

О.О. Подковаліхіна, В.О. Логвіненко, В.Є. Бахрушин

ЗАДАЧА РОЗПОДІЛУ ІНВЕСТИЦІЙ В УМОВАХ СТАТИСТИЧНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Анотація. Здійснено моделювання впливу статистичної невизначеності на оптимальний розв'язок задачі розподілу інвестицій. Показано, що у цьому випадку можливі декілька варіантів планів, які для конкретних реалізацій випадкових параметрів можуть бути оптимальними. Розглянуто альтернативні критерії оптимальності для таких задач.

Ключові слова: задача розподілу ресурсів, статистична невизначеність, оптимальний розв'язок, критерії оптимальності, комп'ютерне моделювання.

Вступ

Моделі динамічного програмування застосовують при розв'язанні таких задач, як розробка правил управління запасами, що встановлюють момент поповнення запасів і обсяг замовлення; розробка принципів календарного планування виробництва і вирівнювання зайнятості в умовах мінливого попиту на продукцію; розподіл дефіцитних капітальних вкладень між можливими новими напрямками їх використання; складання календарних планів поточного і капітального ремонту складного обладнання та його заміни і т.п. Застосування цього методу до розв'язання задач економіки та техніки відображено у роботах Р. Беллмана [1], Г. Вагнера [2], Є.С. Вентцель [3], Ю.П. Зайченка [4], Х. Таха [5] та ін.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Задачі розподілу ресурсів є важливим класом задач динамічного програмування. Детерміновану модель розподілу ресурсів застосовували у своїх роботах для розв'язання задачі розподілу засобів керування ризиками на підприємстві та задачі оптимізації процесу керування ризиками в системі «центр-агенти» [6-7]; задачі оптимального розподілу інвестицій в сільські регіони [8]; задачі розподілу ресурсів в мережевих каноніч-

них структурах [9]; задачі розподілу холдінгом спеціалістів-менеджерів по ліспромхозам [10]; задачі оптимальної політики підприємства з виробництва та реалізації продукції на прикладі підприємства, що займається розведенням та збутом риби [11].

Важливим є врахування випадкового характеру процесів, що виникають в системах. Алгоритми розв'язання стохастичних задач динамічного програмування великих розмірностей для задач розподілу ресурсів розглянуті в роботі [12]. Запропоновані авторами алгоритми можуть бути використані для розв'язання детермінованих та стохастичних (в поєднанні з байєсовським підходом) задач розподілу ресурсів великих розмірностей. Методи розв'язання детермінованих та стохастичних задач моделювання мережі торгівельних підприємств розглянуті в роботі [13]. В цій роботі розрахунок векторів керування для кожного етапу стохастичного процесу є пошуком такого керування, що максимізує значення математичного сподівання цільової функції. В роботі [14] досліджено модель Марковиця оптимізації портфелю за умов стохастичної невизначеності прибутків та розроблено точний підхід до її розв'язання за певних обмежень. В роботі [15] проаналізовано теорію та чисельні методи оптимізації для моделей з імовірнісними обмеженнями. У таких випадках можна вимагати виконання обмежень у середньому або накладати обмеження на функції розподілу. В роботі [16] запропоновано мультиперіодну стохастичну модель лінійного програмування для прийняття інвестиційних рішень з динамічного розподілу активів.

Постановка задачі та результати дослідження

Розглянемо таку задачу розподілу інвестицій (задачу розподілу коштів між підприємствами) [5]. Планується модернізація n підприємств. Для цього виділено кошти обсягом y од. Для кожного підприємства j можлива реалізація декількох альтернативних проектів. Кожен проект характеризується витратами c_{ij} та майбутніми прибутками R_{ij} . На кожному підприємстві можна реалізувати лише один проект. Необхідно обрати для кожного підприємства такий проект, щоб фірма отримала максимальний річний прибуток після реалізації всіх проектів. При цьому припускається, що час реалізації всіх проектів є однаковим.

Відомі декілька алгоритмів [5] розв'язування цієї задачі для наведеної вище детермінованої постановки. Але на практиці витрати і майбутні прибутки точно не відомі. Тому актуальним є її розв'язання в умовах невизначеності. Найпростішим видом невизначеності є статистична невизначеність, яку можна задати функцією розподілу, або типом і параметрами розподілу [2]. Можна очікувати, що у цьому випадку для окремих реалізацій наборів випадкових параметрів оптимальні плани будуть різні. Тому потрібний вибір інших критеріїв оптимальності. Зокрема, це можуть бути математичне сподівання річного прибутку фірми або імовірність отримання прибутку, що перевищує певне задане значення.

Метою дослідження було дослідження впливу статистичної невизначеності і розроблення програмного забезпечення для розв'язання задачі розподілу інвестицій в таких умовах.

Як приклад розглянемо задачу розподілу інвестицій з вхідними даними: $n = 4$, $y = 8$, c_{ij} та R_{ij} , що наведені в таблиці 1.

Таблиця 1

Вхідні дані задачі розподілу інвестицій

Проект	Підприємство №1		Підприємство №2		Підприємство №3		Підприємство №4	
	C	R	C	R	C	R	C	R
1	1	1	2	2	1	1	1	3
2	3	4	4	6	2	3	3	5
3	–	–	–	–	4	7	–	–

Для детермінованого випадку ця задача має два оптимальних плани (1,1,3,1) і (1,2,2,1). При цьому буде отримано максимальний щорічний дохід 13 од.

Тепер розглянемо задачу розподілу інвестицій з вхідними даними c_{ij} та R_{ij} , що підпорядковуються закону неперервного рівномірного розподілу з 10% відхиленням від значень, наведених в таблиці 1. Будемо розв'язувати задачу методом перебору, який реалізуємо за допомогою пакета MATLAB. Значення параметрів c_{ij} та R_{ij} будемо задавати за допо-

могою функції $\text{unifrnd}(A,B)$ пакету Statistics Toolbox програмного середовища MATLAB. Функція $\text{unifrnd}(A,B)$ призначена для генерації псевдовипадкових чисел, які підпорядковуються неперервному рівномірному розподілу на відрізьку $[A,B]$. Параметри A та B для кожного числа c_{ij} та R_{ij} (табл. 1) задавали такими: $A = 0,9c_{ij}$, $B = 1,1c_{ij}$ та $A = 0,9R_{ij}$, $B = 1,1R_{ij}$. Далі перебираємо всі можливі розв'язки задачі, для кожного підраховуємо суму витрат. Потім перевіряємо, чи сума витрат не перевищує y – порогове значення витрат. Якщо ні, то обчислюємо суму доходів. Серед отриманих доходів обираємо максимальне значення та відповідний план (номера проектів для кожного підприємства).

Було проведено 2720 запусків програми. Отримали 5 варіантів оптимальних розв'язків, що відповідають різним реалізаціям наборів випадкових параметрів. Розподіл прибутків для цих варіантів ілюструють діаграми типу «ящик з вусами», побудовані за допомогою функції $\text{boxplot}()$ мови R (рис. 1). Нижня та верхня сторона прямокутників відповідають першому та третьому квантилям розподілу, відрізок у середині прямокутника – медіані розподілу, вуси поширюються до крайніх точок даних. Ширина прямокутників відображає відмінності у кількості запусків, для яких відповідний варіант виявився оптимальним.

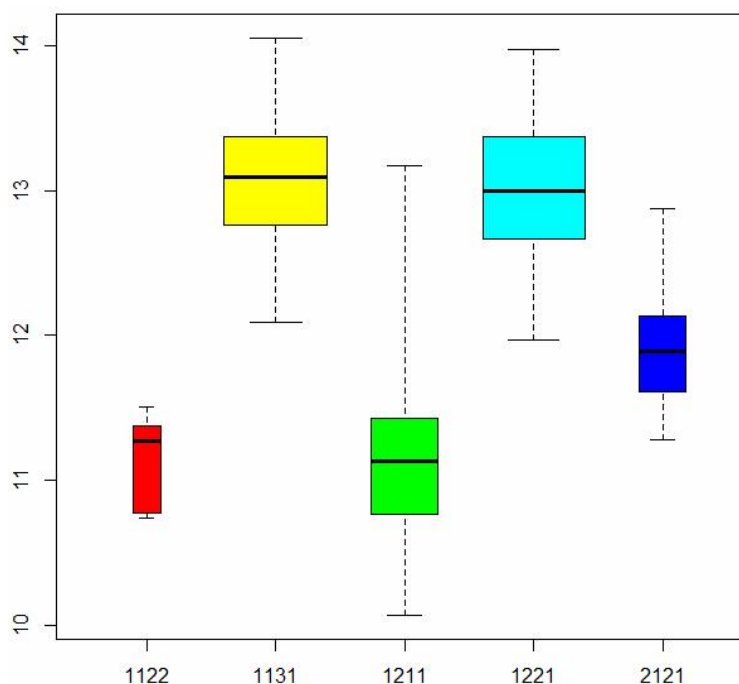


Рисунок 1 – Візуалізація розв'язків задачі розподілу інвестицій

Проаналізуємо отримані результати за такими критеріями оптимальності:

- середній арифметичний прибуток;
- медіанний прибуток;
- імовірність отримати прибуток, що перевищує певну величину.

Для останнього критерію візьмемо величини, що дорівнюють 11, 12, 13 та 13.5 од. Результати наведено у табл. 2.

Таблиця 2

Аналіз розв'язків за критеріями оптимальності

Критерії	План				
	(1,1,2,2)	(1,1,3,1)	(1,2,1,1)	(1,2,2,1)	(2,1,2,1)
Середній арифметичний прибуток	11.13	13.07	11.07	12.98	11.91
Медіанний прибуток	11.27	13.1	11.13	12.99	11.89
Імовірність отримати прибуток, що перевищує 11 од.	66%	100%	60%	100%	99,5%
Імовірність отримати прибуток, що перевищує 12 од.	0%	100%	0.2%	97%	39%
Імовірність отримати прибуток, що перевищує 13 од	0%	57%	0.2%	46%	0%
Імовірність отримати прибуток, що перевищує 13.5 од	0%	15%	0%	13%	0%

На основі порівняння значень за всіма зазначеними критеріями, можна зробити висновок, що для задачі розподілу інвестицій з вхідними параметрами c_{ij} та R_{ij} що підпорядковуються закону неперервного рівномірного розподілу з 10% відхиленням від детермінованих значень цих параметрів, оптимальним є план (1,1,3,1). Проте відзначимо, що оптима-

льні розв'язки, що відповідають різним критеріям, у загальному випадку можуть бути різними.

Висновки

Методами комп'ютерного моделювання досліджено задачу оптимального розподілу інвестицій в умовах статистичної невизначеності. Запропоновано різні варіанти критеріїв оптимальності та розроблено програмну реалізацію розв'язання задачі для цих критеріїв.

ЛІТЕРАТУРА

1. Беллман Р. Динамическое программирование и современная теория управления / Р. Беллман, Р. Кабала. – М.: Изд-во «Наука», 1969. – 119 с.
2. Вагнер Г. Основы исследования операций / Г. Вагнер. – М.: Изд-во «Мир», 1973. – Т. 3. – 501 с.
3. Вентцель Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология: учебное пособие / Е.С. Вентцель. – М.: КНОРУС, 2013. – 192 с.
4. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій: навч. посібн. [для студ. ВНЗ] / Ю.П. Зайченко. – К.: ЗАТ «ВІПОЛ», 2000. – 687 с.
5. Таха Хемди А. Введение в исследование операций / Хемди А. Таха. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. – 912 с.
6. Ростова Е.П. Постановка задачи динамического программирования для распределения средств по управлению рисками на предприятии. Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2013. – №6 (4), том 15. – С. 1078-1081.
7. Ростова Е.П. Математическая модель оптимального распределения средств на управление рисками в системе «центр-агенты» с помощью динамического программирования. Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Серия: Социальные науки. – 2016. – №2 (42). – С. 57-62.
8. Петлін І.В., Цегелик Г.Г. Використання методу динамічного програмування для підвищення ефективності інвестиційної діяльності у сфері сільського зеленого туризму. Науковий вісник НЛТУ України. – 2013. – Вип 4, том 23. – С. 307-314.
9. Прилуцкий М.Х., Кумагина Е.А. Управляемый фронтальный алгоритм решения задачи распределения ресурсов в сетевых канонических структурах. Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2008. – №6. – С. 152-155.

10. Костюкевич В.М., Давыдков Г.А., Хотина И.Г. Оптимальное распределение ресурсов с использованием динамического программирования. *Resources and Technology*. – 2008. – Том 7. – С.49 -51.

11. Сутягина Н.И. Метод динамического программирования при принятии микроэкономического решения. *Вестник НГИЭИ*. – 2014. – №11 (42). – С. 72-77.

12. Докучаев А.В., Котенко А.П. Алгоритмы решения стохастических задач динамического программирования большой размерности. *Вестник Самарского государственного технического университета. Серия Физико-математические науки*. – 2008. – №2 (17). – С. 203-209.

13. Сергеев С.М. Математическое моделирование сети торговых предприятий. *Вестник Воронежского государственного технического университета*. – 2012. – Вып. 1, том 8. – С. 66-71.

14. P. Bonami, M. A. Lejeune. Optimization Problems Under Stochastic and Integer Constraints. *Operations Research*. – 2009. – V. 57, No 3. – P. 650 – 670.

15. Dentcheva D. (2006) Optimization Models with Probabilistic Constraints. In: Calafiore G., Dabbene F. (eds) Probabilistic and Randomized Methods for Design under Uncertainty. Springer, London. – P. 49 – 97.

16. Norio Hibiki. Multi-period stochastic optimization models for dynamic asset allocation. *Journal of Banking & Finance*. –2006.–V.30, Is. 2.–P.365-390.

REFERENCES

1. Bellman R. Dinamicheskoe programmirovaniye i sovremennaya teoriya upravleniya / R. Bellman, R. Kabala. – M.: Izd-vo «Nauka», 1969. – 119 s.

2. Vagner G. Osnovyi issledovaniya operatsiy / G.Vagner. – M.: Izd-vo «Mir», 1973. – Т. 3. – 501 s.

3. Venttsel E.S. Issledovanie operatsiy. Zadachi, printsipyi, metodologiya: uchebnoe posobie / E.S. Venttsel. – M.: KNORUS, 2013. – 192 s.

4. Zaichenko Yu.P. Doslidzhennia operatsii: navch. posibn. [dlia stud. VNZ] / Yu.P. Zaichenko. – K.: ZAT «VIPOL», 2000. – 687 s.

5. Taha Hemdi A. Vvedenie v issledovanie operatsiy / Hemdi A. Taha. – M.: Izdatelskiy dom «Vilyams», 2005. – 912 s.

6. Rostova E.P. Postanovka zadachi dinamicheskogo programmirovaniya dlya raspredeleniya sredstv po upravleniyu riskami na predpriyatii. *Izvestiya*

Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiyskoy akademii nauk. – 2013. – #6 (4), tom 15. – S. 1078-1081.

7. Rostova E.P. Matematicheskaya model optimalnogo raspredeleniya sredstv na upravlenie riskami v sisteme «tsentr-agentyi» s pomoschy dinamicheskogo programmirovaniya. Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo. Seriya: Sotsialnyie nauki. – 2016. – #2 (42). – S. 57-62.

8. Petlin I.V., Tsehelyk H.H. Vykorystannia metodu dynamichnoho prohramuvania dlia pidvyshchennia efektyvnosti investytsiinoi diialnosti u sferi silskoho zelenoho turyzmu. Naukovyi visnyk NLTU Ukrainy. – 2013. – Vyp 4, tom 23. – S. 307-314.

9. Prilutskiy M.H., Kumagina E.A. Upravlyaemyiy frontalnyiy algoritm resheniya zadachi raspredeleniya resursov v setevyih kanonicheskikh strukturah. Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo. – 2008. – #6. – S. 152-155.

10. Kostyukevich V.M., Davyidkov G.A., Hotina I.G. Optimalnoe raspredelenie resursov s ispolzovaniem dinamicheskogo programmirovaniya. Resources and Technology. – 2008. – Tom 7. – S.49 -51.

11. Sutyagina N.I. Metod dinamicheskogo programmirovaniya pri prinyatii mikroekonomicheskogo resheniya. Vestnik NGIEI.–2014.– #11(42). –S. 72-77.

12. Dokuchaev A.V., Kotenko A.P. Algoritmyi resheniya stohasticheskikh zadach dinamicheskogo programmirovaniya bolshoy razmernosti. Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tehnikeskogo universiteta. Seriya Fiziko-matematicheskie nauki. – 2008. – #2 (17). – S. 203-209.

13. Sergeev S.M. Matematicheskoe modelirovanie seti togovyih predpriyatiy. Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tehnikeskogo universiteta. – 2012. – Vyip. 1, tom 8. – S. 66-71.

14. P. Bonami, M. A. Lejeune. Optimization Problems Under Stochastic and Integer Constraints. Operations Research. – 2009.–V. 57, No 3. – P. 650 – 670.

15. Dentcheva D. (2006) Optimization Models with Probabilistic Constraints. In: Calafiore G., Dabbene F. (eds) Probabilistic and Randomized Methods for Design under Uncertainty. Springer, London. – P. 49 – 97.

16. Norio Hibiki. Multi-period stochastic optimization models for dynamic asset allocation. Journal of Banking & Finance. – 2006. – V.30, Is. 2. – P. 365-390.