УДК 004.715

В.И. Гостев, Н.И. Кунах

Государственный университет телекоммуникаций, Киев

ПРОЕКТИРОВАНИЕ НЕЧЕТКОГО РЕГУЛЯТОРА ПРИ РАЗДЕЛЕННЫХ ТРЕУГОЛЬНЫХ ФУНКЦИЯХ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ С ТРЕМЯ ТЕРМАМИ И ОГРАНИЧЕНИЕМ

Получены аналитические выражения для управляющих воздействий на выходе нечеткого регулятора при разделенных треугольных функциях принадлежности с тремя термами и ограничением, изложены вопросы проектирования нечеткого регулятора и предложена практическая принципиальная схема нечеткого регулятора.

Ключевые слова: *нечеткий регулятор,функции принадлежности, термы,нечеткая логика, Matlab.*

Введение

В настоящее время проектирование нечетких регуляторов осуществляется на основе пакета нечеткой логики **Fuzzy Logic Toolbox** с использованием мощного средства моделирования и исследования систем управления с обратной связью **Simulink** интерактивной системы **MATLAB**. Метод проектирования на основе пакета нечеткой логики системы **MATLAB** достаточно подробно изложен, например, в [1, 2].

В работе [3] предложен новый метод проектирования одного класса нечетких регуляторов, основанный на полученных аналитических выражениях для управляющих воздействий на выходе нечеткого регулятора при различных симметричных функциях принадлежности с двумя термами. Представлена функциональная схема нечеткого регулятора, на базе которой возможна реализация нечетких регуляторов программным или аппаратным способом.

При проектировании нечетких регуляторов предложенным методом нет необходимости в использовании пакета нечеткой логики системы **MATLAB.** Процедура проектирования нечетких регуляторов упрощается. Ниже изложено проектирование нечеткого регулятора при разделенных треугольных функциях принадлежности с тремя термами и ограничением. Нечеткий регулятор представляется в виде последовательного соединения трех блоков (рис. 1): 1 - **формирователя величин A(t), B(t)**, **C(t)**, 2 - **блока сравнения величин A(t), B(t), C(t) и расчета** u_c (u_c - ненормированное управляющее воздействие на выходе нечеткого регулятора на оси универсального множества $U=[0,1]$), 3 – **блока нормировки выходной величины.** Блочное построение регуляторов позволяет выбирать и использовать различные блоки **формирователей величин A(t), B(t)**, **C(t)**, **блоки сравнения величин A(t), B(t)**, **C(t) и расчета** u_c, оптимизировать процессы в системах управления.

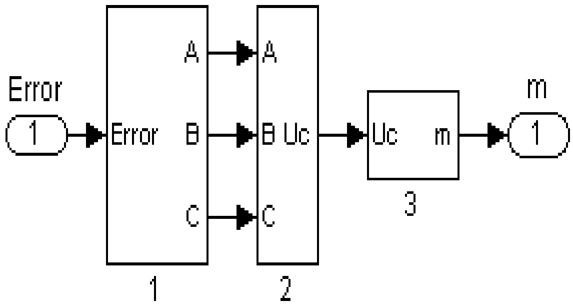

Рис. 1. Блок-схема нечеткого регулятора

Основная часть

Рассмотрим на универсальном множестве $U=[0,1]$ три нечетких подмножества с треугольными функциями принадлежности ФП, которые определяются по формулам (рис.2):

$$\mu_1(u)=\frac{1-2u}{1-2a},\ \ u\in[0,1];\quad \mu_2(u)=\frac{2u-1}{1-2a},\ \ u\in[0,1];$$

$$\mu_3(u)=\begin{cases}2u, & u\in[0,1/2];\\ 2(1-u), & \in[1/2,1].\end{cases}$$

Допустим, что с выхода **формирователя величин A(t), B(t)** и **C(t)** в нечетком регуляторе на блок **сравнения величин A(t), B(t), C(t) и расчета** u_c с такими выходными функциями принадлежности в фиксированный момент времени поступают величины **A, B** и **C,** как показано на рис. 2.

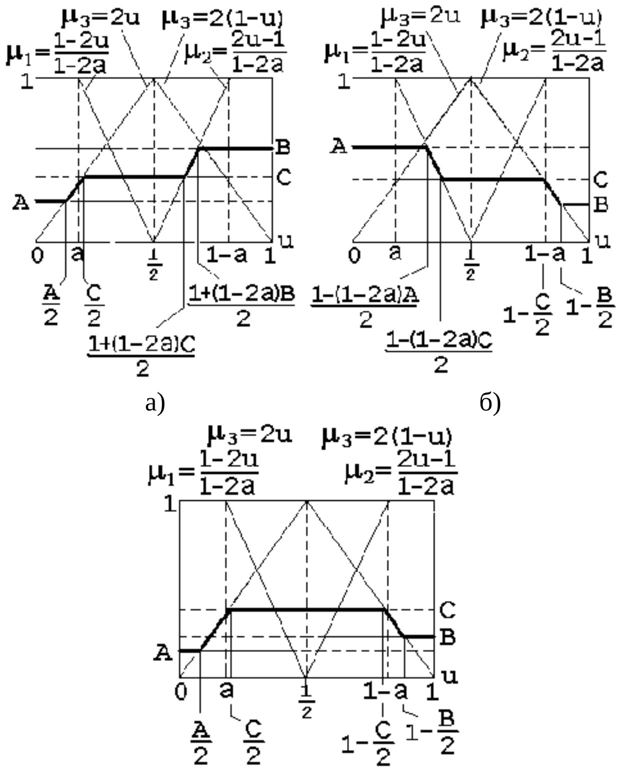

Рис. 2. Графики для расчета абсциссы центра тяжести результирующей фигуры при различных соотношениях A, B и C

При $A \le C \le B$ абсцисса "центра тяжести результирующей фигуры" определяется по формуле (рис.2,а)

$$u_C = \frac{A\int_0^{A/2} u\,du + 2\int_{A/2}^{C/2} u^2 du + C\int_{C/2}^{1/2+(1-2a)C/2} u\,du + \int_{1/2+(1-2a)C/2}^{1/2+(1-2a)B/2} \frac{2u-1}{1-2a} u\,du + B\int_{1/2+(1-2a)B/2}^{1} u\,du}{A\int_0^{A/2} du + 2\int_{A/2}^{C/2} u\,du + C\int_{C/2}^{1/2+(1-2a)C/2} du + \int_{1/2+(1-2a)C/2}^{1/2+(1-2a)B/2} \frac{2u-1}{1-2a} du + B\int_{1/2+(1-2a)B/2}^{1} du} \quad (1)$$

при $A \le C \le B$.

После несложных вычислений находим:

$$u_C = \frac{(3B+C)/8 - (1-2a)(B^2-C^2)/8 + A^3/24 - (1-2a)^2 B^3/24 - a(1-a)C^3/6}{(B+C)/2 + A^2/4 - (1-2a)B^2/4 - aC^2/2} \quad (2)$$

при $A \le C \le B$.

Абсцисса "центра тяжести результирующей фигуры" при $A \ge C \ge B$ определяется по формуле (рис.2,б)

$$u_C = \frac{A\int_0^{a(1-A)} u\,du + \int_{a(1-A)}^{a(1-C)} \left(1-\frac{u}{a}\right) u\,du + C\int_{a(1-C)}^{1-C/2} u\,du + 2\int_{1-C/2}^{1-B/2}(1-u)u\,du + B\int_{1-B/2}^{1} u\,du}{A\int_0^{a(1-A)} du + \int_{a(1-A)}^{a(1-C)} \left(1-\frac{u}{a}\right) du + C\int_{a(1-C)}^{1-C/2} du + 2\int_{1-C/2}^{1-B/2}(1-u)du + B\int_{1-B/2}^{1} du} \quad (3)$$

при $A \ge C \ge B$.

После несложных вычислений находим:

$$u_C = \frac{(A+3C)/8 - (1-2a)A^2/8 + B^2/4 - (1+2a)C^2/8 + (1-2a)^2 A^3/24 - B^3/24 + a(1-a)C^3/6}{(A+C)/2 - (1-2a)A^2/4 + B^2/4 - aC^2/2} \quad (4)$$

при $A \ge C \ge B$.

Абсцисса "центра тяжести результирующей фигуры"

$$\text{при } \begin{cases} A \le B \le C \\ B \le A \le C \end{cases} \quad (5)$$

определяется по формуле (рис. 2, в)

После несложных вычислений находим:

$$u_C = \frac{C/2 + (B^2 - C^2)/4 + (A^3 - B^3)/24}{C + (A^2 + B^2 - 2C^2)/4} \text{ при } \begin{cases} A \le B \le C \\ B \le A \le C \end{cases} \quad (6)$$

Полученные значения u_C затем преобразуются в значения управляющего воздействия на объект управления: $m^* = m_{min}(1 - 2u_C)$.

В качестве примера приведем следующие результаты расчетов.

При A=0,3, B=0,2, C=0,4, a=0,1 получаем $u_C = 0{,}4845$.

При A=0,2, B=0,3 C=0,4 a=0,1 получаем $u_C = 0{,}5155$.

При A=0,4, B=0,2, C=0,3, a=0,1 получаем $u_C = 0{,}4475$.

При A=0,2, B=0,4, C=0,3, a=0,1 получаем $u_C = 0{,}5525$.

Блок сравнения величин A(t), B(t), C(t) и расчета u_C для нечеткого регулятора с выходными функциями принадлежности, приведенными на рис. 2, строится на основании формул (2), (4), (6). Этот блок показан на рис.3. Путем моделирования этого блока можно проверять результаты расчетов по формулам (2), (4), (6).

На выходе делителя **Product** формируется величина u_C на основании формулы (2) при $A \le C \le B$. На выходе делителя **Product1** формируется величина u_C на основании формулы

(4) при $A \ge C \ge B$. На выходе делителя **Product2** формируется величина u_c на основании формулы (6) при $\begin{cases} A \le B \le C \\ B \le A \le C \end{cases}$.

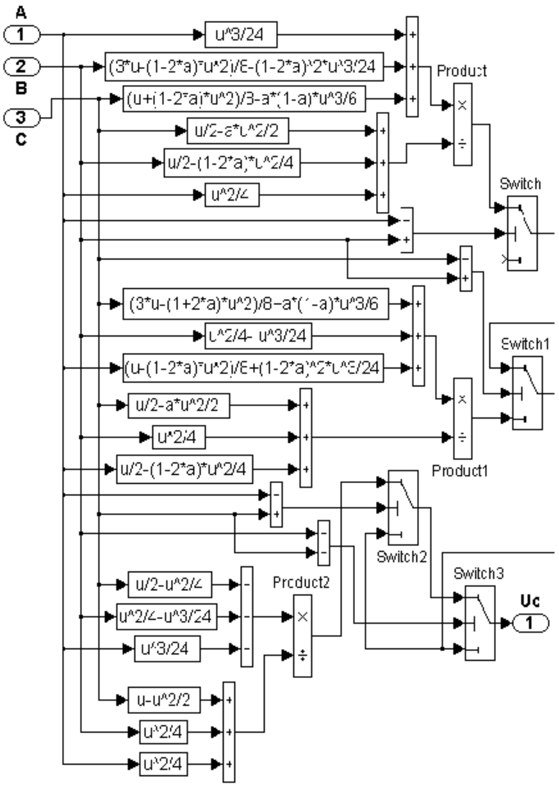

Рис. 3. Блок сравнения величин A(t), B(t), C(t) и расчета u_c

Переключатели **Switch** и **Switch1** замыкают верхние контакты при условии $A \le C \le B$, когда на средних контактах этих переключателей сигналы положительные (в блоках **Switch** и **Switch1** параметр **Threshold**=0.000001). При условии $A \ge C \ge B$, когда на средних контактах переключателей **Switch** и **Switch1** сигналы отрицательные, переключатели замыкают нижние контакты. Переключатели **Switch2** и **Switch3** замыкают верхние контакты при условии $\begin{cases} A \le B \le C \\ B \le A \le C \end{cases}$, когда на средних контактах этих переключателей сигналы положительные (в блоках **Switch2** и **Switch3** параметр **Threshold**=0.000001). При условии $A \le C \le B$, когда на среднем контакте переключателя **Switch2** сигнал положительный, а на среднем контакте переключателя **Switch3** сигнал отрицательный, то в переключателе **Switch2** замкнут верхний контакт, а в переключателе **Switch3** замкнут нижний контакт. При условии $A \ge C \ge B$, когда на среднем контакте переключателя **Switch3** сигнал положительный, а на среднем контакте переключателя **Switch2** сигнал отрицательный, то в переключателе **Switch3** замкнут верхний контакт, а в переключателе **Switch2** замкнут нижний контакт. Таким образом, при условии $A \le C \le B$ сигнал на выход схемы поступает с выхода делителя **Product**, при условии $A \ge C \ge B$ сигнал на выход схемы поступает с выхода делителя **Product1** и при условии $\begin{cases} A \le B \le C \\ B \le A \le C \end{cases}$ сигнал на выход схемы поступает с выхода делителя **Product2.** При конструировании нечетких регуляторов на основе структурной схемы, приведенной на рис. 1, **блок сравнения величин A(t), B(t), C(t) и расчета** u_c (блок 2 на рис. 1), приведенный на рис.3, может использоваться с различными блоками **формирователей величин A(t), B(t), C(t)** (блоками 1 на рис. 1). Например, для этого блока 2 можно использовать наиболее простой **формирователь величин A(t), B(t), C(t)** и блок нормировки выходной переменной (блок 3 на рис. 1) из работы [4] (см. рис. 4 и 5).

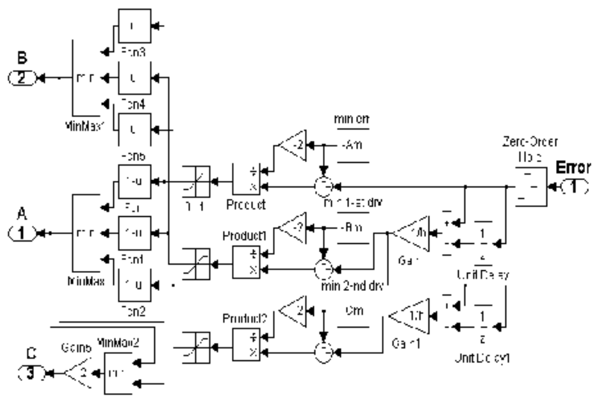

Рис. 4. Формирователь величин A(t), B(t), C(t)

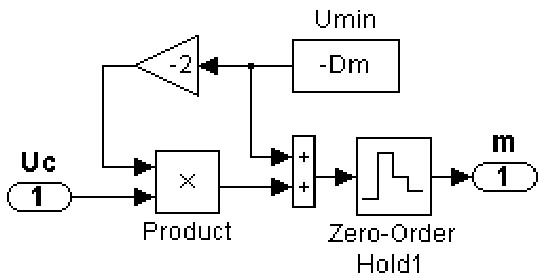

Рис. 5. Блок нормировки выходной переменной

Таким образом, на рисунках 3, 4 и 5 представлены все блоки для нечеткого регулятора, который представлен в виде последовательного соединения трех блоков (рис. 1).

Логика работы нечеткого регулятора с **формирователем величин A(t), B(t), C(t)** (блоком 1 на рис. 1**),** показанным на рис.4, **блоком сравнения величин A(t), B(t), C(t) и расчета** u_c (блоком 2 на рис.1), показанным на рис. 3, и **блоком нормировки**

выходной переменной (блок 3 на рис. 1), показанным на рис.5, для фиксированного момента времени отображена на рис. 6.

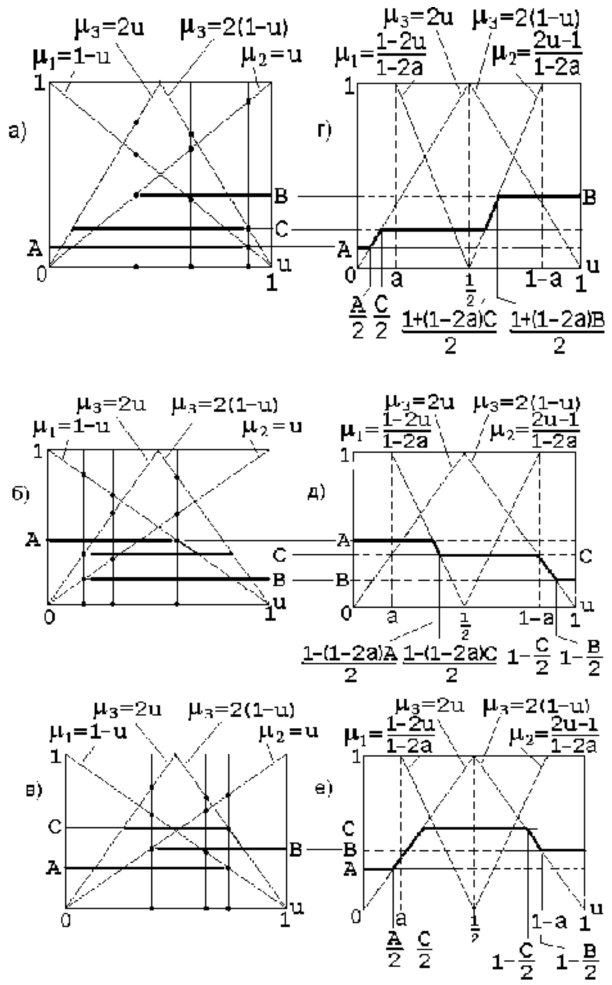

Рис. 6. Логика работы нечеткого регулятора для фиксированных моментов времени

В **формирователе величин A(t), B(t), C(t)** на входе нечеткого регулятора переменные θ^*, $\dot{\theta}^*$ и $\ddot{\theta}^*$, поступающие в регулятор с шагом квантования h, пересчитываются в переменные u_1^*, u_2^*, u_3^* и производится расчет значений входных функций принадлежности

$$\mu_1(u) = 1 - u, \quad u \in [0,1];$$

«$_2(u) = u, \quad u \in [0,1];$

$$\mu_3(u) = \begin{cases} 2u, & u \in [0,1/2]; \\ 2(1-u), & \in [1/2,1]. \end{cases}$$

для переменных u_1^*, u_2^*, u_3^* по формулам [4]

$$\left.\begin{aligned} u_1^* &= (\theta^* + A_m)/(2A_m); \\ u_2^* &= (\dot{\theta}^* + B_m)/(2B_m); \\ u_3^* &= (\ddot{\theta}^* + C_m)/(2C_m). \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Для упрощения нормировки (пересчета значений сигналов в значения элементов единого универсального множества) диапазоны изменения входных сигналов (параметров нечеткого регулятора) принимаем симметричными:

$$A_m = \theta_{max} = -\theta_{min}; \; B_m = \dot{\theta}_{max} = -\dot{\theta}_{min};$$

$$C_m = \ddot{\theta}_{max} = -\ddot{\theta}_{min}.$$

На основе алгоритма Мамдани определяются величины **A, B** и **C** (уровни отсечения входных функций принадлежности) по формулам [4]:

$$\left.\begin{aligned} A &= \min[\mu_1(u_1^*), \mu_1(u_2^*), \mu_1(u_3^*)]; \\ B &= \min[\mu_2(u_1^*), \mu_2(u_2^*), \mu_2(u_3^*)]; \\ C &= \min[\mu_3(u_1^*), \mu_3(u_2^*), \mu_3(u_3^*)]. \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

Значения **A, B** и **C** откладываются соответствующим образом на выходные функции принадлежности (рис. 6)

$$\mu_1(u) = \frac{1-2u}{1-2a}, \quad u \in [0,1]; \quad \mu_2(u) = \frac{2u-1}{1-2a}, \quad u \in [0,1];$$

$$\mu_3(u) = \begin{cases} 2u, & u \in [0,1/2]; \\ 2(1-u), & \in [1/2,1]. \end{cases}$$

и производится расчет ненормированного выхода регулятора в **блоке сравнения величин A(t) и B(t) и расчета** u_c по формулам (2), (4), (6). Далее полученное значение u_c **в блоке нормировки выходной переменной** пересчитывается в выходное напряжение регулятора по формуле

$$m^* = m_{min}(1 - 2u_c) = -D_m(1 - 2u_c).$$

В динамике при изменении переменных $u_1(t)$, $u_2(t)$, $u_3(t)$ текущие величины **A(t), B(t), C(t)** поступают в **блок сравнения** и расчитанное на каждом шаге h значение $u_c(t)$ преобразуется в выходное напряжение $m(t)$.

Вывод

Полученные формулы дают возможность, используя точный метод вычисления абсциссы "центра тяжести результирующей фигуры" (ненормированного выхода нечеткого регулятора) при разделенных треугольных функциях принадлежности с тремя термами, получить полную принципиальную схему регулятора, реализующую полученные зависимости. Настройка нечеткого регулятора при включении регулятора в систему автоматического управления осуществляется путем перестройки диапазонов переменных $A_m = \theta_{max} = -\theta_{min}$; $B_m = \dot{\theta}_{max} = -\dot{\theta}_{min}$; $C_m = \ddot{\theta}_{max} = -\ddot{\theta}_{min}$ в **формирователе** (рис.4) и $D_m = m_{max} = -m_{min}$ в блоке **нормировки выходной переменной (**см. рис. 5) с целью получения оптимальных показателей качества системы автоматического управления.

Список литературы

1. Дьяконов В., Круглов В. Математические пакеты расширения MATLAB. Специальный справочник. - СПб.: Питер, 2001. - 480 с.

2. Гостев В.И. Синтез нечетких регуляторов систем автоматического управления. - К.: Издательство "Радіоаматор", 2005.-708 с.

3. Гостев В.И. Новый метод проектирования одного класса нечетких цифровых регуляторов // Проблемы управления и информатики. – 2007. - №6.- С.73-84.

4. Гостев В.И. Нечеткие регуляторы в системах автоматического управления. - К.: Издательство "Радіоаматор", 2008. - 972 с.

Поступила в редакцію 09.04.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Ю.Г. Савченко, Національний технічний університет «КПІ».

ПРОЕКТУВАННЯ НЕЧІТКОГО РЕГУЛЯТОРА ПРИ РОЗДІЛЕНИХ ТРИКУТНИХ ФУНКЦІЯХ ПРИНАЛЕЖНОСТІ З ТРЬОМА ТЕРМАМИ ТА ОБМЕЖЕННЯМ

В.І. Гостев, Н.І. Кунах

Отримані аналітичні вирази для управляючих впливів на виході нечіткого регулятора при розділених трикутних функціях приналежності з трьома термами та обмеженням, викладені питання проектування та запропонована практична принципова схема нечіткого регулятора.

Ключові слова: *нечіткий регулятор, функції приналежності, терми, нечітка логіка, Matlab.*

PLANNING OF FUZZY CONTROLLER IS AT PART TRIANGULAR MEMBERSHIP FUNCTIONS OF DIVIDED WITH THREE THERMS AND LIMITATION

V.I. Gostev, N.I. Kunakh

Analytical expressions for controlling actions on an output of an fuzzy controller are received at divided triangular membership functions with three terms, questions of designing of an fuzzy controller are stated and the practical basic scheme of an fuzzy controller is offered.

Keywords: *fuzzy controller, the membership functions, terms, fuzzy logic, Matlab.*