ПИТАННЯ УПРАВЛІННЯ В СКЛАДНИХ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ

УДК 004.9

І.Д. Варламов, С.С. Гаценко

Національний університет оборони України імені Івана Черняховського, Київ

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ІНФОРМАЦІЙНИХ ПОТОКІВ АВТОМАТИЗОВАНИХ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ

Моделювання процесів розподілу та використання інформації в розподілених автоматизованих системах управління базується на математичних моделях інформаційних потоків.

Запропонована комплексна математична модель інформаційних стаціонарних ординарних, нестаціонарних ординарних та стаціонарних неординарних потоків із врахуванням їх випадкових однорідних та неоднорідних фінітних регулярностей.

Ключові слова: *інформаційні потоки, потоки запитів, інформаційні технології, автоматизована система управління.*

Вступ

Динаміка зростання об'ємів різного роду інформації (графічна, звукова, текстова, числова, відеоінформація) у просторі від різних джерел, ставлять нові вимоги до технологій та методик обробки, зберігання, передачі та розподілу інформації [1-4]. Особливу важливість це має у сфері управління у зв'язку з безпосередньою залежністю якості передачі та розподілу інформації між суб'єктами управління та оперативністю процесу управління в цілому.

Комплексна автоматизація процесу управління на основі застосування інформаційних та телекомунікаційних технологій нового покоління є основним шляхом задоволення жорстких вимог щодо оцінки, аналізу, прогнозування та підтримки прийняття рішень в реальному або квазіреальному масштабі часу в сучасних системах управління [5-7]. Важлива роль при моделюванні процесів розподілу та використання інформації в автоматизованих системах управління відводиться математичним моделям інформаційних потоків.

Постановка проблеми

Як і для будь-якого процесу чи явища, що описуються математично для інформаційних потоків запитів необхідно розглянути основні характеристики, подальше оперування якими дасть змогу створити функціонально ефективну підсистему розподілу та зберігання інформації автоматизованої системи управління [8].

Так, для даної роботи необхідно розглянути такі характеристики, що дадуть змогу здійснити ефективний аналіз роботи підсистеми розподілу та зберігання інформації як: ведуча функція [8], параметр та інтенсивність потоку запитів, з метою подальшого використання при розробці моделі підсистеми розподілу та зберігання інформації для раціонального розподілу інформаційних потоків в АСУ та підвищення ефективності прийняття управлінських рішень.

Виходячи з цього розробка комплексної математичної моделі інформаційних стаціонарних ординарних, нестаціонарних ординарних та стаціонарних неординарних потоків з врахуванням їх випадкових однорідних та неоднорідних фінітних регулярностей є актуальною.

Аналіз останніх публікацій

Удосконалення функціонування АСУ здійснюється за рахунок інтегрованого застосуванням телекомунікаційних та інформаційних технологій. Найбільшого розвитку в підвищенні ефективності телекомунікаційних систем набула теорія телетрафіка, яка поповнюється новими методами оцінки параметрів якості обслуговування інформаційних потоків для розвитку моделей систем розподілу інформації [9-11].

При розробці та дослідженні моделей систем розподілу інформації на основі теорії телетрафіку оперування проводяться в кількісній площині процесів обслуговування інформаційних потоків. Саме тому, як і для будь-яких інших моделей систем розподілу інформації, з метою здійснення оцінки параметрів якості обслуговування інформаційних потоків, в моделях систем розподілу інформації на основі теорії телетрафіку, оперування також здійснюється не з самими системами розподілу інформації, а з їх математичними моделями. Математична модель системи розподілу інформації включає наступні три основні елементи: вхідний потік запитів, схему системи розподілу інформації, дисципліну обслуговування потоку запитів [13].

Аналіз [5, 6, 11] показує, що підвищення якості функціонування АСУ доцільно розпочинати з підвищення ефективності функціонування підсистеми розподілу та зберігання інформації шляхом раціонального розподілу вхідних інформаційних потоків, у математичному відношенні відповідністю для яких є математичні моделі вхідних потоків запитів. При цьому, слід врахувати, що оцінка параметрів якості обслуговування інформаційних потоків здійснюється на основі характеристик та властивостей потоків запитів.

Основна частина

Характеристики потоків запитів

Параметр потоку. Параметр потоку запитів $\lambda(t)$ в момент часу t – границя відношення ймовірності надходження хоча б одного запиту за час $[t, t+\tau)$ до довжини цього інтервалу часу τ при $\tau \to 0$:

$$\lim_{\tau\to 0}\frac{P_{k\geq 1}(t, t+\tau)}{\tau} = \lambda(t) \quad (1)$$

тобто параметром потоку запитів є щільність ймовірності надходження запиту в момент часу t. Виходячи з вищенаведеної формули, знаходимо ймовірність надходження одного та більше запитів за інтервал часу $[t, t+\tau)$:

$$P_{k\geq 1}(t, t+\tau) = \lambda(t)\tau + 0(\tau), \tau \to 0 \quad (2)$$

Доцільно розглянути параметр $\lambda(t)$ для стаціонарного потоку. Так, згідно визначення стаціонарності потоку, ймовірність надходження певної кількості запитів за деякий інтервал часу одна й та ж і не залежить від місцезнаходження цього інтервалу на часовій осі. З цього слідує, що параметр потоку $\lambda(t)$, тобто щільність ймовірності надходження запитів стаціонарного потоку, не залежить від моменту t, тобто для конкретного потоку запитів є постійною величиною і не залежить від часу:

$$\lambda(t) = \lambda \quad (3)$$

Виходячи з цього, для стаціонарних потоків ймовірність надходження одного та більше запитів за інтервал часу $[t, t+\tau)$ визначається рівністю:

$$P_{k\geq 1}(t, t+\tau) = \lambda\tau + 0(\tau), \tau \to 0 \quad (4)$$

У загальному, на відміну від ведучої функції потоку $\Delta(0, t)$, яка визначає математичне сподівання кількості запитів, що надходять за інтервал часу $(0, t)$, параметр потоку $\lambda(t)$ характеризує не потік запитів, а потік часових моментів їх надходження, і ця характеристика відноситься не до всього інтервалу $(0, t)$, а лише до фіксованого моменту часу t.

Інтенсивність потоку. Для різних типів потоків запитів математична суть інтенсивності значно відрізняється, зокрема, слід розглянути інтенсивність стаціонарного та нестаціонарного потоків. Для нестаціонарного потоку запитів також існують поняття середньої та миттєвої інтенсивності.

Інтенсивність стаціонарного потоку μ – математичне сподівання кількості запитів за одиницю (інтервал) часу. Внаслідок адитивності математичного сподівання для стаціонарного потоку ведуча функція за інтервал часу $[0, t)$, дорівнює:

Середня інтенсивність нестаціонарного потоку запитів на інтервалі $[t_1, t_2)$ – математичне сподівання кількості запитів на цьому інтервалі за одиницю часу:

$$\Delta(0, t) = \mu t \quad (5)$$

$$\mu(t_1, t_2) = \frac{\Delta(0, t_2) - \Delta(0, t_1)}{t_2 - t_1} \quad (6)$$

Миттєва інтенсивність нестаціонарного потоку запитів в момент часу t:

$$\mu(t) = \lim_{\tau\to 0}\frac{\Delta(0, t+\tau) - \Delta(0, t)}{\tau} = \Delta'(0, t) \quad (7)$$

З останнього виразу слідує висновок, що миттєва інтенсивність нестаціонарного потоку являє собою похідну ведучої функції потоку. Аналогічно як параметр потоку $\lambda(t)$, миттєва інтенсивність потоку $\mu(t)$, відноситься не до інтервалу часу надходження запитів, а тільки до моменту часу t. В той самий час як на відміну від параметру потоку, який характеризує потік часових моментів надходження запитів, миттєва інтенсивність характеризує потік запитів. З цього слідує, що для будь-яких потоків запитів справедлива нерівність:

$$\mu(t) \geq \lambda(t) \quad (8)$$

причому для ординарних потоків:

$$\mu(t) = \lambda(t)$$

для стаціонарних потоків інтенсивність та параметр є сталими величинами:

$$\mu(t)=\mu,\lambda(t)=\lambda$$

Таким чином, в загальному для: будь-яких стаціонарних потоків $\mu \geq \lambda$; стаціонарних ординарних $\mu=\lambda$.

Математичні моделі потоків запитів
Найпростіший потік запитів
(стаціонарний Пуассонівський)

Найпростішим потоком запитів називається стаціонарний ординарний потік без післядії. Даний тип потоків запитів є найбільш розповсюдженою моделлю реального потоку запитів. Так, потік запитів, який є еквівалентним потоку повідомлень що формують джерела інформації, характеризується відсутністю післядії. Його можна вважати ординарним, а при обмеженні інтервалу часу до декількох годин ще й стаціонарним.

Математична модель найпростішого потоку. Визначимо ймовірності надходження точно $k(k=0,1,2,...)$ запитів на інтервалі часу $[t_0,t_0+t)$. Дослідження будемо проводити на інтервалі часу $[t_0,t_0+t+\tau)$, який можна представити сумою двох часових інтервалів:

$$[t_0,t_0+t+\tau)= [t_0,t_0+t)+[t,t+\tau) \quad (9)$$

Для того щоб на інтервалі часу $[t_0,t_0+t+\tau)$ надійшло точно k запитів, необхідно, щоб за перший інтервал часу надійшло, k або $k-1$, …, або $k-i$, …, або 0 запитів і відповідно за другий інтервал 0, або 1, …, i, …, або k запитів.

Введемо позначення:

$P_k(t_0,t_0+t+\tau)$ – ймовірність надходження точно *k* запитів за інтервал часу $[t_0,t_0+t+\tau)$;

$P_{k-i}(t_0,t_0+t)$ – ймовірність надходження точно *k-i* запитів за перший відрізок часу $[t_0,t_0+t)$;

$P_i(t,t+\tau)$ – ймовірність надходження точно *i* запитів за другий відрізок часу $[t,t+\tau)$.

Згідно визначення найпростіший потік являється стаціонарним. Із цього слідує, що ймовірності надходження тієї чи іншої кількості запитів за інтервали часу $[t_0,t_0+t+\tau)$, $[t_0,t_0+t)$, $[t,t+\tau)$ не залежать від моментів початку відліку часу, а залежать тільки від довжини інтервалів часу. Виходячи з цього, введемо спрощення як інтервалів часу так і ймовірностей:

$$[t_0,t_0+t+\tau)\to[t+\tau),\ [t_0,t_0+t)\ \to$$
$$[t),\ [t,t+\tau)\ \to[\tau)$$

і відповідно:

$$P_k(t_0,t_0+t+\tau)\ \to P_k(t+\tau), P_{k-i}(t_0,t_0+t)$$
$$\to P_{k-i}(t), P_i(t,t+\tau)\ \to P_i(\tau).$$

Найпростіший потік є потоком без післядії. Тому повідомлення запити на запис яких до відповідних баз даних надходять до підсистеми розподілу та зберігання інформації на першому та другому інтервалах часу є незалежними, і ймовірність надходження точно *k* запитів за час $[t+\tau)$ для кожної реалізації $і=0,\ 1,\ \dots,k$ складає:

$$P_k(t+\tau)=P_{k-i}(t)P_i(\tau) \quad (10)$$

де $і=0,\ 1,\ \dots,k$.

Оскільки реалізації з $і=0,\ 1,\ \dots,k$ представляють собою несумісні події, то згідно з формулою повної ймовірності:

$$P_k(t+\tau)=\sum_{i=0}^{k} P_k(t+\tau)_i = \sum_{i=0}^{k} P_{k-i}(t)P_i(\tau), k=0,1,2,.... \quad (11)$$

Даний вираз являє собою систему, що складається з нескінченного числа рівнянь. Тепер приймемо, що інтервал часу $\tau\to 0$. Внаслідок ординарності найпростішого потоку $P_2(t,t+\tau)=0(t),\to 0.$ Тим більше ймовірності надходження точно 2, 3, … запитів – $P_2(\tau),P_3(\tau),\ \dots$ – є нескінченно малі більш високого порядку малості по відношенню до τ. З цього слідує, що в даній системі рівнянь ймовірності P_i мають кінцеві значення тільки при $і=0$ та $і=1$. На основі цього система рівнянь набуває виду:

$$P_k(t+\tau)=P_{k-1}(t)P_1(\tau)+P_k(t)$$
$$P_0(\tau)+0(\tau), k=0,1,....\tau\to 0 \quad (12)$$

З урахуванням виразу (2) та (7) з [8] визначаємо імовірності $P_1(\tau)$ та $P_0(\tau)$:

$$P_1(\tau)=\lambda\tau+0(\tau);\ \ P_0(\tau)=1-\lambda\tau-0(\tau) \quad (13)$$

Тепер підставимо в систему рівнянь отримані значення ймовірностей $P_1(\tau)$ та $P_0(\tau)$. Далі перенесемо в ліву частину рівнянь $P_k(t)$ і поділимо ліві і праві частини рівнянь на τ. Перейшовши до границі отримаємо:

$$\frac{d}{dt}P_k(t)=\lambda P_{k-1}(t)-\lambda P_k(\tau), k=0,1,.... \quad (14)$$

Розв'язавши систему диференціальних рівнянь (14), отримаємо формулу Пуассона:

$$P_k(t)=\frac{(\lambda t)^k}{k!}e^{-\lambda t} \quad (15)$$

де λ – параметр найпростішого потоку;

t – інтервал часу на якому проводиться дослідження;

k – кількість запитів в потоці на досліджуємому інтервалі часу t.

Таким чином, ймовірність надходження точно k запитів найпростішого потоку за інтервал часу t

визначається формулою Пуассона. Саме тому найпростіший потік також можна назвати стаціонарним пуассонівським потоком запитів [13].

Властивості та характеристики найпростішого потоку. Об'єднання і роз'єднання найпростіших потоків

При об'єднанні n незалежних найпростіших потоків з параметрами $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_n$ виникає загальний найпростіший потік з сумарним параметром $\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n$. Якщо найпростіший потік з параметром λ надходить в n напрямків для запису повідомлень до баз даних з постійною ймовірністю $Ð_k$, де $k = 1, \ldots n$, то в кожному напрямку також надходить найпростіший потік з параметром λ_k. Дані властивості дозволяють проводити операції об'єднання та роз'єднання навантаження по напрямках запису повідомлень до відповідних баз даних.

Далі приведемо розрахунковий вираз ймовірнісного надходження точно k запитів за інтервал часу t для об'єднання та роз'єднання найпростіших потоків. Так, вони будуть розраховуватись за формулою Пуассона, при цьому, результуючий параметр λ буде сумарним значенням усіх найпростіших потоків $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_n$, що його формують:

$$P_k(t) = \frac{\left[(\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n)t\right]^k}{k!} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n)t} \quad (16)$$

Також можна показати, що об'єднання великої кількості стаціонарних ординарних потоків з практично будь-якою післядією при малих значеннях параметрів цих потоків створює загальний потік запитів, близький до найпростішого – квазінайпростіший.

Якщо кожен потік надходить від окремих джерел інформації, то найпростіший потік можна представити як потік від нескінченної кількості джерел, параметр кожного з яких прямує до нуля. Так, сума ймовірностей всіх можливих значень кількості запитів, що надходять за інтервал часу t, на якому проводиться дослідження, дорівнює 1. Дійсно:

$$\sum_{k=0}^{\infty} P_k(t) = e^{-\lambda t} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k}{k!} = e^{-\lambda t} e^{\lambda t} = 1 \quad (17)$$

При $t = 1$ отримуємо:

$$P_k(t) = P_k(t) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \quad (18)$$

Функція $P_k(t)$ являє собою функцію розподілу дискретної випадкової величини $\hat{E}$. Із формули Пуассона (15) слідує, що вона залежить від λt і k, а при $t = 1$ – від λ і k.

Математичне сподівання $\grave{I}(\hat{E})$ та дисперсія $D(K)$ кількості запитів за інтервал часу t для найпростішого потоку запитів рівні між собою.

Як і для будь-якої дискретної випадкової величини, розподіленої по закону Пуассона, математичне сподівання $\grave{I}(\hat{E})$, дисперсія $D(K)$ та середньоквадратичне відхилення $\sigma(K)$ кількості запитів найпростішого потоку запитів, що надходять за інтервал часу t, дорівнюють:

$$M(K) = D(K) = \lambda t; \quad \sigma(K) = \sqrt{\lambda t} \quad (19)$$

При $t = 1 M(K) = D(K) = \lambda, \sigma(K) = \sqrt{\lambda}$.

З цього слідує, що інтенсивність найпростішого потоку дорівнює його параметру $\mu = M(K) = \lambda$. Отже рівність $\mu = \lambda$. справедлива не тільки для найпростішого потоку, але і для будь-якого стаціонарного ординарного потоку, що було описано раніше.

Крім того, на основі вищевикладених досліджень властивостей найпростішого потоку запитів необхідно довести, що він описується саме законом розподілу Пуассона. Для цього буде використано графічний метод.

На першому етапі буде здійснено графічну інтерпретацію характеру залежності $P_k(t)$ від k при $\lambda t = const(\lambda t = 5)$ (рис. 1).

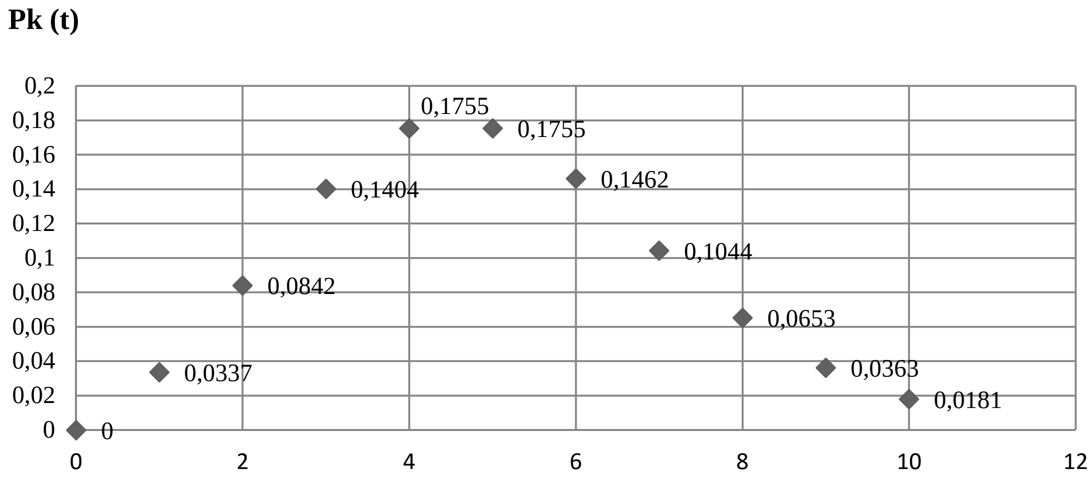

Рис. 1. Залежність $P_k(t)$ від k при $\lambda t = 5$

Основою для розрахунків є вирази (17) та (18). Оскільки за умовою $\lambda t = const = 5$, а параметр для стаціонарних потоків є сталою величиною, часовий інтервал t на якому проводиться дослідження також набуває сталого значення і не змінюється:

$$P_k(t) = P_k(t) = \frac{(\lambda t^k)}{k!} e^{-\lambda t}$$

Після підстановки числових значень отримаємо робочу формулу:

$$P_k(t) = P_k = \frac{5^k}{k!} e^{-5} = \frac{5^k}{k! \cdot e^5}$$

З проведених розрахунків для $k = 0, 1, 2, \ldots 10$ отримано результати (табл. 1). Таким чином, у відповідність кожному значенню k отримано функціонально залежні ймовірності надходження відповідної кількості запитів $P_k(t)$ при $\lambda t = 5$ (табл. 1), графічне відображення яких наведені на рис. 1.

Таблиця 1

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_k	0,0067	0,0337	0,0842	0,1404	0,1755	0,1755	0,1462	0,1044	0,0653	0,0363	0,0181

На другому етапі графічно показано вплив λt на характер залежності $P_k(t)$ від k (рис. 2). На ньому зображено графік залежності $P_k(t)$ від k, побудований на основі розрахунків, при $\lambda t = 1,\ 5^{3} 10.$

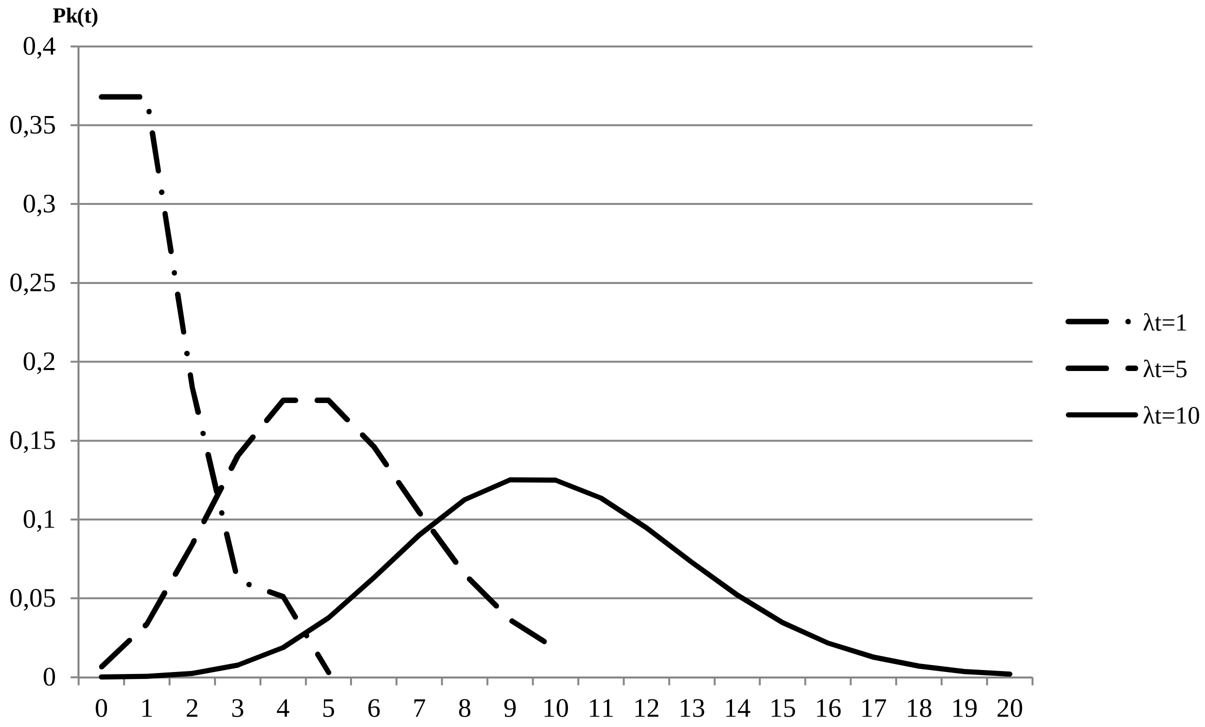

Рис. 2. Огинаючі криві значень функції $P_k(t)$ від k при $\lambda t = 1,\ 5,\ 10$

Робоча формула для $\lambda t = 1$

$$P_k(t) = P_k = \frac{1^k}{k!} e^{-1} = \frac{1^k}{k! \cdot e^1}$$

З проведених розрахунків для $k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots\ 5$ отримано результати (табл. 2):

Таблиця 2

k	0	1	2	3	4	5
P_k	0,3679	0,3679	0,1839	0,0613	0,0513	0,0031

Робоча формула для λt=10:

$$P_k(t) = P_k = \frac{10^k}{k!} e^{-10} = \frac{10^k}{k! \cdot e^{10}}$$

З проведених розрахунків для $k = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots\ 20$ отримано результати (табл. 3):

Таблиця 3

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_k	0,0005	0,0023	0,0076	0,0189	0,0378	0,0631	0,0901	0,1126	0,1251	0,1250
k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
P_k	0,1137	0,0948	0,0729	0,0521	0,0347	0,0217	0,0128	0,0071	0,0037	0,0019

Із огинаючих функцій $P_k(t)$ при $t = const = 1$, слідує висновок, що із зростанням величини λt, тобто зростанням параметру потоку λ, криві графічного відображення залежності приймають все більш симетричну форму, прямуючи до нормального закону розподілу безперервної випадкової величини. При $\lambda t = 10$ має місце практично повне співпадання кривої значень $P_k(t)$ та нормального закону розподілу.

Ймовірність надходження k та більше запитів визначається за формулою

$$P_{i \geq k}(t) = \sum_{i=k}^{\infty} \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t} \qquad (20)$$

Ймовірності $P_k(t)$ та $P_{i\geq k}(t)$ для різних значень k та λt табульовані. Практичний інтерес представляє собою також залежність $P_{i\leq k}(t)$ від k за умови, що $\lambda t = const.$ При цьому $P_{i\leq k}(t)$ визначається по таблицях $P_{i\geq k}(t)$ з урахуванням того, що $P_{i\leq k}(t) = 1 - P_{i\geq k}(t)$.

Інтервали часу між запитами $Ŀ(z<t)$ в найпростішому потоці запитів розподіляються за показниковим (від'ємним експоненціальним) законом розподілу. Так, згідно визначення функція розподілу ймовірностей інтервалів часу між запитами $F(z)$ дорівнює ймовірності того, що інтервал часу між запитами z буде меншим заданого інтервалу t, що рівнозначно ймовірності того, що за інтервал t надійде один та більше запитів. Використовуючи вираз (18) – формулу Пуассона, отримаємо:

$$F(z) = P(z<t) = 1 - P(z<t) = 1 - P_0(t) = 1 - e^{-\lambda z} \qquad (21)$$

Щільність розподілу ймовірностей інтервалів часу між запитами:

$$f(t) = \frac{df(z)}{dz} = \lambda e^{-\lambda t} \qquad (22)$$

Таким чином, розподіл інтервалів часу між запитами найпростішого потоку описується показниковим (від'ємним експоненціальним) законом. Функція $F(z)$ залежить від параметра потоку λ.

Математичне сподівання $M(z)$, дисперсія $D(z)$ та середньоквадратичне відхилення $\sigma(z)$ інтервалу часу між запитами z, відповідно дорівнюють:

$$M(z) = \int_{-\infty}^{\infty} z f(z) dz = \int_{0}^{\infty} z\lambda e^{-\lambda z} dz =$$

$$= \begin{bmatrix} u = z;\ \int d\upsilon = \int \lambda e^{-\lambda z} dz \\ du = dz;\ \upsilon = -e^{-\lambda z} \end{bmatrix} =$$

$$= -z e^{-\lambda z} \Big|_0^{\infty} - \frac{1}{\lambda} \int_0^{\infty} e^{-\lambda z} d(-z\lambda) =$$

$$= -\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda z} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} \lim_{z\to\infty} \frac{1}{e^{\lambda z}} = \frac{1}{\lambda}$$

Таким чином:

$$M(z) = \frac{1}{\lambda} \qquad (23)$$

$$D(z) = \int_{-\infty}^{\infty} z^2 f(z) dz - \frac{1}{\lambda^2} = \int_0^{\infty} z^2 \lambda e^{-\lambda z} dz - \frac{1}{\lambda} =$$

$$\begin{bmatrix} u = z^2; d\upsilon = \lambda e^{-\lambda z} dz \\ du = 2zdz; \upsilon = -e^{-\lambda z} \end{bmatrix} = -z^2 e^{-\lambda z} \Big|_0^{\infty} +$$

$$+ \int_0^{\infty} 2z e^{-\lambda z} dz - \frac{1}{\lambda^2} = \begin{bmatrix} z = u; d\upsilon = \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda z} dz \\ dz = du; V = -\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda z} \end{bmatrix} =$$

$$-2z \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda z} \Big|_0^{\infty} - 2\frac{1}{\lambda^2} \int_0^{\infty} e^{-\lambda z} d(-z\lambda) - \frac{1}{\lambda^2} =$$

$$-\frac{2}{\lambda^2} e^{-\lambda z} \Big|_0^{\infty} = \frac{2}{\lambda^2} - \lim_{z\to\infty} \frac{2}{\lambda^2} \frac{1}{e^{\lambda z}} - \frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda^2}$$

Таким чином:

$$D(z) = \frac{1}{\lambda^2} \qquad (24)$$

$$\sigma(z) = \sqrt{D(z)} = \frac{1}{\lambda} \qquad (25)$$

З (23) та (25) слідує рівність $M(z) = \sigma(z)$. Така рівність характерна при показниковому законі розподілу будь-якої випадкової величини. Формула (22) показує, що зі збільшенням параметра потоку λ зменшується математичне сподівання інтервалу часу між запитами $M(z)$, що для наглядності продемонстровано на рис. 3, на якому графічно показано залежності $F(z)$ від z при $\lambda t = 1,\ 5,\ 10$.

Для проведення розрахунків значень кривих скористаємось формулою (21):

$$F(z) = 1 - e^{-\lambda z}$$

Робоча формула для $\lambda = 1$:

$$F(z) = 1 - e^{-\lambda z} = 1 - e^{-1z} = 1 - e^{-z}$$

З проведених розрахунків для $z = 0;\ 0,5;\ \ldots\ 3$ отримано результати (табл. 4):

Таблиця 4

z	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
F(z)	0	0,3935	0,6321	0,7769	0,8647	0,9179	0,9502

Робоча формула для $\lambda = 5$:

$$F(z) = 1 - e^{-\lambda z} = 1 - e^{-5z} = 1 - e^{-5z}$$

З проведених розрахунків для $z = 0;\ 0,5;\ \ldots\ 3$ отримано результати (табл. 5):

Таблиця 5

z	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
F(z)	0	0,9179	0,9933	0,9994	0,9999	0,9999	0,9999

Робоча формула для $\lambda = 10$:

$$F(z) = 1 - e^{-\lambda z} = 1 - e^{-10z} = 1 - e^{-10z}$$

З проведених розрахунків для $z = 0;\ 0,5;\ \ldots\ 3$ отримано результати :

Таблиця 6

z	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
F(z)	0	0,9993	0,9999	0,9994	0,9999	0,9999	0,9999

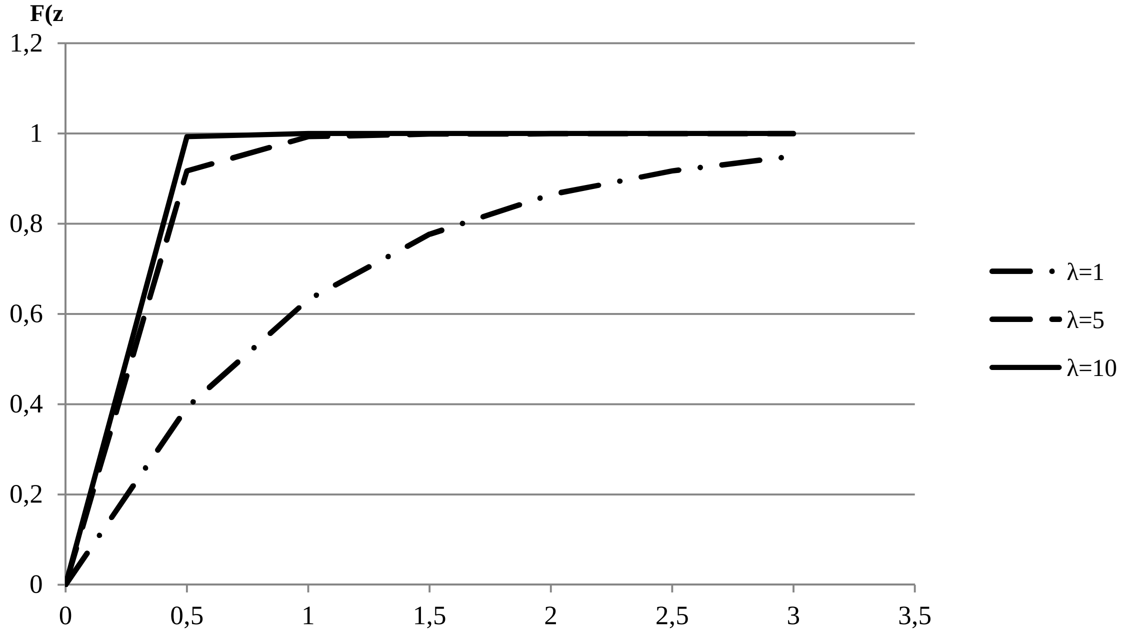

Рис. 3. Залежність $F(z)$ від (z) при $\lambda = 1,\ 5,\ 10$

З аналізу наведених кривих видно, що із збільшенням λ збільшується ймовірність того, що інтервал часу між запитами менше заданого інтервалу часу z, що й треба було довести (див. визначення функції розподілу ймовірностей інтервалів часу між запитами $F(z)$.

Розподіл інтервалів часу між запитами за показниковим законом (21) є не тільки необхідною, але й достатньою умовою найпростішого потоку. Крім того можна показати, що потік з незалежними інтервалами між запитами, розподіленими за однаковим показниковим законом (21), являється також найпростішим потоком запитів.

Показниковий закон розподілу характеризується наступною властивістю. Так, якщо відомо, що випадковий інтервал часу z, розподілений за показниковим законом розподілу і триває протягом деякого інтервалу часу t, то закон розподілу на часовому інтервалі, що залишився, також буде показниковим з таким же параметром і не буде залежати від t.

Для доведення припустимо, що інтервал часу між запитами дорівнює t. Знайдемо умовну ймовірність того, що він буде продовжуватись ще не менше інтервалу часу τ. На основі теореми об'єднання ймовірностей можна записати:

$$P(z > t + \tau) = P(z > t)P(z > \tau / z > t)$$

З урахуванням (21):

$$e^{-\lambda(t+\tau)} = e^{-\lambda t} P(z > \tau / z > t)$$

З цього виразу умовна ймовірність дорівнює:

$$P(z > \tau / z > t) = e^{-\lambda\tau} = P(z > \tau)$$

Таким чином, умовна ймовірність не залежить від інтервалу часу, на якому вже здійснювалось обслуговування і дорівнює безумовній ймовірності $P(z > t)$, що й треба було довести.

Загалом, показниковий закон розподілу – єдиний, що володіє даною властивістю. Ця властивість показникового закону в своїй суті представляє друге формулювання основної властивості найпростішого потоку запитів – відсутності післядії. Використання даної властивості дозволяє значно спрощувати математичні перетворення, в тому числі, при аналізі в підсистемі зберігання та розподілу інформації в АСУ в процесі надходження потоків запитів та їх обслуговування.

Висновки

Таким чином, здійснено математичний опис та на основі характеристик потоків запитів детальний аналіз властивостей найпростішого потоку запитів, що в подальшому буде використано при створенні математичної моделі підсистеми розподілу та зберігання інформації АСУ.

Крім того, математичну модель найпростішого потоку запитів в подальшому буде використано як базовий матеріал при здійсненні математичного опису інших типів інформаційних потоків, які можуть надходити до підсистеми розподілу та зберігання інформації АСУ.

Список літератури

1. Закон України "Про інформацію" від 02 жовтня 1992 року № 2658-XII. Відомості Верховної Ради України від 02.10.1992., № 48, ст. 650.

2. Види інформації та її властивості, [Електронний ресурс] // – Режим доступу: http:www.pngrt.net (10.11.2014 р.).

3. Лидовский В. В. Теория информации: Учебное пособие / В.В. Лидовский – М.: Компания Спутник+, 2004, ISBN 5-93406-661-7.

4. Партико З. В. Теорія масової інформації та комунікації / З.В. Партико – Львів.: Афіша, 2008. – 292 с.

5. Вычислительная технология SAP® "In-Memory": изменение способа управления бизнес информацией и аналитикой (SAP AG, март 2011 г., [Електронний ресурс] // – Режим доступу: http://fm.sap.com (12.11.2014 р.).

6. Общий подход к реализации базы данных для OLTP и OLAP с применением базы данных со столбцами с технологией "In-Memory" (SIGMOD'09, 29 июня-2 июля 2009 г., [Електронний ресурс] // – Режим доступу: http://www.siemod09.org (12.11.2014 р.).

7. Управление данными в памяти — точка перегиба для корпоративных приложений [Електронний ресурс] // – Режим доступу: http://www.fm.sap.com (10.11.2014 р.).

8. Варламов І.Д., Гаценко С.С. Модель інформаційних потоків автоматизованих систем управління / І.Д. Варламов, С.С. Гаценко // Сучасні інформаційні технології у сфері безпеки та оборони – К.: НУОУ. – 2014 – Вип. 3(21) С. 5-11.

9. Ложковський А.Г. Дослідження впливу параметрів навантаження на характеристики якості обслуговування: дис. канд. техн. наук: спец. 05.12.02. – Телекомунікаційні системи та мережі / А.Г. Ложковський: – Одеса.: ОНАЗ ім. О.С. Попова, 2003. – 20 с.

10. Шнепс М.А. Системы распределения информации. Методы расчета. Справ. пособие / М.А. Шнепс. – М.: Связь, 1979. – 344 с.

11. Маслов В.П. Інформаційні системи і технології в економіці: Посібник для студ. Вузів / В.П. Маслов. Міністерство освіти і науки України. – К.: Слово, 2005. – 263 с.

12. Ложковский А.Г. Методы расчета качества обслуживания в мультисервисных сетях связи: The 2-nd International Conference [„Telecommunication, Electronics and Informatics"]. – Chishinau, 2008. – P. 117–126.

13. Воронин А.Н. Многокритериальные решения: модели и методы: монография / А.Н. Воронин., Ю.К. Зиатдинов., М.В. Куклинский. – К.: НАУ, 2011. – 348 с.

14. Лившиц Б.С. и др. Теория телетрафика / Б.С. Лившиц, А.П. Пшеничников, А.Д. Харкевич. Учебник для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Связь, 1979. – 224 с.

Надійшла до редколегії 01.12.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. заслужений діяч науки і техніки України В.Г. Солонніков, Національний університет оборони України ім. І. Черняховського, Київ.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ПОТОКОВ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

И.Д. Варламов, С.С. Гаценко

Моделирование процессов распределения и использования информации в распределенных автоматизированных системах управления базируется на математических моделях информационных потоков.

Предложенная комплексная математическая модель информационных стационарных ординарных, нестационарных ординарных и стационарных неординарных потоков с учетом их случайных однородных и неоднородных финитных регулярностей.

Ключевые слова: *информационные потоки, потоки запросов, информационные технологии, автоматизированная система управления.*

MATHEMATICAL MODEL OF INFORMATION FLOWS AUTOMATED CONTROL SYSTEMS

I.D. Varlamov, S.S. Gatsenko

Modeling processes of distribution and use of information in distributed automatic systems of control based on mathematical models of information stream.

Proposed complex mathematical model of information ordinary stationary, non-stationary and stationary ordinary extraordinary streams according to their random homogeneous and heterogeneous finite regularity.

Keywords: *information stream, the stream of requests, information technology, automatic control system.*