

**ПОИСК ИСТИНЫ В МОДУЛЯХ УПРУГОСТИ
ДРЕВЕСИНЫ E И E' ПРИ РАСЧЕТЕ СЖАТО-
ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

**SEARCH FOR TRUTH IN MODULES OF ELASTICITY OF WOOD
E AND E' FOR CALCULATIONS OF THE COMPRESSED-
BENDING ELEMENTS**

*к.т.н., проф. Клименко В.З. (Киевский национальный университет
строительства и архитектуры, Украина)*

*к.т.н., доц. Михайловский Д.В. (Киевский национальный университет
строительства и архитектуры, Украина)*

*ас. Коваленко М.С. (Киевский национальный университет
строительства и архитектуры, Украина)*

*c.t.s., Prof. Klimentko V. (Kiev National University of Construction and
Architecture)*

*c.t.s., Assist. prof. Mikhaylovskyy D. (Kiev National University of
Construction and Architecture)*

*as. Kovalenko M. (Kiev National University of Construction and
Architecture)*

Существование двух модулей упругости древесины при ее деформациях в пределах упругой работы материала представляется авторам противоестественным. На основе численного исследования разных методик расчета сжато-изгибаемых элементов показана искусственность модуля E' в нормативной методике расчета таких элементов по деформированной схеме.

Ключевые слова: модули упругости E и E' , истинный модуль.

The existence of two module of elasticity of wood at its deformations within the elastic material of the authors seem unnatural. A numerical study of different methods for calculating the beam-bending elements is shown artificiality modulus E' in the normative methodology of calculation of such elements in the deformed scheme.

Keywords: modulus of elasticity E and E' , the true modulus.

Вступление. Появление в СНиП II-25-80 модуля упругости древесины E' в расчетах конструкций на прочность по деформированной схеме оказалось неожиданным. Пособие к нормам

не дало аргументированного обоснования существованию модуля $E' = 300R_c$ ни с физической, ни с исторической позиций. Представления о двух модулях древесины входит в противоречие с фундаментальным физическим свойством твердого тела при деформациях в пределах упругой работы материала. Авторы статьи постарались доказать искусственность модуля E' путем численного исследования методик расчета сжато-изгибаемых деревянных стержней.

Численное исследование методик расчета. Численное исследование проведено в форме сопоставления расчетов по разным методикам. Объект исследования – панели верхних поясов ферм из клееной древесины разной длины. Ширина поперечного сечения панелей одинаковая $b = 12$ см, нагрузка также принята одинаковой $q = 12,5$ кН/м. Считается, что плоская форма изгиба панелей обеспечена. Условия сопоставимости методик расчета заключаются в равенстве напряжений при сложном сопротивлении расчетному сопротивлению $R_c = 15$ МПа при расчете по точной методике с сохранением одинаковыми напряжений сжатия от продольного усилия. Рассчитаны пять типов ферм с параллельными поясами пролетом 36 м и высотой 5 м: 1 – 24 панельная; 2 – 12 панельная; 3 – 8 панельная; 4 – 6 панельная; 5 – 4 панельная, с длиной панелей верхних поясов - 150 см, 300 см, 450 см, 600 см и 900 см соответственно.

Цель численного исследования состояла в установлении количественной доли дополнительного изгибающего момента к моменту от поперечной нагрузки (M_q) в деформированной схеме элемента: 1) абсолютной $\Delta M = M_{расч} - M_q$; 2) относительной по соотношению $(M_{расч} - M_q) / M_q$ при определении $M_{расч}$ по разным методикам.

Методики определения $M_{расч}$

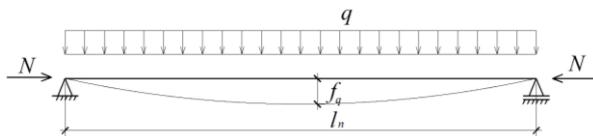
1. Нормативная

$$M_{расч}^1 = M_D = M_q / \xi, \quad (1)$$

$$\text{при } \xi = 1 - \frac{N}{\varphi \cdot A_{сп} \cdot R_c}.$$

Это приближенная методика. В ней не учитывается в явном виде появление в деформированной схеме дополнительного момента от продольной силы.

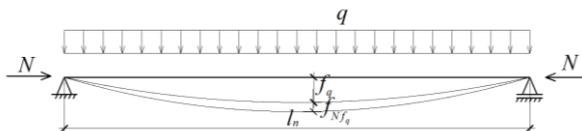
2. Приближенная соответственно деформированной схеме элемента



$$M_{расч}^2 = M_q - N \cdot f_q. \quad (2)$$

Эта методика не учитывает появление в действительной деформированной схеме элемента дополнительного прогиба от изгибающего момента $N \cdot f_q$ и соответствующего дополнительного момента.

3. Точная методика соответственно действительной деформированной схеме элемента



Методика получена решением дифференциального уравнения изогнутой оси сжато-изгибаемого элемента как линейно упругого стержня методом начальных параметров.

$$M_{расч}^3 = \frac{q \cdot l_n^2}{u^2} \cdot \left(\frac{1}{\cos \frac{u}{2}} - 1 \right). \quad (3)$$

где $u = \sqrt{N/EI} \cdot l_n$ - параметр продольного усилия.

Вычисление изгибающих моментов $M_{расч}^i$ по формулам (1), (2), (3) проводилось с использованием для определения коэффициента φ в методике 1 и прогибов f_q и $f_{N \cdot f_q}$ в методиках 2 и 3 модуля упругости $E=10^4$ МПа. Выполняя требование норм, касающееся расчета сжато-изгибаемых элементов по деформированной схеме, моменты $M_{расч}^i$ вычислялись так же с использованием модуля $E'=300R_c$.

Количественный анализ изгибающих моментов $M_{расч}^i$.

При $E=10^4$ МПа

Результаты вычисления $M_{расч}^i$ приведены в графах 10, 11, 12 таблицы 1, соотношение $(M_{расч} - M_q)/M_q$ на графике рис. 1 увеличенные в сто раз.

Таблица 1 - Данные для численного исследования методик расчета сжато-изгибаемых элементов

Тип фермы	№ строки	Длина панели, см	Высота сечения, см	Методика расчета	Коэффициент ξ	Прогиб f_{sp} , см	Изгибающие моменты, кНм					Напряжения, МПа		
							M_q	Nf_q	расчетные			σ_N	σ_M	$\sigma_{кр}$
									M^1	M^2	M^3			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	150	27,05	1	0,898	3,52	3,52	0,169	3,92			12,48	2,68	15,16
	2			E	0,042					3,69	2,52		15,00	
	3			E'	0,093					3,90	2,66		15,14	
	4			E						3,69	2,52		15,00	
	5			E'						3,93	2,69		15,16	
2	1	300	36,45	1	0,833	14,06	14,06		16,88			9,26	6,35	15,61
	2			E	0,272			1,102	15,16	5,71	14,97			
	3			E'	0,605			2,450	16,51	6,21	15,47			
	4			E						15,26	5,74		15,00	
	5			E'						17,01	6,40		15,66	
3	1	450	46,96	1	0,824	31,64	31,64		38,38			7,19	8,70	15,89
	2			E	0,644			2,610	34,25	7,77	14,95			
	3			E'	1,432			5,800	37,44	8,49	15,68			
	4			E						34,48	7,82		15,00	
	5			E'						38,70	8,78		15,96	
4	1	600	57,75	1	0,832	56,25	56,25		67,60			5,84	10,13	15,98
	2			E	1,095			4,436	60,69	9,10	14,94			
	3			E'	2,434			9,857	66,11	9,91	15,76			
	4			E						61,06	9,15		15,00	
	5			E'						68,14	10,22		16,06	
5	1	900	79,45	1	0,855	126,56	126,56		148,03			4,25	11,73	15,97
	2			E	2,129			8,624	135,18	10,71	14,96			
	3			E'	4,732			19,183	145,72	11,54	15,79			
	4			E						135,80	10,76		15,00	
	5			E'						149,05	11,81		16,05	

Разница между изгибающими моментами $M_{расч}^2$ и $M_{расч}^3$

(строки 2 и 4, столбцы 11 и 12) незначительная: в панелях фермы первого типа моменты даже равны; в панелях ферм от типа 2 до типа 5 разница составляет $0,1 \div 0,62$ кНм – не превышая 0,45 % по отношению

к $M_{расч}^2$. Это свидетельство не существенного влияния действительной деформированной схемы сжато-изгибаемого элемента на напряженное состояние. Для инженерных расчетов вполне можно пользоваться методикой 2. Но истина дороже. Поэтому в [1] предложена для расчета сжато-изгибаемых элементов точная методика и она включена в проект украинского нормативного документа по проектированию деревянных конструкций. Нормативная методика 1 дает завышенные по сравнению с методиками 2 и 3 расчетные изгибающие моменты (строка 1, графа 10): разница по типам панелей между $M_{расч}^1$ и максимальным $M_{расч}^3$ составляет от 0,23 до 12,23 кНм или $(M_{расч}^1 - M_{расч}^3) / M_{расч}^1 = 8,26\%$. Нормативная методика вынуждает увеличивать размеры поперечного сечения верхнего пояса фермы. Стремление, при разработке нормативной методики, учесть дополнительный изгибающий момент в деформированной схеме без интегрирования уравнения деформированной оси элемента привело к появлению методики расчета, которая дает запас прочности для сжато-изгибаемых элементов [2]. Необязательный запас не может быть оправданием функционирования в нормативном документе методики расчета, к которой предъявлена серьезная методологическая претензия [3, 4], вызванная ее неадекватностью физическому явлению в сжато-изгибаемых элементах из клееной древесины при их гибкости $\lambda < 55$. В этом случае истина еще дороже. При гибкостях панелей верхних поясов ферм типа 2 – 5 от $\lambda = 28,5$ до 39,2 коэффициент продольного изгиба φ равен соответственно от 3,7 до 1,95. Объяснения такому факту с физической позиции нет [5].

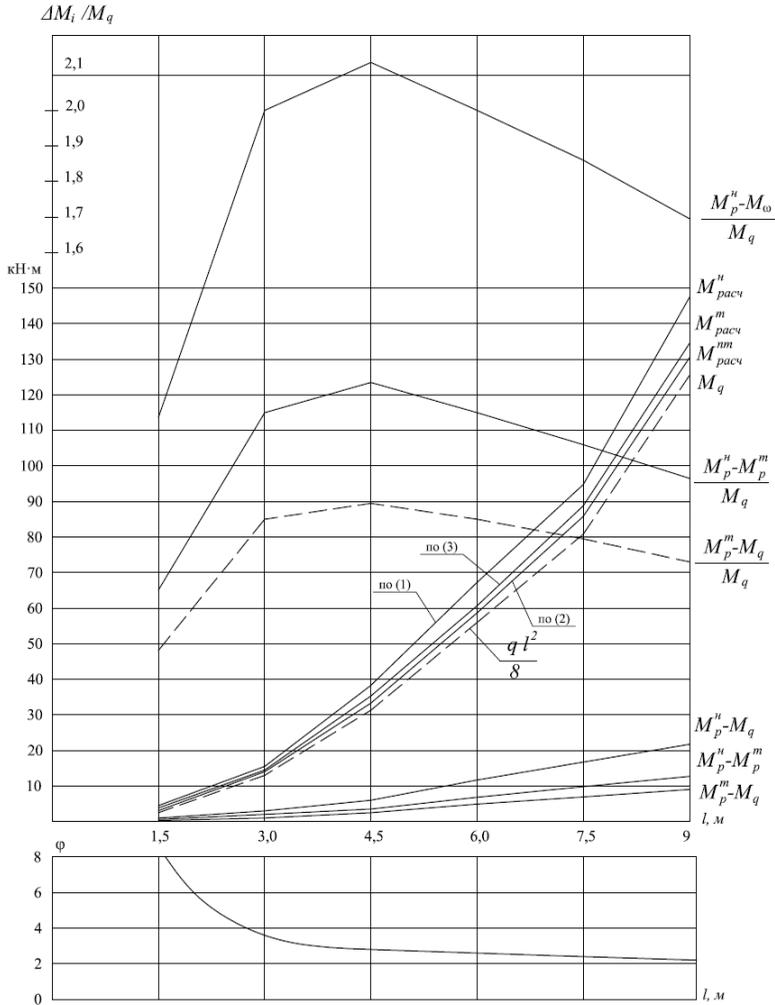


Рисунок 1. Графики зависимости $\Delta M_i / M_q$ и ϕ от длины панели верхнего пояса l

При $E' = 300R_c$ МПа

Изгибающие моменты $M_{расч}^1$ равны при использовании в методике 1 модуля как E так и E' по формуле (1). Это объясняется тем, что коэффициент ϕ в формуле для определения ξ с использованием любого модуля упругости древесины одинаковый. С какой

практической целью сделано в Пособии к СНиП II-25-80 такое заключение с помощью сомнительного с физической позиции доказательства, в результате которого параметр A всегда - $A=\pi^2 \cdot 300$, а $\varphi=A/\lambda^2$?

Авторы не претендуют на справедливость своего ответа на поставленный вопрос, но другого из сравнения методик расчета, о которых идет речь, при E' не видят. Результат сравнения методик любопытный и одновременно неожиданный. Изгибающие моменты $M_{расч}^2$ и $M_{расч}^3$ (строки 3 и 5, столбцы 11 и 12 соответственно) превышают такие же моменты. Найденные при $E=10^4$ МПа. Это естественно, поскольку при E' прогибы сжато-изгибаемых элементов f_q и f_{N-f} больше чем при E , и это учитывается в методиках 2 и 3 в явном виде. Соотношение $(M_{E'}^i - M_E^i)/M_E^i$ в % дает следующий результат:

	по $M_{расч}^2$	по $M_{расч}^3$	при λ
для фермы типа 2	8,9 %	11,46 %	28,5
для фермы типа 5	7,8 %	9,75 %	39,2

Невозможность проведения сравнения изгибающего момента $M_{расч}^1$ в нормативной методике при $A=\text{const}$ показывает, по нашему мнению, об отсутствии истинного физического содержания как в параметре A , так и в нормативной методике при E' . Удовлетворительный результат расчета сжато-изгибаемых элементов по нормативной методике обеспечивается математической структурой формулы для ξ , о чем говорится в [3, 4]. Положительный эффект от этой формулы снижается с увеличением длины и гибкости сжато-изгибаемых элементов, как показано выше: с возрастанием λ коэффициент φ уменьшается и соответственно возрастает величина коэффициента ξ , приближаясь к единице в формуле (1).

Изгибающие моменты $M_{расч}^2$ очень не намного меньше, а $M_{расч}^3$ так же очень не намного больше моментов $M_{расч}^1$ (соответственно строки 3 и 5, столбцы 11 и 12 по сравнению со строками 1, столбец 10). Можно принять, что изгибающие моменты по более точной методике 2 и точной методике 3 при модуле упругости E' равны изгибающему моменту по нормативной методике. Отсюда вытекает ответ авторов на поставленный выше вопрос. Складывается впечатление о том, что сохраняя нормативную методику, к ней «подтянули» более точные методики расчета, введя представление об искусственном модуле упругости древесины, который на методику 1 не повлиял. Считаем, что с методологической позиции не правильно

сохранять нормативную методику, утратившую физическое содержание для определенных сжато-изгибаемых элементов, в нормативном документе. Для аргументации нашего мнения достаточно того, что в сохраняемой методике появляется коэффициент продольного изгиба, превышающий единицу – факт, противоречащий фундаментальным основам сопротивления материалов и теории расчета строительных конструкций.

В рамках проведенного численного исследования сопоставлять прогибы панелей верхних поясов ферм, найденные по трем методикам расчета с использованием модулей упругости E и E' : по нормативной

$$f^1 = M_q / N_{\ominus}, \quad (4)$$

по приближенной

$$f^2 = (5/384)(q \cdot l_n^2 / E \cdot I), \quad (5)$$

по точной

$$f^3 = f_q + f_{N \cdot f_q} = \frac{q \cdot l_n^4}{E \cdot I \cdot u} \left(\frac{1}{\cos u/2} - 1 - \frac{u^2}{8} \right). \quad (6)$$

Результаты вычислений прогибов по формулам (4)-(6) с $E=10^4$ МПа показаны на рис. 2, а; с модулями упругости $E'=300R_c$ на рис. 2, б.

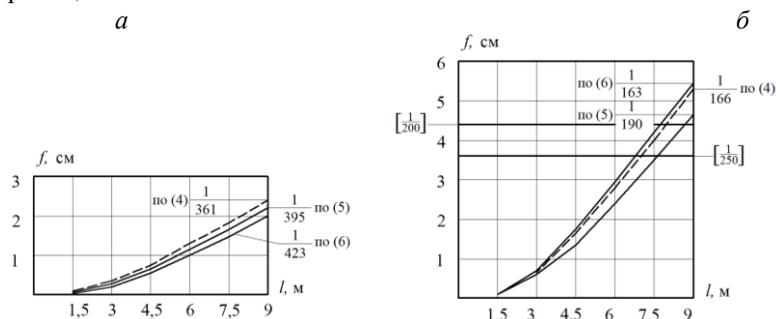


Рис. 2 Графики зависимости прогибов панелей верхних поясов ферм f в зависимости от длины панелей: а) при модуле упругости – $E=10^4$ Мпа; б) при модуле упругости – $E'=300R_c$

В нормах проектирования ничего не говорится относительно прогибов панелей верхних поясов крупнопанельных ферм. В ограничениях прогибов не было необходимости при их вычислении с использованием модуля E при длине панелей даже больших. Об ограничениях f_n/l_n следует задуматься, например, в треугольных

распорных системах с длиной ската больше 12 м, когда их жесткость сравнима с жесткостью стропильных ног, для которых нормы содержат ограничение прогибов. С использованием модуля E' уже при длине панелей $l_n \geq 6$ м их прогиб превышает нормативное ограничение (рис. 2, б), даже равное $(1/200) \cdot l_n$.

Выводы. 1. Ни с физической, ни с теоретической позиций нет оснований вводить в расчет сжато-изгибаемых деревянных элементов на прочность по деформированной схеме и по деформациям, искусственный модуль упругости $E'=300R_c$. 2. Для расчета сжато-изгибаемых элементов надо применить точную методику расчета.

Список литературы

1. Клименко В.З. Предложение по расчету сжато-изгибаемых и внецентренно-сжатых элементов / *Строительная механика и расчет сооружений*. №3 – М. 2011. – С. 8-11.

2. Серов Е.Н., Санников Ю.Д. Проектирование клееных деревянных конструкций: Учеб. пособие. Ч. II. Проектирование рам из прямолинейных элементов / Под ред. Е.Н. Серова; СПб гос. архит.-строит. ун-т – СПб., 1998. – 133 с.

3. Клименко В.З. Философская и методологическая основы расчета сжато-изгибаемых элементов деревянных конструкций / *Сб. научн. тр. Современные металлические и деревянные конструкции*. - Брест. 2009. – С. 119-122.

4. Клименко В.З. Развитие методик расчета сжато-изогнутых элементов в историческом аспекте / *Зб. наук. пр. УкрНДІ Проектстальконструкція*. – Киев. Вип. 5. 2010. – С. 130-139.

5. Клименко В.З. Устранение методологического диссонанса в расчете деревянных элементов, работающих на изгиб со сжатием / *Промислове будівництво та інженерні споруди*. №2. – 2010. – С. 41-44.