

В.П. Малайчук, В.В. Огоренко, С.В. Клименко
**ОБРАБОТКА НЕЧЕТКИХ РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧАХ
КОМПЬЮТЕРНОГО ПСИХОМЕТРИЧЕСКОГО
ТЕСТИРОВАНИЯ**

Предлагается методика повышенной информативности для обработки результатов психометрического тестирования как нечеткого множества логико-лингвистических ответов-решений на вопросы теста, и оценивать исследуемые свойства личности уровнями их принадлежности человеку и степенью его нерешительности при принятии нечетких решений.

Ключевые слова: экстраверсия-интроверсия, нейротизм, психотизм, нечеткие логико-лингвистические ответы, функция принадлежности.

Состояние вопроса и постановка задачи

Человек как личность характеризуется различными индивидуальными показателями психики и психической деятельности, которые проявляются как нечеткие высказывания на вопросы и утверждения. Это эмоциональная нестабильность и стабильность (высокий и низкий невротизм), общительность и замкнутость (экстраинтроверсия), эгоизм и равнодушие (высокий и низкий психотизм), робость и смелость, доверчивость и подозрительность и многие другие свойства. Их можно рассматривать как нечеткие, размытые лингвистические переменные.

Одним из методов получения информации о состоянии психики человека, его характере и темпераменте является компьютерное тестирование: пациенту предлагается ответить на вопросы-утверждения, читаемые с экрана компьютера, которые содержат информацию о нем, как личности, единственной и неповторимой. Вопросы-утверждения тестов формируются таким образом, что ответы на них «Да» или «Нет», «Согласен» или «Не согласен» относятся к крайним значениям выраженности исследуемого нечеткого свойства или черты личности. В ряде тестов рассматриваются три варианта ответов-решений «Да», «Может быть», «Нет» или «Согласен», «Не уверен»,

«не согласен». Они тоже относятся к нечетким логико-лингвистическим высказываниям (решениям), как следствие индивидуальности и неопределенности процессов мышления и умозаключения людей.

Размытые нечетко сформулированные свойства психики предлагается описывать функцией принадлежности этих свойств данному человеку и значения их оценивать по результатам его тестирования. Каждый тест содержит авторские ответы-решения на предложенные автором вопросы-утверждения. Это ключ теста, указывающий на крайние значения выраженности исследуемого психического свойства (оно или есть, или его нет). Совпадение решения с ключом оценивается числом, а не совпадение – нулем.

Классический метод обработки результатов тестирования состоит в подсчете числа совпадений ответов с ключом. Каждому совпадению приписывается определенное число баллов, например, совпадает – это 1, не совпадает – это 0. Если ответы-решения трехвариантные, то совпадения оцениваются двумя баллами, неопределенность – одним баллом, а несовпадение – нуль баллов. Затем подсчитывается число набранных баллов n^* , сравнивается с пороговым значением n_0 и принимается следующие два решения: если $n^* \geq n_0$, то у данной личности это свойство имеет высокий уровень, если $n^* < n_0$, то это свойство отсутствует. При трехуровневом варианте ответов-решений устанавливают два порога принятия решений n_{01} и n_{02} : если $n^* > n_{01}$, то свойство оценивается как высокое; если $n_{02} < n^* < n_{01}$, то оно оценивается как средний уровень, если $n^* < n_{02}$, то предполагается отсутствие этого свойства. Классическая обработка не учитывает размытости свойств, нечеткости решений и неопределенности причинно-следственных связей между выраженностью исследуемого свойства психики и принимаемыми человеком нечеткими решениями. Рассмотрим обработку результатов тестирования, учитывающую причинно-следственные связи между размытостью свойств и нечеткость логико-лингвистических ответов.

Математическая модель психометрического тестирования

В психометрических тестах чаще всего выраженность психического свойства оценивается двумя или тремя нечеткими переменными: 1) высокий уровень, 2) средний уровень, 3) низкий уровень. Им

присваивается имя a, b, c . При тестировании используются два вида вопросов-утверждений, тексты которых характеризуют только высокий уровень исследуемого свойства. Это два вида симптомов: наличие первого a и отсутствие второго c свидетельствуют о высоком уровне исследуемого свойства психики.

Очевидно, что три переменные a, b и c можно рассматривать как причины, порождающие два (Да, Нет) или три (Согласен, Не уверен, Не согласен) нечеткие следствия – решения a^*, b^* и c^* . Причины, которые неизвестны, воздействуют на личность не непосредственно, а через вопросы-утверждения a и c . С учетом неуверенности b число причин, непосредственно порождающих решения a^*, b^* и c^* , (Согласен, Не уверен, Не согласен), четыре. Это aa , cc , cb и ab . Упростим их обозначения $aa = a$, $ab + cb = b$, $cc = c$. Тогда причины a, b, c порождают девять следствий – вариантов решений $a^*a, b^*b, c^*c, b^*a, c^*a, c^*b, a^*b, a^*c, b^*c$. Информация о уровне свойства a и c содержится в решениях a^*a, c^*c, c^*a и соответственно, нерешительности b в решениях b^*b, a^*b, b^*c . В решениях c^*a и a^*c не содержится информация о состояниях a и c , но есть косвенная информация о состоянии b .

Решения характеризуются информативностью. При классической методике обработки каждое из решений aa^* и cc^* оцениваются двумя баллами, а решение bb^* – одним баллом. Их сумма по всем решениям численно равна степени выраженности исследуемого свойства. В таблице 1 и 2 представлены для двух типов вопросов-утверждений варианты матриц информативности состояние-решение, в которых учитывается нечеткость знаний о психике, размытость решений и их причинно-следственных связей.

Таблица 1

$c \backslash p$	a_1	b_1	c_1	n_1
a^*	2	0,5	0	n_{a1}
b^*	0,5	1	0	n_{b1}
c^*	0	0,5	0	n_{c1}

Таблица 2

$c \backslash n$	a_2	b_2	c_2	n_2
a^*	0	0,5	0	n_{a2}
b^*	0	1	0,5	n_{b2}
c^*	0	0,5	2	n_{c2}

Результаты тестирования – это число совпадений решений $a^*a, b^*b_1, b^*b_2, c^*c$ с ключом теста $a^*a_1, b_1^*b, b_2^*b, c^*c_2$. По этим данным оценивается информативность свойства в баллах – высокий k3, средний k2 и низкий k1 уровень

$$k_3 = 2(n_{a1} + n_{c2}) + 0,5(n_{b1} + n_{b2}),$$

$$k_2 = (n_{b1} + n_{b2}) + 0,5(n_{a1} + n_{c2}),$$

$$k_1 = 0,5(n_1 - n_{a1} - n_{b1}) + 0,5(n_2 - n_{c2} - n_{b2}).$$

Для математического описания выраженности данного свойства психики используем функцию принадлежности этого свойства исследуемой личности $\pi(k)$, где k – число баллов по результатам психометрического тестирования. Математическую модель ее представим в виде

$$\pi(k) = \alpha_0 + \alpha_1 k + \alpha_2 k^2.$$

Эта функция должна обладать следующим свойством: ее значение равно нулю, если уровень свойства низкий; равна 0,5, если уровень свойства средний и равна 1, если уровень свойства самый высокий. При помощи этой функции нечеткие, размытые оценки выраженности психического свойства преобразуется в количественные показатели, позволяющие сравнивать между собой выраженности различных свойств и различных личностей, оценивать их изменения со временем.

Предположим, что известно число вопросов-утверждений теста первого и второго типа n_1 и n_2 , число совпадающих ответов-решений на эти вопросы $n_{a1}^*, n_{b1}^*, n_{c2}^*$ и n_{b2}^* , и несовпадающих n_{c1}^* и n_{a2}^* . Между ними имеет место соотношения: $n_{a1}^* + n_{b1}^* + n_{c1}^* = n_1$ и $n_{a2}^* + n_{b2}^* + n_{c2}^* = n_2$. Используя матрицу информативности и эти знания, определим число баллов, концентрирующих высокую выраженность исследуемого свойства k3, среднюю k2 и низкую k1.

Очевидно, что если при тестировании принимались только решения a^*a и c^*c_2 , то $n_{a1} = n_1$, $n_{c2} = n_2$, $k_3 = 2(n_1 + n_2) = 2n$, $k_2 = 0$, $k_1 = 0$ и $\pi(k_3) = 1$. Если были только решения b^*b_1 и b^*b_2 , то $k_2 = n_1 + n_2 = n$, $k_3 = 0$, $k_1 = 0$ и $\pi(k_2) = 0,5$ и если только a^*c_1 и a^*c_2 , то $k_1 = 0,5(n_1 + n_2) = 0,5n$, $k_3 = 0$, $k_2 = 0$ и $\pi(k_1) = 0$.

По этим данным оценим коэффициенты функции принадлежности $\alpha_2, \alpha_1, \alpha_0$, решив систему уравнений

$$\alpha_0 + \alpha_1 k_1 + \alpha_2 k_1^2 = \pi(k_1) = \pi_1,$$

$$\alpha_0 + \alpha_1 k_2 + \alpha_2 k_2^2 = \pi(k_2) = \pi_2,$$

$$\alpha_0 + \alpha_1 k_3 + \alpha_2 k_3^2 = \pi(k_3) = \pi_3.$$

В результате получим

$$\alpha_2 = \frac{(\pi_3 - \pi_1)(k_3 - k_1) - (\pi_2 - \pi_1)(k_3 - k_1)}{(k_2 - k_1)(k_3^2 - k_1^2) - (k_3 - k_1)(k_2^2 - k_1^2)},$$

$$\alpha_1 = \frac{(\pi_2 - \pi_1)(k_3^2 - k_1^2) - (\pi_3 - \pi_1)(k_2^2 - k_1^2)}{(k_2 - k_1)(k_3^2 - k_1^2) - (k_3 - k_1)(k_2^2 - k_1^2)},$$

$$\alpha_0 = \pi_1 - \alpha_1 k_1 - \alpha_2 k_1^2.$$

Таблица 3

$c \backslash n$	a_1	b_1	c_1	n_1
a^*	1,75	0,25	0	n_{a_1}
b^*	0,25	0,75	0	n_{b_1}
c^*	0	0,25	0	n_{c_1}

Таблица 4

$c \backslash n$	a_2	b_2	c_2	n_2
a^*	0	0,25	0	n_{a_2}
b^*	0	1,75	0,25	n_{b_2}
c^*	0	0,25	1,75	n_{c_2}

Для первой матрицы (табл.3), если $k_1 = 0,5n$, то $\pi(k_1) = 0$, если $k_2 = n$, то $\pi(k_2) = 0,5$ и если $k_3 = 2n$, то $\pi(k_3) = 1$. В этом случае эталонная функция принадлежности исследуемого свойства имеет вид

$$\pi_1(k) = -\frac{2}{3} + \frac{3}{2n}k - \frac{1}{3n^2}k^2.$$

Модели эталонных функций принадлежности зависят от матриц информированности. Это априорные знания психиатров о причинно-следственных связях нечетких решений при различных видах расстройств психики.

Для второй матрицы (табл.4), если $k_1 = 0,25n$, то $\pi(k_1) = 0$, если $k_2 = 0,75n$, то $\pi(k_2) = 0,5$ и если $k_3 = 1,75n$, то $\pi(k_3) = 1$, то эталонная функция принадлежности имеет вид

$$\pi_2(k) = -\frac{5}{16} + \frac{4}{3n}k - \frac{1}{3n^2}k^2.$$

Графическое представление функций $\pi(k_1)$ и $\pi(k_2)$ показаны на рис. 1

Эмпирические функции принадлежности.

Исследуем зависимость оценок в баллах k_3 , k_2 и k_0 числа совпадающих с ключом теста решений aa^* , cc^* , bb^* и $0a^*$, $0c^*$. Если они равны n_{ac}^* , n_b^* , n_0^* соответственно, то $k_3 = 2n_{ac}^* + 0,5n_b^*$, $k_0 = 0$, $k_2 = n_b^* + 0,5n_0^* + 0,5n_{ac}^*$. Учитывая, что $n_{ac}^* + n_b^* + n_0^* = n$, где $n_{ac}^* = n$, $n_b^* = 2n$, $n_0^* = 0$, представим k_3 и k_2 в виде

$$k_3 = 0,5n + 1,5n_{ac}^* - 0,5n_0^*,$$

$$k_2 = n - 0,5n_{ac}^* - 0,5n_0^*.$$

Если $n_{ac}^* = n$, что соответствует самому высокому уровню исследуемого свойства, то k_3 и k_2 принимают максимальное и минимальное значения $k_3(\max) = 2n$ и $k_2(\min) = 0,5n$. Если $n_{ac}^* = 0$, $k_3(\min) = 0,5n - 0,5n_0^*$, $k_2(\max) = n - 0,5n_0^*$ и при значении $n_{ac}^* = 0,25n$ и они равны $k_3 = k_2$.

Представим эмпирические функции принадлежности высшего $\pi\left(\frac{n_{ac}^*}{k_3}\right)$ и среднего $\pi\left(\frac{n_{ac}^*}{k_2}\right)$ уровней исследуемого свойства в зависимости от числа совпадений высокого уровня n_{ac}^* для двух вариантов матриц информативности:

1) первый вариант ($n_0^* = 0$)

$$\pi_1\left(\frac{n_{ac}^*}{k_3}\right) = -\frac{2}{3} + \frac{3}{2n}k_3 - \frac{1}{3n^2}k_3^2; \quad k_3 = 0,5n + 1,5n_{ac}^*;$$

$$\pi_1\left(\frac{n_{ac}^*}{k_2}\right) = -\frac{2}{3} + \frac{3}{2n}k_2 - \frac{1}{3n^2}k_2^2; \quad k_2 = n - 0,5n_{ac}^*;$$

2) второй вариант ($n_0^* = 0$)

$$\pi_2\left(\frac{n_{ac}^*}{k_3}\right) = -\frac{5}{16} + \frac{4}{3n}k_3 - \frac{1}{3n^2}k_3^2; \quad k_3 = 0,25n + 1,5n_{ac}^*;$$

$$\pi_2\left(\frac{n_{ac}^*}{k_2}\right) = -\frac{5}{16} + \frac{4}{3n}k_2 - \frac{1}{3n^2}k_2^2; \quad k_2 = 0,75n - 0,5n_{ac}^*.$$

Функции, зависящие от k_3 , описывают уровень принадлежности пациенту исследуемого свойства, а степень его нерешительности при принятии решений в процессе тестирования описываются функ-

циясами, зависящими от k_2 . Их графики совпадают и представлены на рис. 2 .

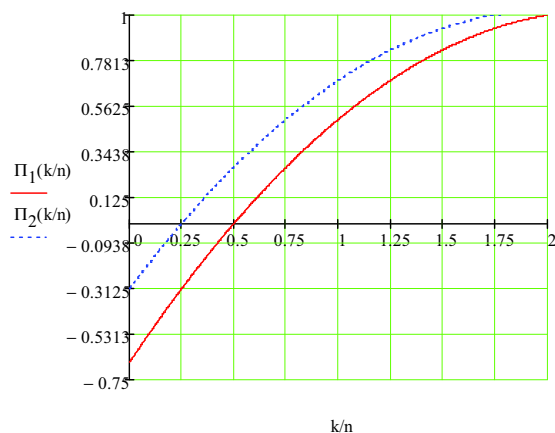


Рисунок 1 – Графическое представление функций принадлежности $\pi(k_1)$ и $\pi(k_2)$

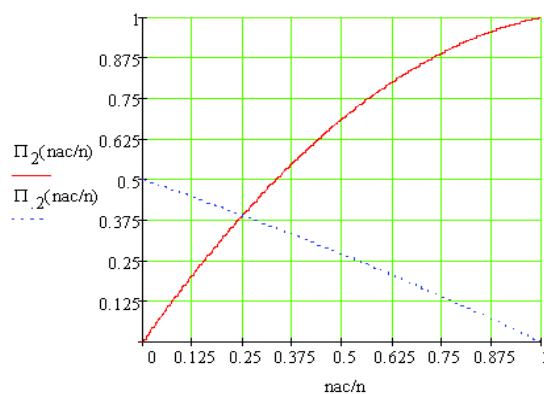


Рисунок 2. – Эмпирические функции принадлежности

Таким образом, из рассмотрения эмпирических функций следует, что информативность психометрического тестирования личности можно повысить, если ответы на вопросы или утверждения тестов рассматривать и обрабатывать как нечеткое множество логико-лингвистических переменных и исследуемые психические свойства оценивать двумя показателями – уровнем их принадлежности человеку и степенью его нерешительности при принятии нечетких решений в процессе тестирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Огоренко В.В. Компьютерная психометрия психических расстройств // В.В. Огоренко, С.В. Клименко / ИВК: «Системные технологии». – НМетАУ. – Днепропетровск. – 2011г. – 163с.