

## **УТОЧНЕНИЙ РОЗРАХУНОК ГОЛОВКИ ШАТУНА ТАНКОВОГО ДВИГУНА**

### **REVISED CALCULATION OF CONNECTING ROD END OF TANK ENGINE**

**Шваб'юк В.І., д.т.н., проф., Ротко С.В., к.т.н., доц., Ужегова О.А., к.т.н., доц., Шваб'юк В.В., к.т.н., доц. (Луцький національний технічний університет, м. Луцьк)**

**Shvabyuk V.I., doctor of engineering sciences, professor, Rotko S.V., candidate of technical sciences, Uzhegova O.A., candidate of technical sciences, Shvabyuk V.V., candidate of technical sciences (Lutsk National Technical University, Lutsk)**

На базі уточненої моделі композитних стрижнів розроблена методика розрахунку замкнутої кругової головки шатуна. Наведені порівняння з результатами плоскої задачі теорії пружності свідчать про ефективність і точність такої методики без відчутного ускладнення розрахункових рівнянь.

The calculation method of closed circular connecting-rod end is developed on the base of the refined model of composite rods. It is offered to find the distribution of stresses in the connecting-rod end by the formulas which are dictated by refined theory of curved rods. In such cases, the ears head in a zone of the transition to the base of connecting rod is taken as non-deformed, and crooked rod is considered rigidly clamped. The distribution of the contact pressures from the thumb to the ears is considered known and is specified by the cosine law. The values of bending moments and longitudinal forces are obtained as well as the corresponding normal stresses in specific cross-sections of the rod. Presented comparisons and the results of elastic theory's plane problem demonstrate the efficiency and accuracy of such technique without noticeable complications of the calculating equations.

Ключові слова: теорія кривих стрижнів, шарнірні з'єднання, розподіл контактних тисків.

Keywords: theory of curves rods, connection on hinges, the distribution of the contact pressures.

Розрахунок шарнірних з'єднань, що мають внутрішній контакт у вигляді кругових циліндрів (пальців) із круговими порожнинами (вушками), є одним із найбільш відповідальних розрахунків елементів машин і споруд. Їх розрахунок методами плоскої задачі теорії пружності наводиться у монографіях [3,4]. При цьому, замкнута головка шатуна (вушко) подавалась у вигляді кругового кільця сталої жорсткості (рис.1), що навантажувалось зовнішнім  $q^+(\varphi)$  та внутрішнім  $q^-(\varphi)$  тиском.

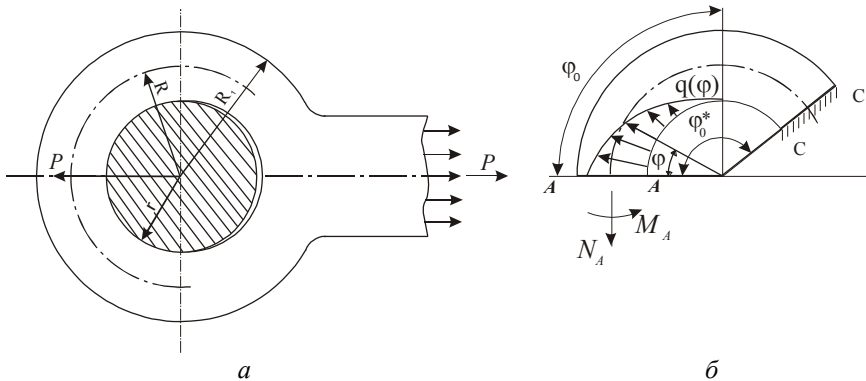


Рис. 1. Схема навантаження та розрахункова схема головки шатуна

У роботі [3] розподіл внутрішнього тиску знаходився із розв'язку плоскої задачі теорії пружності методами функцій комплексної змінної шляхом зведення до сингулярних інтегральних рівнянь. Розв'язки таких рівнянь шукались у вигляді нескінченних тригонометричних рядів. Математичні складнощі, що виникають при розв'язуванні такого типу задач, змушують багатьох авторів до прийняття різних спрощень відносно характеру розподілу контактного тиску між пальцем і вушком (розподіл за косинусом, рівномірний розподіл тощо).

Наприклад, у монографії [1] криві зміни контактного тиску апроксимуються двочленним виразом

$$q(\varphi) = a_1 \cdot \cos(0,5\pi\varphi / \varphi_0) + a_2 \cos(1,5\pi\varphi / \varphi_0), \quad (1)$$

де коефіцієнти  $a_1$ ,  $a_2$  визначаються із графіків, побудованих на основі експериментів, із урахуванням радіальних зазору чи натягу в

області спряження штока з вушком;  $\pm\varphi_0$  – зона контакту (де діє контактний тиск), яка визначається з рівняння:

$$P = 2R \int_0^{\varphi_0} q(\varphi) \cos \varphi d\varphi.$$

Результати експериментів показують, що такий розподіл буде справедливим, коли відношення радіуса зовнішнього контура вушка  $R_1$  до внутрішнього  $r$  задовольняє нерівності  $R_1/r > 1,5$ . Розподіл напружень у вушці автори цієї монографії пропонують знаходити за формулами, які диктуються теорією кривих стрижнів. У таких випадках головка вушка в зоні переходу до основи шатуна вважається недеформованою, а кривий стрижень – жорстко защемленим. Аналогічну методику використаємо і в даній роботі. Але в розрахунках будемо користуватись уточненими рівняннями для кривих стрижнів [6].

У роботі [4] розподіл таких тисків вважається відомим і задається у вигляді:

$$q^+(\varphi) = -\frac{2P}{\pi \cdot R_1} \cdot \cos \varphi \quad \text{при} \quad \frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{3\pi}{2}; \quad (2)$$

$$q^-(\varphi) = \frac{2P}{\pi \cdot r} \cdot \cos \varphi \quad \text{при} \quad -\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2},$$

де  $R_1$  і  $r$  – зовнішній та внутрішній радіуси кільця.

Розподіл напружень у вушці пропонується знаходити за формулами, що диктуються уточненими рівняннями для кривих композитних стрижнів, які враховують поперечний зсув і обтиснення [6]:

$$\frac{d^2w}{d\varphi^2} + w = -\frac{MR^2}{EI'} + \frac{6}{5} \cdot \frac{R}{G'} \left( \frac{N}{A} + \frac{qR}{A} \right) \cdot \left( 1 - 0,7 \frac{h^2}{R^2} \right) - \frac{qR}{2E'} \left( 1 - \frac{6}{5} \cdot \frac{E'}{G'} \right); \quad (3)$$

$$\frac{dv}{d\varphi} + w = \frac{M + NR}{EA} - \left( \frac{N}{A} + \frac{q}{2} \right) \frac{h^2}{6RG'} - \frac{qh}{12E'} \left( \frac{E'}{G'} - 1,35 \right),$$

Тут  $I' = \int_A \frac{R}{R+\gamma} \gamma^2 dA$  – величина, яка за своєю розмірністю і змістом аналогічна моменту інерції поперечного перерізу кільця;

$E, E', G'$  – модулі пружності та зсуву матеріалу кільця у тангенціальному та радіальному напрямках;  $v(\varphi)$  і  $w(\varphi)$  – переміщення середньої лінії вушка у тангенціальному та радіальному напрямках середньої лінії кільця (вушка);  $A$  – площа поперечного перерізу;  $q(\varphi)$  – нормальний тиск, який не дорівнює нулю тільки на ділянці контакту вушка з жорстким циліндром (пальцем).

У таких випадках головка вушка в зоні переходу до основи шатуна вважається недеформованою, а кривий стрижень – жорстко защемленим.

Нехай на замкнуту кругову головку (вушко) вздовж осі шатуна діє сила  $P$  (рис. 1 а), яка викликає всередині вушка внутрішній тиск  $q(\varphi)$ . За розрахункову схему приймемо частину вушка (рис.1 б), яка обмежена перерізами А-А ( $\varphi = 0$ ) і С-С ( $\varphi = \varphi_0^*$ ). Будемо вважати, що в перерізі А-А діють граничні умови закріплення у вигляді ковзних опор, а в перерізі С-С – умови жорсткого затиснення, які сформовані для кривих стрижнів.

Після їх знаходження залежності для згинального моменту  $M(\varphi)$ , а також поздовжньої  $N(\varphi)$  та поперечної  $Q(\varphi)$  сил, з урахуванням дії розподіленого тиску [1], у перерізах, де  $\varphi \leq \varphi_0$ , будуть мати вигляд:

$$M(\varphi) = M_A + N_A \cdot R(1 - \cos \varphi) - rR \int_0^{\varphi} q(\tau) \sin(\varphi - \tau) d\tau; \quad (4)$$

$$N(\varphi) = N_A \cos \varphi + r \int_0^{\varphi} q(\tau) \sin(\varphi - \tau) d\tau;$$

$$Q(\varphi) = -N_A \sin \varphi + r \int_0^{\varphi} q(\tau) \cos(\varphi - \tau) d\tau.$$

Для іншої ділянки, де  $\varphi > \varphi_0$ , у виразах (3) верхню границю в інтегралах необхідно взяти рівною  $\varphi_0$ .

Нормальні та дотичні напруження в замкнутій головці шатуна легко знаходяться з формул [6]:

$$\sigma_{\varphi} = \frac{N}{A} + \frac{M}{RA} + \frac{M}{I'} \cdot \frac{R\gamma}{R+\gamma} - \frac{E}{2G'} \cdot \frac{\gamma}{R+\gamma} \left( \frac{N}{A} - q_1 - \frac{R}{2h} \cdot q_2 \right) \times$$

$$\times \left[ \frac{\gamma^2}{h^2} - \frac{h^2}{3R\gamma} \left( 3 \frac{\gamma^2}{h^2} - 1 \right) - 0,6 - 0,35 \frac{h^2}{R^2} \right] + \quad (5)$$

$$+ \frac{3E}{8E'} \frac{q_2 h}{R+\gamma} \left( \frac{\gamma^2}{h^2} - \frac{\gamma^4}{6h^4} - 0,3 \left( 1 + \frac{\gamma}{R} \right) \right).$$

$$\tau_{\varphi\gamma} = \frac{3Q}{2A} \left( 1 - \frac{\gamma^2}{h^2} \right) \left( 1 - \frac{\gamma}{3R} \right),$$

де  $q_1 = -\frac{1}{2}(q^+ + q^-)$ ,  $q_2 = q^- - q^+$ ;  $q^+$ ,  $q^-$  – розподілені стискувальні нормальні тиски на зовнішній та внутрішній поверхнях вушка.

Поклавши в (6)  $q_1 = -0,5q(\varphi)$ ,  $q_2 = q(\varphi)$ ,  $\gamma = \pm h$ , одержимо напруження  $\sigma_{\varphi}(\varphi)$  на зовнішній і внутрішній поверхнях вушка головки шатуна:

$$\sigma_{\varphi}(\pm h) = \frac{N}{A} + \frac{M}{RA} \pm \frac{M}{I'} R \cdot h^{\pm} \mp \frac{E}{G} \left( \frac{N}{A} - \frac{q}{2} \left( \frac{R}{h} - 1 \right) \right) \times$$

$$\times \left( \frac{1}{5} \mp \frac{h}{3R} - \frac{h^2}{GR^2} \right) h^{\pm} + 0,2q \left( 1 \mp 0,56 \frac{h}{R} \right) \frac{E}{E'} h^{\pm}, \quad h^{\pm} = \frac{h}{R \pm h}, \quad (6)$$

Для розрахунку візьмемо головку шатуна танкового двигуна з такими даними: матеріали кільця і головки – сталь 30ХГСА з модулями пружності  $E = 210 \text{ ГПа}$ ,  $G = 82 \text{ ГПа}$  та коефіцієнтом Пуассона  $\nu = 0,3$ ; розміри вушка:  $R_1 = 75 \text{ мм}$ ,  $R = 55 \text{ мм}$ ,  $r = 35 \text{ мм}$ ,  $2h = 40 \text{ мм}$ ,  $b = 10 \text{ мм}$ ,  $\varphi_0^* = 3\pi/4$ ; максимальний зазор між пальцем і вушком  $\varepsilon = 0,045 \text{ мм}$ ; результуюча сила, яка діє на палець  $P = 4 \text{ Мн/м}$ . Виходячи з цих даних і на основі відповідних номограм роботи [1, ст.70], знаходимо:  $\varphi_0 = 0,733 \text{ рад}$ ,  $a_1 \approx 116 \text{ МПа}$ ,  $a_3 \approx -12 \text{ МПа}$ . Задовольняючи граничним умовам (4), отримаємо значення

згинального моменту  $M(\varphi)$  та поздовжньої сили  $N(\varphi)$  у характерних перерізах вушка, коли  $\varphi = 0, 4\pi/9, 3\pi/4$  (куту  $\varphi = 4\pi/9$  відповідають найбільші розтягувальні напруження на внутрішньому контурі [3]). Результати розрахунків занесені до таблиці 1.

Таблиця 1

Значення згинальних моментів і поздовжніх сил

$\varphi$	0	$\frac{4\pi}{9}$	$\frac{3\pi}{4}$
$M(\varphi)$ , кН	24,6	-24,9	24,8
$N(\varphi)$ , кН/м	995	1899,3	990,1

У зв'язку з тим, що напруження у перерізі уявного защемлення кривого стрижня ( $\varphi_0^* = 3\pi/4$ ) є приблизно такими ж, як і в центральному перерізі, будемо шукати їх тільки для значень  $\varphi = 0$  і  $\varphi = 4\pi/9$ .

Дані підрахунків  $\sigma_\varphi(h, \gamma)$ , за формулою (7) та відповідними формулами плоскої задачі теорії пружності [3], наведені у табл. 2.

Таблиця 2

Значення нормальних напружень у характерних перерізах стрижня

	Плоска задача теорії пружності	Уточнена модель [6]	Гіпотеза плоских перерізів
$\sigma_\varphi(h, 0)$ , (МПа)	105,0	105,3	98,25
$\sigma_\varphi(-h, 4\pi/9)$ , (МПа)	193,2	192,2	171,1

Одержані результати підтверджують висновки попередніх авторів [3, 4], що найбільші розтягувальні напруження виникають на внутрішній поверхні вушка, коли кут  $\varphi \approx 4\pi/9$ . Дані табл. 2 свідчать також, що при визначенні колових нормальних

розтягувальних напружень застосування гіпотези плоских перерізів може привести до більше ніж 10% похибки. Ця похибка залежить від відносної кривини вушка головки шатуна та відношення сталих  $E/G'$  і може бути досить значною для випадку ортотропного матеріалу [2]. Названі ефекти враховуються уточненою моделлю згину кривих стрижнів при відносній простоті розрахункових рівнянь.

Висновки. Результати, одержані на базі уточненої моделі згину кривих ізотропних стрижнів, для найбільших розтягувальних напружень, що виникають на внутрішній поверхні вушка, коли кут  $\varphi \approx 4\pi/9$ , майже повністю співпадають із відповідними результатами плоскої задачі теорії пружності. Одержані дані свідчать також про те, що при визначенні колових нормальних розтягувальних напружень застосування гіпотези плоских перерізів може призвести до похибки понад 10%. Похибка залежить від відносної кривини вушка головки шатуна та відношення сталих  $E/G'$  і може бути досить значною для випадку ортотропного матеріалу.

1. Александров В.М., Ромалис Б.Л. Контактные задачи в машиностроении.-М.: Машиностроение, 1986.-176 с.
2. Гарнопольский Ю.М., Розе А.В. Особенности расчета деталей из армированных пластиков. Рига: Зинатне, 1969.– 276 с.
3. Теплый М.И. Контактные задачи для областей с круговыми границами. – Львов: Вища школа, 1983.– 176с.
4. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.: Наука, 1975.- 575с. 5. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. - М.: Физматгиз, 1963.- 635с.
6. Шваб'юк В.І., Маткова А.В., Садівський В.М. Про уточнення рівнянь кривих брусів і кілець //Наукові нотатки.– Луцьк: Луцьк. індустр. ін-т. 1994. В.2. – С.51-59.