УДК 519.2:004.9

Л.О. Кириченко, Ю.А. Кобицкая, А.В. Стороженко

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЕЙВЛЕТ-ХАРАКТЕРИСТИК ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ В ЭКСПЕРТНОЙ СИСТЕМЕ

Аннотация. В работе проведен сравнительный анализ вейвлет-характеристик детерминированных хаотических и случайных самоподобных реализаций. Показано, что спектр вейвлет-энергии и вейвлет-энтропия отражают характерные особенности фрактальной и корреляционной структуры реализаций. Предложено использовать вейвлет-характеристики в качестве знаний в экспертной системе для различения временных рядов, обладающих фрактальными свойствами.
Ключевые слова: энтропия подобия, вейвлет-декомпозиция, вейвлет-энтропия, хаотическая реализация, самоподобная стохастическая реализация.

Введение и цель

Многочисленные исследования, проведенные в последние десятилетия, показали, что многие информационные, биологические, физические, технологические процессы обладают сложной фрактальной структурой. Математическими моделями сложных систем, проявляющих нерегулярную динамику, являются как случайные, так и детерминированные хаотические процессы. В последние годы для анализа, моделирования и прогнозирования сложных процессов все большее применение находят методы интеллектуального анализа данных. В работе [1] предложена экспертная система (ЭС), предназначенная для исследования фрактальной структуры временных рядов. Для анализа характерных особенностей рядов в базу знаний добавлен блок знаний, определяющий информационную сложность системы. С помощью модифицированной ЭС были проведены исследования фрактальных временных рядов разной природы, которые показали возможность распознавания различных состояний динамики системы [2-4].

Одним из мощных инструментов исследования и классификации временных рядов является анализ, базирующийся на вейвлетпреобразованиях. Кратномасштабный анализ позволяет проводить декомпозицию временного ряда на составляющие с различными частотными диапазонами. Использование вейвлет-характеристик в качестве знаний для ЭС дает возможность распознавания характерных особенностей частотного распределения у фрактальных сигналов.

Целью представленной работы является проведение сравнительного анализа вейвлет-характеристик детерминированных хаотических и случайных самоподобных реализаций для выявления характерных особенностей фрактальной структуры.

Методы исследования

Вейвлет-преобразование одномерного сигнала – это его представление в виде обобщенного ряда или интеграла по системе базисных функций $\psi_{ab}(t)=\frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$, полученных из материнского вейвлета $\psi(t)$, обладающего определенными свойствами за счет операций сдвига во времени b и изменения временного масштаба a. Дискретное вейвлет-преобразование строится с помощью кратномасштабного анализа, основная идея которого состоит в представлении сигнала в виде совокупности его последовательных приближений [5,6].

Кратномасштабный анализ заключается в разбиении исследуемого сигнала $X(t)$ на две составляющие: аппроксимирующую и детализирующую, с последующим аналогичным дроблением аппроксимирующей до заданного уровня декомпозиции сигнала N. В результате декомпозиции сигнал $X(t)$ представляется в виде суммы аппроксимирующей компоненты $\mathrm{approx}_N(\mathrm{t})$ и детализирующих компонент $\mathrm{detail}_j(t)$:

$$X(t)=\mathrm{approx}_N(t)+\sum_{j=1}^{N}\mathrm{detail}_j(t)=\sum_{k=1}^{N_a}\mathrm{apr}(N,k)\,\varphi_{Nk}(t)+\sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{N_j}\det(j,k)\psi_{jk}(t),$$

где N – выбранный максимальный уровень разложения, $apr(N,k)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}X(t)\varphi_{Nk}(t)dt$ – аппроксимирующие вейвлет-коэффициенты уровня N, $\det(j,k)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}X(t)\psi_{jk}(t)dt$ – детализирующие вейвлет-коэффициенты уровня j, N_j – количество детализирующих коэффициентов на уровне j, N_a – количество аппроксимирующих коэффициентов на уровне N.

Величина вейвлет-энергии на заданном уровне вейвлет-разложения j определяется как $E_j = \frac{1}{N_j}\sum_{k=1}^{N_j} \det^2(j,k)$. Набор величин E_j для каждого уровня разложения составляет спектр вейвлет-энергии ряда. Полная вейвлет-энергия спектра представляет собой сумму энергий каждого уровня $E_{tot} = \sum_{j=1}^{N} E_j$. Относительная вейвлет-энергия показывает распределение энергии по уровням разложения: $p_j = \frac{E_j}{E_{tot}}$.

В настоящее время основными характеристиками сложности динамики систем можно считать различные типы энтропии. Вейвлет-энтропия WE является количественной мерой упорядоченности сигнала и определяется по формуле:

$$WE = -\sum_{j=1}^{N} p_j \ln(p_j). \quad (1)$$

Существует разные типы энтропии: энтропия подобия, энтропия шаблонов, многомасштабная энтропия, и др. Энтропия подобия $ApEn$ является статистикой регулярности временного ряда, что определяет возможность его предсказания [7]. Рассмотрим временной ряд $\{x_i\},\ i = 1,...,N$. Пусть вектор $P_m(i)$ – подпоследовательность значений ряда $\{x_i, x_{i+1},..., x_{i+m}\}$ длиной m. Два вектора $P_m(i)$ и $P_m(j)$ будут подобными, если выполняется $\left|x_{i+k} - x_{j+k}\right| < \varepsilon,\ 0 \le k < m$.

Для каждого значения $i = 1,..., N - m + 1$ вычисляется величина $C_{im}(\varepsilon) = \frac{n_{i\,m}(\varepsilon)}{N - m + 1} f$, где: $n_{i\,m}(\varepsilon)$ - число векторов, подобных вектору $P_m(i)$. Энтропия подобия $ApEn$ определяется по формуле

$$ApEn(m,\varepsilon) = \ln\frac{C_m(\varepsilon)}{C_{m+1}(\varepsilon)}, \quad C_m(\varepsilon) = \frac{1}{N - m + 1}\sum_{i=1}^{N-m+1} C_{i\,m}(\varepsilon). \quad (2)$$

 ISSN 1562-9945

Входные данные

Хаотические реализации [8]. Хаос представляет собой сложную форму поведения детерминированной системы в установившемся режиме. Основным свойством таких систем является чувствительная зависимость режима функционирования к сколь угодно малым изменениям начальных условий. Если d_0 – мера начального расстояния между двумя точками, то спустя малое время t расстояние между траекториями, выходящими из этих точек, становится равным $d(t) = d_0 e^{\lambda t}$, где величина λ является показателем Ляпунова. Это обстоятельство ведет к потере детерминированной предсказуемости и хаотическому поведению. Одними из самых простых и наглядных математических моделей, демонстрирующих хаотическое поведение, являются итерируемые отображения вида $x_{n+1} = f(C, x_n)$, где C – управляющий параметр.

Для широкого класса нелинейных функций f последовательность значений $\{x_\mathrm{n}\}_{\mathrm{n}=0}^{\infty}$ является хаотической. Наиболее известным примером хаотических отображений является логистическое отображение. Это одномерное квадратичное отображение, определяемое следующим образом:

$$x_{n+1} = Ax_n(1 - x_n), \tag{3}$$

где A – управляющий параметр, $A \in (0,4]$, а значения $x_n \in [0,1]$.

Стохастические самоподобные реализации [9]. Стохастический процесс $X(t)$ является самоподобным с параметром самоподобия H, если процесс $a^{-H} X(at)$ описывается теми же конечномерными законами распределений, что и $X(t)$. Одной из наиболее известных и простых моделей стохастической динамики, обладающих фрактальными свойствами, является фрактальное броуновское движение (ФБД).

Гауссовский процесс $X(t)$ называется фрактальным броуновским движением с параметром $H, 0 < H < 1$, если приращения случайного процесса $\Delta X(\tau) = X(t+\tau) - X(t)$ имеют гауссовское распределение вида

$$P(\Delta X < x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0 \tau^H} \cdot \int\limits_{-\infty}^{x} \mathrm{Exp}\left[-\frac{z^2}{2{\sigma_0}^2 \tau^{2H}}\right] dz, \tag{4}$$

где σ_0 - коэффициент диффузии. Приращения ФБД называются фрактальным гауссовским шумом (ФГШ).

ФБД с параметром $H = 0.5$ совпадает с классическим броуновским движением. Параметр H, называемый показателем Херста, представляет собой степень самоподобия процесса. Наряду с этим свойством, показатель H характеризует меру долгосрочной зависимости стохастического процесса, т.е. убывание корреляционной функции процесса по степенному закону.

Результаты исследования

Рассмотрим реализации отображения (3) при различных хаотических режимах, которые определяются показателем Ляпунова λ. На рис. 1 слева показаны реализации при значениях управляющего параметра A=3.7, 3.9, 4 (сверху вниз). Соответствующие значения показателя Ляпунова равны λ=0.37, 0.5, 0.69. Большее значение показателя Ляпунова соответствует большей степени хаотичности системы. В правой части рис.1 показаны реализации ФГШ при значениях показателя Херста H=0.3, 0.9, 0.5 (сверху вниз). В случае H=0.5 реализация представляет собой набор независимых нормальных случайных величин. Случай H=0.3 соответствует отрицательной корреляции. При H=0.9 реализация обладает сильной долгосрочной зависимостью.

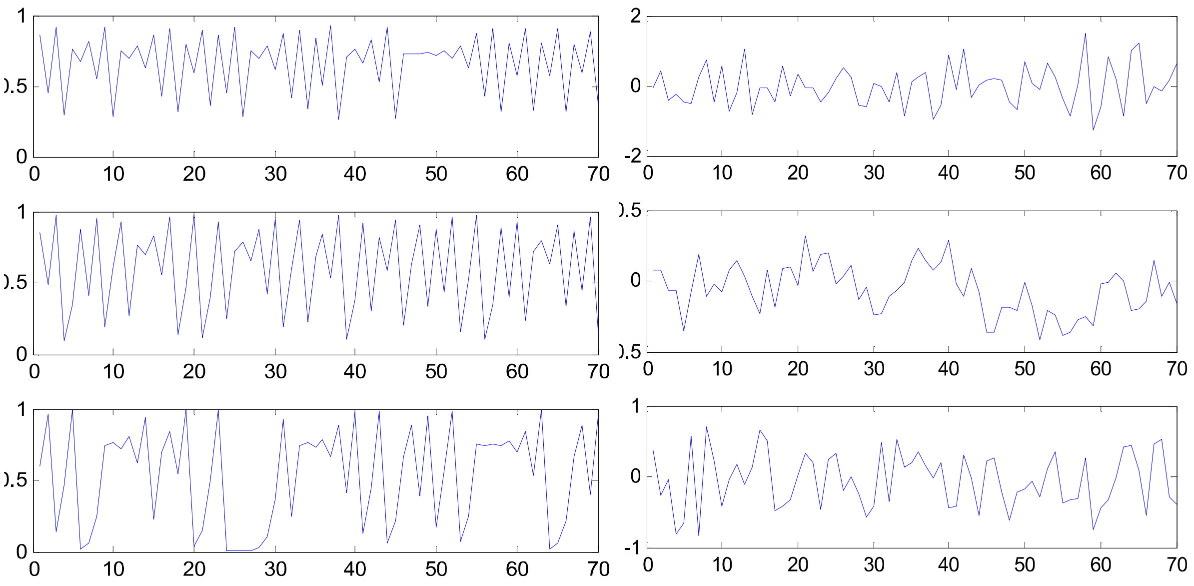

Рисунок 1 – Реализации хаотического отображения
при λ=0.37, 0.5, 0.69 (слева) и
реализации ФГШ при H=0.3, 0.9, 0.5 (справа)

 ISSN 1562-9945

В верхней части рис.2 показаны спектры вейвлет-энергии хаотических реализаций. Очевидно, что при меньших значениях показателя Ляпунова основная энергия процесса сосредоточена в высокочастотных компонентах (начальные уровни декомпозиции). В случае λ=0.69 данная система достигает максимального уровня хаотичности и вейвлет-энергия реализаций распределяется по частотам достаточно равномерно.

Спектры вейвлет-энергии ФГШ представлены в нижней части рис.2. В случае H=0.3 в реализациях преобладают высокочастотные колебания. При H=0.9 процесс обладает долгосрочной зависимостью и вейвлет-энергия сосредоточена на низкочастотных уровнях. В случае H=0.5 вейвлет-энергия реализаций равномерно распределяется по уровням.

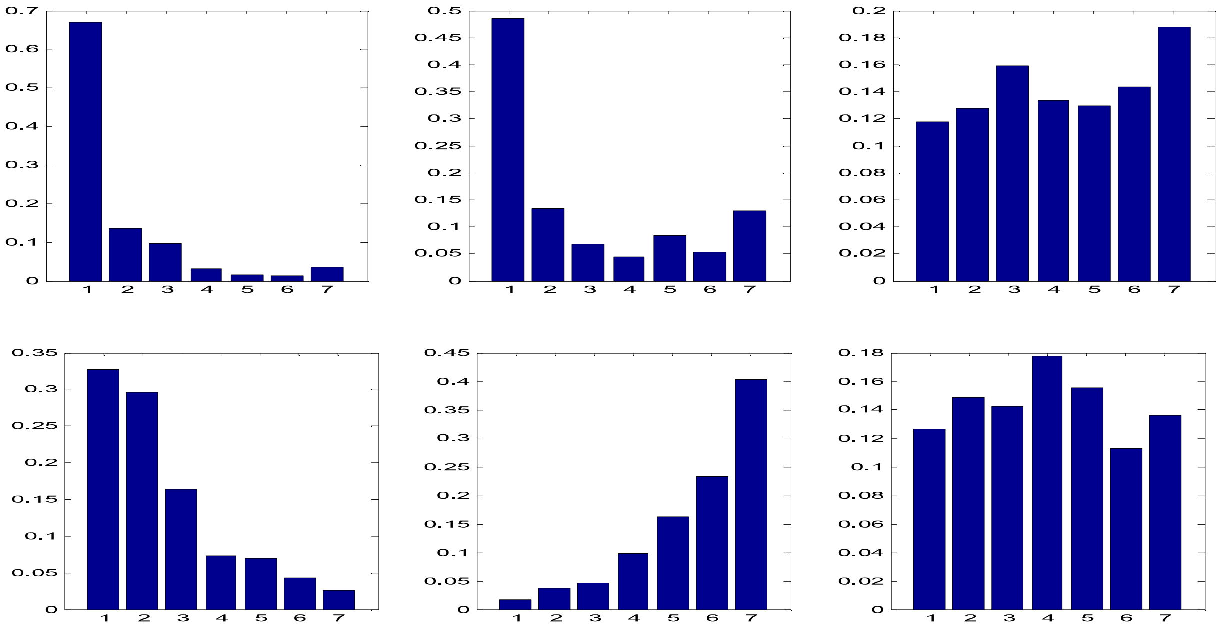

Рисунок 2 – Спектр вейвлет-энергии хаотических реализаций при λ=0.37, 0.5, 0.69 (вверху) и реализаций ФГШ при H=0.3, 0.9, 0.5 (внизу)

В таблице приведены средние значения вейвлет-энтропии (1) и энтропии подобия (2) для хаотических реализаций и реализаций ФГШ. В каждом случае величины энтропии увеличиваются с ростом хаотичности или некоррелированности процесса. Важным аспектом является то, что проведенные исследования выявили некоррелированность величин вейвлет-энтропии W и энтропии подобия ApE. Это позволяет использовать их как независимые параметры при распознавании временных рядов с помощью ЭС.

Таблица

Числовые характеристики сложности реализаций

Логистическое отображение				Фрактальный гауссовский шум		
A	λ	*W*	*ApEn*	*H*	*W*	*ApEn*
3.7	0.37	1.22	0.35	0.3	1.63	1.88
3.9	0.5	1.46	0.49	0.9	1.56	1.67
4	0.69	1.86	0.62	0.5	1.93	1.9

Выводы

В работе проведен сравнительный анализ вейвлет-характеристик детерминированных хаотических и случайных самоподобных реализаций. Показано, что спектр вейвлет-энергии и вейвлет-энтропия отражают характерные особенности фрактальной и корреляционной структуры реализаций. Использование вейвлет-характеристик для распознавания фрактальных сигналов позволяет применять их в качестве знаний для ЭС, что дает возможность более корректно осуществлять исследование и построение математических моделей временных рядов, обладающих фрактальными свойствами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кириченко Л.О. Разработка алгоритмов принятия решений в экспертной системе фрактального анализа / Л.О.Кириченко, О.В.Стороженко, Ю.А. Кобицкая // «Системні технології» - збірник наукових праць. -№3 (86). - 2013. -С.54-61.
2. Kirichenko L. Comparative Analysis of the Complexity of Chaotic and Stochastic Time Series / L. Kirichenko, Yu. Kobitskaya, A. Habacheva // «Радіоелектроніка. Інформатика. Управління» - №2 (31). - 2014 -С.126-134.
3. Кириченко Л.О. Методы распознавания фрактальных временных рядов с помощью характеристик информационной сложности / Л.О.Кириченко, Ю.А. Кобицкая // Сучасні проблеми і досягнення в галузі радіотехніки, телекомунікацій та інформаційних

 ISSN 1562-9945

технологій: VII Міжнар. наук.-практ. конф.: тези доп.- Запоріжжя,2014. -С. 166-167.

4. Кириченко Л.О. Использование экспертной системы для классификации фрактальних временных рядов / Кириченко Л.О., Кобицкая Ю.А., Калиниченко О.В., Чалая Л.Э. // Теорія прийняття рішень: VII-а міжнар. школа-семінар: праці. – Ужгород, 2014.-С. 124.
5. Малла С. Вейвлеты в обработке сигналов: Пер. с англ. / С. Малла. – М.: Мир, 2005. – 671 с.
6. Смоленцев Н. К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB / Н. К. Смоленцев. – М. : ДМК Пресс, 2005. – 304 с.
7. Pincus S.M. Approximate entropy as a measure of system complexity / S.M. Pincus. Proc. // Natl. Acad. Sci. Vol.88, pp. 2297-2301.
8. Мун Ф. Хаотические колебания / Ф. Мун. – М.: Мир, 1990. –304 с.
9. Федер Е. Фракталы / Е. Федер. – М.: Мир, 1991. – 254 с.