

# ІНТЕГРОВАНІ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ.

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ



О. Ролько, інженер, ТОВ «ЧПК», м. Черкаси

ИНТЕГРИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ

О. Ролько, инженер, ООО «ЧПК», г. Черкассы

INTEGRATED MANAGEMENT SYSTEMS. MATHEMATICAL MODELLING

O. Rolko, Engineer, «ChPK» Limited Ltd., Cherkasy

**М**ета статті — дослідити вплив виробничих факторів на показники ІСУ, використовуючи апарат математичного моделювання.

Під час моделювання процесів ІСУ можна виділити два рівні: мікрорівень, на якому досліджуються процеси і підпроцеси; макрорівень, на якому досліджуються ІСУ взагалі.

Будь-який процес — система взаємодій між внутрішніми і зовнішніми факторами. Для процесів ІСУ — це система взаємодій між власником і керівником процесу; між власником і постачальником чи споживачем процесу. На процес впливають внутрішні фактори й зовнішнього середовища (умови праці).

Головні принципи моделювання ІСУ [1]:

- *інтеграція*: спостерігається наявність взаємозв'язку між елементами системи. У результаті елементи втрачають деякі свої властивості під час об'єднання, а у ІСУ з'являються нові властивості, обумовлені властивостями складових;

- *невизначеність*: деякі показники процесів не можуть спостерігатись постійно, (аудит ІСУ обмежений у часі);

У статті наведено результати досліджень впливу виробничих процесів на інтегровану систему управління (ІСУ) м'ясопереробної галузі, виконані із застосуванням математичного моделювання.

Розглянуто вплив на результати діяльності двох факторів зовнішнього середовища. Під час аналізування впливу на показники ІСУ більшої кількості факторів необхідно використовувати програми комп'ютерного забезпечення.

- *інваріантність дослідження*: модель ІСУ може бути інваріантна для будь-яких підприємств харчової промисловості. Зміна процесів виробництва не міняє сутності моделі;

- *головні види діяльності*: у всіх підприємств є схожі види діяльності (управління, регулювання, розподіл тощо).

Під час моделювання в ІСУ необхідно урахувати її властивості:

- *цілісність*: стійкі відносини між елементами системи, при цьому стан будь-якого елемента залежить від стану всієї системи і навпаки;

- *ділімість*: ІСУ може функціонувати як система, яка об'єднує окремо розроблені системи управління (система управління якістю, система управління безпечністю харчових продуктів, система управління безпекою та гігієною праці);

Номер досліджуваного п	Тривалість зміни $X_1$ , год	Рівень шуму $X_2$ , дБА	Кількісні неякісні продукти, $Y$ , кг	$YX_1$	$YX_2$	$X_1^2$	$X_2^2$	$Y^2$	$X_1X_2$	$\bar{Y}_x$
1	8	60	3	16	120	64	3600	4	480	4,298
2	8	55	5	40	275	64	3025	25	440	3,893
3	10	65	6	60	390	100	4225	36	650	6,439
4	12	75	8	96	600	144	5625	64	900	8,985
5	12	60	7	84	420	144	3600	49	720	7,77
6	10	65	7	70	455	100	4225	49	650	6,439
7	10	60	8	80	480	100	3600	64	600	6,034
8	8	50	3	24	150	64	2500	9	400	3,488
9	8	50	2	16	100	64	2500	4	400	3,488
10	9	60	8	72	480	81	3600	64	540	5,166
Разом	95	600	56	558	3470	925	36500	368	5780	5,6
Сер. знач.	9,5	60	5,6	55,8	347	92,5	3650	36,8	578	5,6

▪ *різноманітність*: кожна складова частина ІСУ характеризується своїми показниками;

▪ *спостережливість*: проводиться моніторинг усіх входів і виходів системи;

▪ *адаптація*: ІСУ може змінювати значення своїх показників під впливом внутрішніх та зовнішніх факторів з метою постійного поліпшення процесів діяльності.

У багатьох випадках на результативну ознаку впливає не один, а кілька факторів, що характерно для ІСУ. Модель описується показниками її функціонування. Для дослідження кількісних показників ІСУ доцільно використати математичне моделювання.

### Етапи побудови математичної моделі

#### 1. Визначення цілі

Під час аналізування ІСУ, з метою постійного поліпшення її процесів, виявляються проблеми, які потрібно вирішувати. Використовуючи методи генерації ідей та досягнення консенсусу (метод мозкового штурму, метод номінальних груп, діаграму споріднення), визначається ціль дослідження, досягнення якої дозволить усунути виявлені недоліки ІСУ.

#### 2. Визначення завдання дослідження

Проводиться ідентифікація системи: визначаються параметри або показники ІСУ, які підлягають дослідженню. Визначається призначення математичної моделі (визначення впливу вхідних факторів на вихідні характеристики системи, сила зв'язку між змінними величинами).

#### 3. Побудова концептуальної моделі

У [2] запропоновано модель ІСУ, яку можна використати для побудови математичної моделі. Ця модель дозволяє оцінити вплив зовнішнього середо-

вища на ІСУ, визначити цілі ІСУ та ресурси, необхідні для їх досягнення. Необхідність дослідження виникає із реальної ситуації, коли результати роботи системи не задовольняють встановлені вимоги та сподівання замовників. У цій моделі визначається кількість показників, які характеризують ІСУ, визначаються обмеження та цілі.

#### 4. Побудова плану дослідження

У плані відображається: терміни обстеження системи, опис процесів та функцій, взаємодія між елементами системи.

#### 5. Проведення дослідження

Результати етапів дослідження реєструються у вигляді таблиці, аналізування якої дозволить отримати показники стану ІСУ взагалі.

#### 6. Розрахунки

У проведеному експерименті досліджувався вплив на результативний показник — кількість виробленої неякісної продукції, двох факторів: тривалість робочої зміни та рівень шуму (таблиця).

Багатофакторний кореляційно-регресійний аналіз на основі [3, 4] дає змогу оцінити ступінь впливу на досліджуваний результативний показник кожного із уведених у модель факторів за фіксованого положення на середньому рівні інших факторів. Важливою умовою є відсутність функціонального зв'язку між факторами.

Математично завдання зводиться до знаходження аналітичного виразу, який найкраще відображає зв'язок факторних ознак з результативною, тобто знаходження функції:

$$\bar{Y} = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n), \quad (1)$$

де  $\bar{Y}$  — результативна ознака;

$X_i$  — ознака  $i$ -го фактору.

Ця функція відображає реальні зв'язки між досліджуваним показником і факторами, які можна розрахувати із використанням:

$$\bar{Y}_x = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots + a_n X_n \quad (2)$$

Для розрахунку параметрів рівняння:

$$\bar{Y}_x = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2$$

де:  $\bar{Y}_x$  — розрахункові значення результативної ознаки-функції;

$X_1, X_2$  — факторні ознаки;

$a_0, a_1, a_2$  — параметри рівняння, які можна обчислити способом найменших квадратів, розв'язавши систему рівнянь:

$$\begin{aligned} \sum Y &= n a_0 + a_1 \sum X_1 + a_2 \sum X_2; \\ \sum Y X_1 &= a_0 \sum X_1 + a_1 \sum X_1^2 + a_2 \sum X_1 X_2; \\ \sum Y X_2 &= a_0 \sum X_2 + a_1 \sum X_1 X_2 + a_2 \sum X_2^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Кожний коефіцієнт рівняння (3) вказує на ступінь впливу відповідного фактора на результативний показник, тобто зі зміною окремого фактора змінюється результативний показник. Вільний член рівняння множинної регресії (3) економічного змісту не має.

Рівняння зв'язку для досліджуваної ІСУ, яке вказує залежність результативної ознаки від двох факторних, має вигляд:

$$\bar{Y}_x = -7,506 + 0,868 X_1 + 0,081 X_2. \quad (4)$$

Отже, зі збільшенням тривалості зміни на 1 годину кількість невідповідної продукції збільшується на 0,868 кг, а при збільшенні рівня шуму на 1 децибел кількість невідповідної продукції збільшується на 0,081 кг.

Підставивши в рівняння (4) значення  $X_1$  і  $X_2$ , отримаємо відповідні значення змінної середньої  $\bar{Y}_x$ , які досить близько відтворюють фактичний рівень невідповідної продукції. Це свідчить про правильний добір форми математичного вираження кореляційного зв'язку між трьома досліджуваними ознаками.

Однак на підставі коефіцієнтів регресії не можна судити, яка з факторних ознак найбільше впливає на результативну, оскільки коефіцієнти регресії між собою непорівнювані, адже їх виражено різними одиницями. З метою визначення порівняльної сили впливу окремих факторів обчислюємо часткові коефіцієнти еластичності  $\varepsilon_i$  та бета-коефіцієнти  $\beta_i$  за формулами:

$$\varepsilon_i = a_i \frac{\bar{X}_i}{\bar{Y}}; \beta_i = a_i \frac{\sigma_{x_i}}{\sigma_y} \quad (5)$$

де:  $a_i$  — коефіцієнт регресії  $i$ -го фактору;

$\bar{X}_i$  — середнє значення  $i$ -го фактору;

$\bar{Y}$  — середнє значення результативної ознаки;

$\sigma_{x_i}$  — середнє квадратичне відхилення  $i$ -го фактору;

$\sigma_y$  — середнє квадратичне відхилення результативної ознаки.

Часткові коефіцієнти еластичності  $\varepsilon$  показують, на скільки процентів у середньому зміниться результативна ознака при зміні на 1 % кожного фактора та фіксованому положенні інших факторів.

Для визначення факторів, які мають найбільші резерви поліпшення досліджуваної ознаки, з урахуванням ступеня варіації факторів, закладених у рівняння множинної регресії, обчислюють бета-коефіцієнти  $\beta$ , які показують, на яку частину середнього квадратичного відхилення змінюється результативна ознака при зміні відповідної факторної ознаки на значення її середнього квадратичного відхилення.

На підставі даних (5) обчислимо коефіцієнти еластичності:

$$\varepsilon_1 = a_1 \frac{\bar{X}_1}{\bar{Y}} = 1,472; \varepsilon_2 = a_2 \frac{\bar{X}_2}{\bar{Y}} = 0,868.$$

Аналіз часткових коефіцієнтів еластичності показує, що за абсолютним приростом найбільший вплив на зниження якості продукції має тривалість робочої зміни — фактор  $X_1$ , зі збільшенням якого на 1 % кількість невідповідної продукції збільшується на 1,47 %, а при збільшенні рівня шуму —  $X_2$  на 1 % — кількість невідповідної продукції збільшується на 0,87 %.

Для розрахунку бета-коефіцієнтів обчислюємо відповідні середні квадратичні відхилення:

$$\sigma_{x_1} = \sqrt{X_1^2 - \{X_1\}^2} = 1,5; \sigma_{x_2} = \sqrt{X_2^2 - (X_2)^2} = 7,071,$$

$$\sigma_y = \sqrt{\bar{Y}^2 - (\bar{Y})^2} = 2,332,$$

$$\text{Тоді } \beta_1 = a_1 \frac{\sigma_{x_1}}{\sigma_y} = 0,561. \beta_2 = a_2 \frac{\sigma_{x_2}}{\sigma_y} = 0,246.$$

Аналіз бета-коефіцієнтів показує, що на якість продукції найбільший вплив із двох досліджуваних факторів з урахуванням їхньої варіації має фактор  $X_1$  — тривалість робочої зміни.

Для характеристики щільності зв'язку в множинній лінійній кореляції використаємо множинний коефіцієнт кореляції:

$$R_{yx_1 x_2} = \sqrt{\frac{r_{yx_1}^2 + r_{yx_2}^2 - 2r_{yx_1} r_{yx_2} r_{x_1 x_2}}{1 - r_{x_1 x_2}^2}},$$

де:  $r_{yx_1}, r_{yx_2}, r_{x_1 x_2}$  — парні коефіцієнти лінійної кореляції.

Множинний коефіцієнт кореляції показує, яку частину загальної кореляції складають коливання під впливом факторів  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ , закладених у багатофакторну модель для дослідження. Його значення перебуває у межах від 0 до  $\pm 1$ . За  $R = 0$  зв'язку між досліджуваними ознаками немає, за  $R = 1$  — зв'язок функціональний. ▶

Для розрахунку множинного коефіцієнта кореляції для дослідження ІСУ обчислюємо парні коефіцієнти кореляції:

$$r_{yx_1} = \frac{\overline{YX_1} - \overline{Y}\overline{X_1}}{\sigma_y \sigma_{x_1}} = 0,743,$$

$$r_{yx_2} = \frac{\overline{YX_2} - \overline{Y}\overline{X_2}}{\sigma_y \sigma_{x_2}} = 0,667,$$

$$r_{x_1x_2} = \frac{\overline{X_1X_2} - \overline{X_1}\overline{X_2}}{\sigma_{x_1} \sigma_{x_2}} = 0,754.$$

Високі значення парних коефіцієнтів кореляції засвідчують сильний вплив / окремо / тривалості робочої зміни та рівня шуму на якість продукції, підставивши значення, отримуємо:  $R_{yx_1x_2} = 0,762$ .

Обчислений множинний коефіцієнт кореляції  $R = 0,762$  показує, що між двома факторними і результативною ознаками існує щільний зв'язок. Це означає, що вибрані фактори суттєво впливають на досліджуваний показник.

#### ВИСНОВКИ

1. Математична модель ІСУ є універсальною, придатною для використання під час аналізування діяльності будь-якого підприємства харчової галузі.

2. Математична модель ІСУ забезпечує достовірність результатів, які базуються на кількісних інтегрованих показниках і дає можливість накопичення і постійного аналізу інформації щодо рівня якості

продукції та причини, що зумовлюють вироблення неякісної продукції.

3. Наведений приклад дослідження впливу виробничого середовища на якість виробленої продукції показує, що із збільшенням рівня шуму та тривалості робочої зміни якість продукції знижується.

4. Використовуючи цю модель, можна поглибити економічний аналіз, вводячи у модель більшу кількість суттєвих факторів, які впливають на досліджувану ознаку. ■

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Гринин А.С., Орехов Н.А., Новиков В.Н. Математическое моделирование в экологии: Учебное пособие для вузов. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. — 269 с. — (Серия «Oikos»).
2. Віткін Л.М. Формування методичних і нормативних засад для впровадження міжнародних стандартів ISO у вищих навчальних закладах [Текст]: дис...канд. техн. наук: 05.01.02 / Київський національний університет технологій та дизайну. — захищена 07.10.05 : К., 2005. — 306 с.
3. Вашків П.Г. Теорія статистики: Навчальний посібник / П.Г. Вашків, П.І. Пастер, В.П. Сторожук та інші. — К.: Либідь, 2001. — 320 с.
4. Уманець Т.В. Загальна теорія статистики: Навчальний посібник. — К.: Знання, 2006. — 239 с.

**Науково-технічний центр «СТАНКОСЕРТ» (м. Одеса)**

**Науково-методичний центр «Вірність якості» (м. Москва)**

**30 березня - 1 квітня 2010 р. в Одесі (Україна)**

проводять традиційну X міжнародну конференцію

**«Теорія та практика впровадження сучасних систем управління»**

Основні теми конференції:

- Теорія та практика створення та підтримки систем управління
- Формування інтегрованих систем управління на основі стандартів ISO 9001, ISO 14001, ISO 26000, ISO 28000, ISO/IEC 27001, OHSAS 18001
- Практика застосування інструментів якості в системах управління
- Застосування методології HACCP та вимог ISO 22000 у харчовій промисловості
- Застосування економічних методів у системах управління
- Досвід сертифікації систем управління
- Питання технічного регулювання: технічні регламенти, гармонізовані стандарти, оцінювання ризиків, СЕ-маркування та вихід на ринок ЕС

**Передбачається участь у Одеській Гуморині 1 квітня**

Інформацію про попередні конференції Ви зможете знайти на нашому сайті: [www.ukrtest.com](http://www.ukrtest.com)

**Довідки та збір заявок:**

65101, м. Одеса 101, вул. Люстдорфська дор., 96 (а/с 83), НТЦ «СТАНКОСЕРТ»

Тел/факс: (0482) 471-452, 440-291, 445-094

e-mail: [iso@ukrtest.com](mailto:iso@ukrtest.com), [anna@ukrtest.com](mailto:anna@ukrtest.com)

