УДК 666.97.033.16

П.О. Молчанов, Н.П. Нестеренко, В.Н. Чередников

Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка, Полтава

ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОЛЕБАНИЙ ПЕРЕГОРОДКИ КАССЕТНОЙ УСТАНОВКИ

В статье аналитически определена резонансная частота колебаний перегородки кассетной формы как активного рабочего органа.

Ключевые слова: *активный рабочий орган, резонансная частота, кассетная установка, колебание, форма.*

Введение

Постановка проблемы в общем виде и ее связь с важными научными и практическими заданиями. В современных условиях производства железобетонных изделий в строительной отрасли остро стоит вопрос сохранения энергетических затрат. Исследование динамических характеристик колебаний перегородки кассетной формы как активного рабочего органа кассетной установки позволят снизить металлоемкость виброформовочного оборудования и энергозатраты на производство тех или иных изделий и тем самым повысить их конкурентоспособность. На колебания вибрационной формы вместе с бетонной смесью расходуется.

Анализ последних исследований и публикаций. В расчетах вибрационного оборудования для формования железобетонных изделий используются различные подходы к составлению математических моделей, о чем свидетельствуют публикации разных лет. Известные математические модели учитывают бетонную смесь как твердое тело, частичная масса которой прилагается к массе рабочего органа колебательной системы [6-8, 11].

Выделение нерешенных ранее частей общей проблемы, которым посвящается данная статья. При изготовлении железобетонных изделий, всегда стараются добиться наиболее экономичного способа использования различных видов энергии. Для этого создают и моделируют новые установки, отвечающие современным требованиям производства. Для формования железобетонных изделий можно использовать виброплощадки различной грузоподъемности с пространственным движением рабочего органа, разработанные в ПолтНТУ. В известных работах [1-5] рассматривались виброформовочные установки в зарезонансном режиме пространственных колебаний рабочего органа. Попытки использовать работу вибрационных установок в режиме резонанса при горизонтальных колебаниях были изложены в работе [7]. Однако собственные колебания самих перегородок не исследовались. В кассетных установках [5-6] рассматривались колебания перегородок возбужденные единственным виброприводом. Управляемые собственные колебания пластин, разделяющих изделия, могут быть использованы как дополнительный источник возбуждения колебаний в бетонной смеси при уплотнении изделий.

Целью данной работы является исследование динамических характеристик колебаний перегородки кассетной формы как активного рабочего органа кассетной установки с учетом влияния уплотняемой рабочей среды на его колебания.

Изложение основного материала статьи

Рассмотрим кассетную установку, которая представляет собой металлическую форму, разделенную на отдельные ячейки с помощью разделительных листов-перегородок. Форма установлена на упругие опоры и приводится в колебательное движение с помощью навесного торцевого вибровозбудителя круговых колебаний. Перегородки-ячейки, расположенные перпендикулярно направлению распространения вынужденных колебаний, втягиваются в колебания и способствуют уплотнению бетонной смеси. Поэтому в дальнейшем рассматриваем перегородки формы как активный рабочий орган, взаимодействующий с уплотняемой средой.

Рассмотрим перемещение точек перегородки как пластины в плоскости xz (рис. 1), для которой запишем: Деформации по осям x и y в зависимости от прогиба

$$u = z\cdot\sin\varphi = z\varphi = -z\frac{\partial w}{\partial x},$$

$$\upsilon = z\sin\psi = z\psi = -z\frac{\partial w}{\partial y}$$

где μ – коэффициент Пуассона;

E – модуль упругости;

G – модуль сдвига;

h – высота (толщина) пластины.

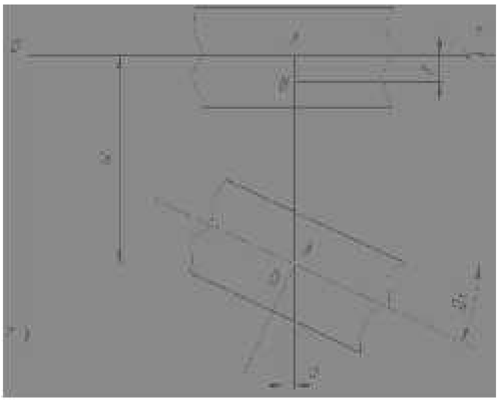

Рис. 1. Перемещение точек пластины в плоскости xz

Отношение деформации

$$E_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2};\; Y_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -2z\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y};$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = -z\frac{\partial^2 w}{\partial y^2};\; Y_{xz} = 0$$

Напряжение

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\mu^2}(E_x + \mu E_y) = -\frac{Ez}{1-\mu^2}\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2} + \mu\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}\right)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\mu^2}(E_x + \mu E_y) = -\frac{Ez}{1-\mu^2}\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2} + \mu\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}\right) \quad (1)$$

$$\tau_{xy} = G\gamma_{xy} = \frac{E}{2(1+\mu)}\cdot\left(-2z\frac{\partial^2\omega}{\partial x\partial y}\right) = -\frac{Ez}{1+\mu}\frac{\partial^2\omega}{\partial x\partial y}$$

Вариационное уравнение колебаний пластины

$$\partial(\text{Ï} - \text{Ò}) = 0 \quad (2)$$

Вариация потенциальной энергии

$$\partial\text{Ï} = \frac{1}{2}\iiint_V[\sigma_x\delta\varepsilon_x + \sigma_y\delta\varepsilon_y + \tau_{xy}\delta Y_{xy}]\partial V - \frac{1}{2}\iint_A q\delta\omega dxdy =$$

$$= \frac{1}{2}\iiint_v[\sigma_x\delta(-z\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}) +$$

$$+\sigma_y\delta(-z\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}) + \tau_{xy}\delta(-2z\frac{\partial^2\omega}{\partial x\partial y})]\cdot dxdydz -$$

$$-\frac{1}{2}\iint_A q\delta\omega dxdy = \frac{1}{2}\{\iint_A[-\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\sigma_x zdz\delta\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2} -$$

$$-\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\sigma_y zdz\delta\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2} - 2\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\tau_{xy}zdz\delta\frac{\partial^2\omega}{\partial x\partial y}]dxdy\} -$$

$$-\frac{1}{2}\iint_A q\delta\omega dxdy = -\frac{1}{2}\{\iint_A[M_x\delta\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2} + M_x\delta\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2} +$$

$$+2M_{xy}\delta\frac{\partial^2\omega}{\partial x\partial y}]dxdy\} - \frac{1}{2}\iint_A q\delta\omega dxdy,$$

$$M_x = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\sigma_x zdz; \quad (3)$$

$$M_y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\sigma_y zdz;\; M_{xy} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\tau_{xy} zdz;$$

Интегрируем интегралы в последнем выражении по частям

$$\left(\int_a^B udv = uv\int_a^B - \int_a^B vdu:\right.$$

$$\iint M_x\delta\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}dxdy = \oint M_x\delta\frac{\partial\omega}{\partial x}dy - \iint\frac{\partial M_x}{\partial x}\delta\frac{\partial\omega}{\partial x}dxdy =$$

$$= \oint M_x\delta\frac{\partial\omega}{\partial x}dy - \oint\frac{\partial M_x}{\partial x}\delta\omega dy + \iint\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2}\delta\omega dxdy \quad (4)$$

По аналоги

$$\iint M_y\delta\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}dxdy = \oint M_y\delta\frac{\partial\omega}{\partial y}dx$$

$$--\oint\frac{\partial M_y}{\partial y}\delta\omega dx + \iint\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}\delta\omega dxdy \quad (5)$$

$$\iint M_{xy}\delta\frac{\partial^2\omega}{\partial x\partial y} = \iint M_{xy}\frac{\partial}{\partial x}\delta\frac{\partial\omega}{\partial y}dxdy =$$

$$= \oint M_{xy}\delta\frac{\partial\omega}{\partial y}dy - \iint\frac{\partial M_{xy}}{\partial y}\delta\frac{\partial\omega}{\partial y}dxdy = [M_{xy}\delta\omega] - \quad (6)$$

$$-\oint\frac{\partial M_{xy}}{\partial y}\delta\omega dy - \oint\frac{\partial M_{xy}}{\partial x}\delta\omega dx + \iint\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x\partial y}\delta\omega dxdy$$

Член в квадратных скобках равен нулю [11]. Тогда вариация потенциальной энергии равна:

$$\partial \text{Ï} = -\frac{1}{2}\{\oint M_x \delta \frac{\partial\omega}{\partial x}dy - \oint \frac{\partial M_x}{\partial x}\partial\omega\, dy +$$
$$+\iint \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2}\delta\omega\, dxdy + \oint M_y \delta \frac{\partial\omega}{\partial y}dx -$$
$$-\oint \frac{\partial M_y}{\partial y}\delta\omega\, dx + \iint \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2}\delta\omega\, dxdy -$$
$$-2\oint \frac{\partial M_{xy}}{dy}\delta\omega\, dy - 2\oint \frac{\partial M_{xy}}{\partial x}\delta\omega\, dx +$$
$$+2\iint \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y}\delta\omega\, dxdy\} -$$
$$-\frac{1}{2}\iint_A q\delta\omega\, dxdy = -\frac{1}{2}\{\oint M_x \delta \frac{\partial\omega}{\partial x}dy +$$
$$+\oint M_y \delta \frac{\partial\omega}{\partial y}dx - [\oint \frac{\partial M_x}{\partial x} + 2\frac{\partial M_{xy}}{\partial y}]dy -$$
$$-\oint [\frac{\partial M_y}{\partial y} + 2\frac{\partial M_{xy}}{\partial x}]dx\}\delta\omega +$$
$$+\iint (\frac{\partial M_x}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2})dxdy\delta\omega\} -$$
$$-\frac{1}{2}\iint_A q\delta\omega\, dxdy =$$
$$-\frac{1}{2}\iint (\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} +$$
$$+\frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + q)\delta\omega\, dxdy, \qquad (7)$$

В формулах (3) и (7) введены обозначения сводных поперечных сил (Q_x, Q_y), изгибающих (M_x, M_y) и крутящего моментов (M_{xy}).

$$Q_x = -(\frac{\partial M_x}{\partial x} + 2\frac{\partial M_{xy}}{\partial y}) = -D[\frac{\partial^3\omega}{\partial x^3} + \mu\frac{\partial^3\omega}{\partial x \partial y^2} + 2(1-\mu)\frac{\partial^3\omega}{\partial x \partial y^2}] =$$
$$= -D[\frac{\partial^3\omega}{\partial x^3} + (2-\mu)\frac{\partial^3\omega}{\partial x \partial x^2}]$$

$$Q_y = -D[\frac{\partial^3\omega}{\partial y^3} + (2-\mu)\frac{\partial^3\omega}{\partial x^2 \partial y}] =$$
$$= D[\frac{\partial M_y}{\partial y} + (2-\mu)\frac{\partial M_{xy}}{\partial x}] \qquad (8)$$

$$M_x = -\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{Ez^2}{1-\mu^2}(\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2} + \mu\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2})dz = -D(\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2} + \mu\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2});$$

$$M_y = -D(\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2} + \mu\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2});\ M_{xy} = -D(1-\mu)\frac{\partial^2\omega}{\partial x \partial y},$$

где $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$ – коэффициент цилиндрической жесткости; h – толщина пластинки.

Интегралы выражения (7) формируют граничные условия на контуре пластинки.

Запишем четыре вида граничных условий для исследуемой прямоугольной пластинки постоянной толщины.

1. При изгибающем моменте и поперечной силе на свободном крае, равны нулю:

$$M_x(x,y)\Big|_{\substack{x=0\\x=a}} = 0,$$

$$Q_x(x,y)\Big|_{\substack{x=0\\x=b}} = 0,$$

$$\begin{cases} M_x = -D\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2} + \mu\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}\right) = 0, \\ Q_x = -D\left[\frac{\partial^3\omega}{\partial x^3} + (2-\mu)\frac{\partial^3\omega}{\partial x \partial y^2}\right] = 0. \end{cases} \qquad (9)$$

$$M_y(x,y)\Big|_{\substack{y=0\\y=b}} = 0,$$

$$Q_y(x,y)\Big|_{\substack{y=0\\y=b}} = 0,$$

$$\begin{cases} M_y = -D\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2} + \mu\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}\right) = 0, \\ Q_y = -D\left[\frac{\partial^3\omega}{\partial y^3} + (2-\mu)\frac{\partial^3\omega}{\partial y \partial x^2}\right] = 0. \end{cases}$$

2. При прогибе и угле поворота сечения закрепленного края, например при x = a, равны нулю:

$$\begin{cases} \omega = 0 \\ \frac{\partial\omega}{\partial x} = 0 \end{cases} \begin{cases} \omega = 0 \\ \frac{\partial\omega}{\partial y} = 0 \end{cases} \qquad (10)$$

3. При прогибе и общем моменте шарнирно-опирающегося края, равны нулю:

$$\omega = 0; M_x = -D\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2} + \mu\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}\right) = 0;$$

$$\begin{cases} \omega = 0 \\ M_y = -D\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2} + \mu\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}\right) = 0. \end{cases} \qquad (11)$$

Вариация кинетической энергии δT равна:

$$\delta T = \frac{1}{2}\int_A \rho h \delta\left(\frac{\partial\omega}{\partial t}\right)^2 dxdy. \qquad (12)$$

После подстановки уравнений (12) и (7) в вариационное уравнении колебаний пластины (3) и отделения частей, отвечающих за граничные условия вариации, получим уравнение поперечных колебаний тонкой упругой пластинки:

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2}+2\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2}+q+\rho h\frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2}= \quad (13)$$
$$= D\left[\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}\right]+q+\rho h\frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2}=0,$$

Для свободных колебаний при q = 0 решение уравнения находим в виде:

$$\omega(x,y,t)=\omega(x,y)\sin(pt+\alpha)$$

Соответственно уравнение (13) примет вид:

$$D\left[\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}\right]+\rho h\frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2}=0$$

Выводы

1. На основе анализа вариантов крепления активного рабочего органа кассетной установки для формования железобетонных изделий, представленного в виде пластины, проведен расчет резонансных частот его колебаний.

2. Полученные результаты позволяют в решении задачи резонансных частот колебаний рабочего органа по учету влияния уплотняемой среды, определение максимальной энергии, передаваемой от него среде, что позволит уменьшить энергетические затраты на формование бетонных изделий.

Список литературы

1. *Олехнович К.А. Потребительские качества современных виброшющадок / К.А. Олехнович, Ю.И. Виноградов, Н.П. Нестеренко // Строительные и дорожные машины. 1991.– №8.- С.14–16.*
2. *Нестеренко, М.П. Універсальний вібростенд просторових коливань /*
3. *М.П. Нестеренко, О.В. Орисенко, В.В. Шульгін // Прогрессивныетехнологии и машины для производствастройматериалов, изделий и конструкций: тез. докл. Первойвсеукр. науч.-практ. конф. – Полтава, 1996. – С. 59.*
4. *Нестеренко, М.П. Вібраційні площадки з просторовими коливаннями для виготовлення залізобетонних виробів широкої номенклатури / М.П. Нестеренко // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава: ПолтНТУ, 2005. – Вип. 16. – С. 177–181.*
5. *Чубук Ю.Ф. Вибрационные машины для уплотнения бетонных смесей /*
6. *Ю.Ф. Чубук, И.И. Назаренко, В.Н. Гарнец. – К.: Вища школа, 1985.– 168 с.*
7. *Сівко В.Й. Механічне устаткування підприємств будівельних виробів: – К.: ІСДО, 1994. – 359 с.*
8. *Сівко В.Й. Деякі питання теорії будівельних матеріалів і сумішей /*
9. *В.Й. Сівко, М.П. Нестеренко // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава: ПолтНТУ, 2000. – Вип. 6. – С. 84–89.*
10. *Лялинов А.Н. Новые вибрационные машины для уплотнения бетонных смесей. Л. Ленинградский ДНТП, 1970. – 31 с.*
11. *Бабаков, И.М. Теория колебаний / И.М. Бабаков, М.: Дрофа, 2004 – С. 343–364.*
12. *Василенко, М.В. Теорія коливань і стійкості руху / М.В. Василенко, О.М. Алексейчук К.: Вища школа, 2004 – С. 391 – 411.*
13. *Гонткевич, В.С. Собственные колебания пластинок и оболочек / В.С. Гонткевич, К.: Наукова думка, 1964 – 67 с.*
14. *Ректорис К. Вариационные методы в математической физике и технике / К. Ректорис, М.: Мир, 1985 – С. 272.*

Надійшла до редколегії 10.12.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. С.В. Козелков, Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка, Полтава.

ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОЛИВАНЬ ПЕРЕГОРОДКИ КАСЕТНОЇ УСТАНОВКИ

П.О. Молчанов, М.П. Нестеренко, В.М. Чередніков

У статті досліджено динамічні характеристики коливань перегородки касетної форми як активного робочого органу касетної установки.

Ключові слова: *активний робочий орган, касетна установка, коливання, форма.*

DYNAMIC DESCRIPTIONS VIBRATIONS PARTITION CASSETTE SETTING

P.A. Molchanov, M.P. Nesterenko, V.M. Cherednikov

In the article resonance frequency vibrations the partition cassette form is analytically certain as an active working organ.

Keywords: *active working organ, resonance frequency, cassette setting, oscillation, form.*