в большей степени значения коэффициента жесткости в нормальном направлении превосходят значения коэффициента жесткости в тангенциальном направлении.

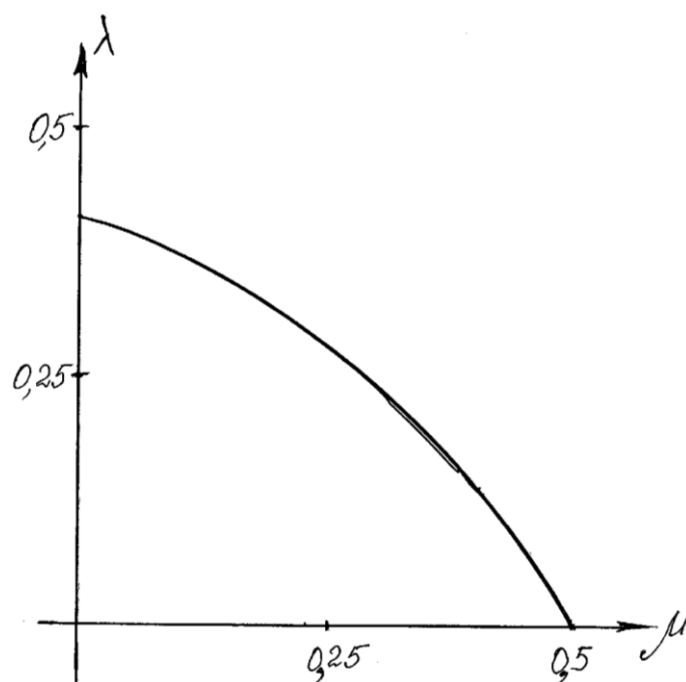


Рис. 3. Зависимость отношения коэффициента жесткости в тангенциальном направлении к коэффициенту жесткости в нормальном направлении от величин коэффициента Пуассона

В диапазоне изменения $0,1 < \mu < 0,2$ значения C_N в 2,8 – 3,3 раза превосходят величины C_τ . Для $0,3 < \mu < 0,4$ превышение значений C_N над величинами C_τ составляет от 4,3 до 7,4 раза. При $\mu > 0,45$ значения C_N более, чем на порядок превосходят величины C_τ . Для $\mu = 0,495$ значения C_N в 125 раз больше величины C_τ .

Для создания оптимальных конструкций резинометаллических шарниров необходимо, чтобы в резиновых прокладках значения удельного давления были $q > 1,5 \cdot 10^7 \text{ н/м}^2$. При этих значениях давлений величина коэффициента Пуассона $\mu > 0,45$. При этих значениях q и μ величина коэффициента жесткости в нормальном направлении более чем на порядок больше значения коэффициента жесткости в тангенциальном направлении.

Значения $q > 1,5 \cdot 10^7 \text{ н/м}^2$ являются нижней оценкой величины давления при создании оптимальных конструкций резинометаллических шарниров. Оно определено из условия одновременной реализации максимальных жесткостных значений в нормальном направлении и минимальных жесткостных характеристик в тангенциальном направлении.

Верхняя граница значений удельных давлений определяется условиями работоспособности резинометаллического шарнира. Для обеспечения работоспособности шарнира необходимо, кроме задач напряженно-деформированного состояния и удовлетворения условиям прочности, рассмотреть ряд задач устойчивости [2]. В частности, устойчивость первоначальной формы шарнира (общая

задача устойчивости), устойчивость первоначальной формы металлических колец при действии продольных и поперечных сил (местные задачи устойчивости). В первом приближении, на основании формулы (12), для повышения значения критических сил необходимо выбирать резину с максимальным значением модуля упругости.

Выводы

1. Разработана теоретико-экспериментальная методика для оценки величин механических характеристик тонкого резинового слоя.

2. Определены механические характеристики для двух марок резины: вакуумной резины и резины ИРП.

3. Значения модуля упругости для вакуумной резины составило $E = 1,9 \cdot 10^7$ н/м², для резины ИРП – $E = 3,9 \cdot 10^7$ н/м².

4. Значения коэффициента Пуассона μ представлены зависимостью от величин удельного давления q . На этой зависимости выделены три характерных участка. На первом участке, который определяется значениями $0 < q < (1 - 3) \cdot 10^6$ н/м², зависимость $\mu(q)$ носит линейный характер и имеет достаточно большое значение градиента по сравнению с последующими участками. Второй участок – $(1 - 3) \cdot 10^6 < q < 10^7$ н/м² характеризуется квадратичной зависимостью. Причем кривая – выпукла, что обуславливает снижение величин градиента с увеличением значений давлений. Для третьего участка – $q > 10^7$ н/м² характерны большие значения коэффициента Пуассона ($\mu > 0,48$), малые значения градиента и стремление значений Пуассона к $\mu = 0,5$ при увеличении значений давлений независимо от марки резины.

5. Значения коэффициента Пуассона для вакуумной резины выше значений этого коэффициента для резины ИРП при одних и тех же величинах давлений. Для значений модулей упругости и, соответственно, значений коэффициентов жесткости наблюдается обратная картина.

Практические рекомендации

1. Условием одновременной реализации максимальных значений жесткостных характеристик резинометаллического шарнира в нормальном направлении и минимальных значений жесткости в тангенциальном направлении является обеспечение в резиновых прокладках значений давлений $q > 1,5 \cdot 10^7$ н/м². Это является нижней границей значений давлений для создания оптимальных конструкций резинометаллических шарниров и не зависит от марки резины.

2. Верхняя граница величин давлений определяется условиями работоспособности шарнира. При этом, кроме задач напряженно-деформированного состояния элементов шарнира и удовлетворения условиям прочности и жесткости, необходимо рассмотрение ряда задач общей и местной устойчивости первоначальной формы элементов шарнира и шарнира в целом.

3. Для повышения значений критических сил, определяемых на основе решения задач устойчивости, рекомендуется выбирать марку резины с максимальным значением модуля упругости.

Направления дальнейших исследований

На основе настоящих и предыдущих исследований будет проведен анализ и обобщение результатов с целью создания единой методики по проектированию оптимальных конструкций резинометаллических шарниров.

Библиографические ссылки

1. Семененко В. П. Теоретико-экспериментальные исследования жесткостных характеристик резинометаллических пакетов / В. П. Семененко // Системне проектування та аналіз характеристик аерокосмічної техніки: *зб. науков. праць*. – Д.: Пороги, 2012. – Т. XIV. – С. 70–83.
2. Семененко В. П. Некоторые задачи работоспособности резинометаллических шарниров / В. П. Семененко // Космическая техника. Ракетное вооружение: *сб. научн.-техн. статей*. – Д.: ГП «КБ «Южное», 2012. – Вып. 1. – С. 149–161.

Надійшла до редколегії 02.04.2013

УДК 629.7.015.3

В. П. Семененко, П. В. Семененко

Институт транспортных систем и технологий НАН Украины «Трансмаг»

ПРОТЯЖЕННОСТЬ ТРАНСЗВУКОВОЙ ЗОНЫ ПОЛЕТА РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ И ВРЕМЯ ЕЕ ПРОХОЖДЕНИЯ

На основі раніше одержаних співвідношень розраховані чисельні значення довжини трансзвукової зони та час її проходження.

Ключові слова: трансзвукова зона польоту ракети-носія, коефіцієнт енергоозброєння, число Маха.

На основании ранее полученных соотношений рассчитаны численные значения протяженности трансзвуковой зоны и время ее прохождения.