КУЗЛО МИКОЛА ТРОХИМОВИЧ,
Кадидат технічних наук, доцент кафедри основ і фундаменів Національного університету водного господарства та природокористування (м. Рівне)
Основні напрямки наукової діяльності: оцінка стійкості грунтових укосів і природних схилів при понижені рівня води у водоймищах; прогноз деформацій і несучої здатності грунтових масивів при зміні гідрогеологічних умов та дії техногенних факторів.
Автор понад 40 опублікованах наукових праць.
E-mail: kuzlo-@ ukr. net

УДК 624.131

МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ГРУНТОВИХ МАСИВІВ ПРИ ПОНИЖЕНІ РІВНЯ ГРУНТОВИХ ВОД

Ключові слова: напруження, деформації, переміщення, математичні моделі.

Представлені математичні моделі з оцінки напружено-деформованого стану грунтових масивів при понижені рівня грунтових вод. Дана кількісна оцінка зміни напружень і переміщень в грунтовому масиві при понижені рівня води в гори- зонтальних дренах.

Представлены математические модели с оценки напряженно-деформованого состаяния грунтовых массивов при понижении уровня грунтових вод. Дана качественная оценка изменения напряжений и перемещений в грунтовому масиве при понижении уровня воды в горизонтальных дренажах.

The mathematical models of assessment of soil massives strainedly-deformed state under lowering of soil waters level. The quantative assessment of strains change and relocations in the soil massive under lowering of soil waters level in horizontal drainage systems is given.

Під час експлуатації об'єктів будівництва значної уваги вимагає напружено-деформований стан (НДС) ґрунту основи, на який діють певні фактори.

Основними кількісними характеристиками напружено-деформованого стану грунтових масивів є напруження, деформації та переміщення. Знаючи НДС грунтових основ, можна прогнозувати стійкість, надійність та безпеку експлуатації будівель та споруд.

Суттєву зміни напружено-деформованого стану ґрунтового масиву, викликає пониження рівня підземних вод, що приводить до значного осідання їх поверхні на великих площах, які іноді займають сотні квадратних кілометрів. Отже, дослідження даної проблеми є актуальними на даному етапі розвитку.

Основною метою роботи є математичне моделювання НДС ґрунтового масиву при відкачці води в горизонтальних дренах.

Для вирішення даного завдання в роботі було зроблено деякі припущення: розглядається двовимірна задача; грунтовий масив має форму прямокутника, обмеженого з боків горизонтальними дренами, а знизу водонепроникними грунтами; відсутні додаткові навантаження на поверхні гунтового масиву; грунтове середовище двохфазне; депресійна крива приблизно описується прямою, що досягається за рахунок невисокої швидкості пониження рівня гунтових вод одночасно в двох дренах; грунт вважається пружним середовищем, яке можна описати рівняннями теорії пружності.

В основу моделі середовища теорії пружності покладено закон Гука, що описується лінійною залежністю між напруженнями і деформаціями.

При використанні моделі лінійно деформівного середовища, будь-яка задача зводиться до розв'язування системи рівнянь, в склад якої входять: статичні рівняння, геометричні співвідношення і фізичні рівняння.

У випадку плоскої задачі статичні рівняння рівноваги нескінченно малого елемента середовища мають вигляд [1]:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + Z = 0, \quad (2)$$

де σ_x, σ_z, τ_{xz}, τ_{zx} - нормальні і дотичні напруження по гранях dx, dz елемента середовища; X і Z – складові об'ємних сил (наприклад власної ваги ґрунту, фільтраційної сили).

Геометричні рівняння, які зв'язують лінійні (ε) і кутові (γ) деформації із переміщеннями (U, W).

$$\varepsilon_x = \frac{\partial U}{\partial x}, \tag{3}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial W}{\partial z}, \tag{4}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x}. \tag{5}$$

Фізичні рівняння херактеризують залежності між напруженнями і деформаціями і приймаються у вигляді співвідношення узагальненого закону Гука, який у випадку плоскої деформації має вигляд

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left(\left(1-\nu^2\right)\sigma_z - \nu\left(1+\nu\right)\sigma_x\right), \tag{6}$$

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left(\left(1-\nu^2\right)\sigma_x - \nu\left(1+\nu\right)\sigma_z\right), \tag{7}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{2\left(1+\nu\right)}{E}\tau_{xz}, \tag{8}$$

де ν – коефіцієнт Пуассона.

Таким чином, в загальному випадку для плоскої задачі із восьми рівнянь визначаються три невідомі компоненти напружень (σ_x, σ_z, τ_{xz}), три компоненти деформацій (ε_x, ε_z, γ_{xz}) і дві компоненти переміщень (U, W).

Для оцінки НДС розглянимо грунтовий масив, в якому відбувається пониження рівня грунтових вод шляхом відкачування їх із горизонтальних дрен (рис.1). Потужність грунтового масиву 10м, відстань між дренами 100м, питома вага грунту у природному стані $\gamma=18{,}0$ кН/м³, питома вага грунту у зваженому стані $\gamma_{sb}=10{,}0$ кН/м³. Потрібно обчислити числові значення напружень і переміщень у будь-якій момент часу.

Для даного випадку, математична модель для визначення напружень і переміщень запишиться у вигляді [2]:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \dfrac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X = 0, \\ \dfrac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \dfrac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + Z = 0, \\ \sigma_x = \xi_0 \sigma_z, \\ \tau_{zx} = -\tau_{xz}, \\ \dfrac{\partial W}{\partial z} = \dfrac{1}{E}((1-\nu^2)\sigma_z - \nu(1+\nu)\sigma_x), \\ \dfrac{\partial U}{\partial x} = \dfrac{1}{E}((1-\nu^2)\sigma_x - \nu(1+\nu)\sigma_z), \\ X = \begin{cases} 0 \ \textit{над поверхнею грунтових вод}, \\ \gamma_w \dfrac{\partial H}{\partial x} \ \textit{під поверхнею грунтових вод} \end{cases} \\ Z = \begin{cases} \gamma \ \textit{над поверхнею грунтових вод}, \\ \gamma_{sb} + \gamma_w \dfrac{\partial H}{\partial z} \ \textit{під поверхнею грунтови} \end{cases} \end{cases} \tag{9}$$

де H – напірна функція; σ_x, σ_z - відповідно, горизонтальні і вертикальні нормальні напруження; τ_{xz}, τ_{zx} – дотичні напруження; W, U – відповідно, горизонтальні і вертикальні переміщення; E – модуль Юнга; ν – коефіцієнт Пуассона; ξ_0– коефіцієнт бічного тиску; γ – питома вага ґрунту; γ_{sb} – питома вага ґрунту в зваженому стані; γ_w – питома вага води; X, Z – об'ємні сили сили, що діють на елемент ґрунту.

Для чисельної реалізація математичної моделі задачі НДС в напруженнях побудуємо різницеву схему для математичної моделі (9).

Для цього введемо рівномірну сітку $\omega_{h_1 h_2 \tau}$ з кроками h_1 і h_2 по осях OX та OZ і кроком t по часу

$$\omega_{h_1,h_2,\tau} = \left\{ \left(x_i, z_j, t_k \middle| \begin{array}{l} x_i = i*h_1, h_1*n = l, i = \overline{0,n} \\ x_j = j*h_2, h_2*m = h, j = \overline{0,m} \\ t_k = k*\tau, k = 0,1,... \end{array} \right) \right\} \tag{10}$$

Розглянемо першу підсистему математичної моделі (9):

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X = 0,$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + Z = 0,$$

Врахуємо, що $\sigma_x = \xi_0 \sigma_z$, $\tau_{xz} = -\tau_{zx}$. Тоді отримаємо:

$$\xi_0 \frac{\partial \sigma_z}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X = 0,$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + Z = 0.$$

Апроксимуємо перші похідні наступним чином:

$$\xi_0 \frac{\sigma_{zi+1,j} - \sigma_{zi-1,j}}{2h_1} + \frac{\tau_{xzi,j+1} - \tau_{xzi,j}}{h_2} + X_{i,j} = 0,$$

$$\frac{\sigma_{zi,j+1} - \sigma_{zi,j}}{h_2} - \frac{\tau_{xzi+1,j} - \tau_{xzi-1,j}}{2h_1} + Z_{i,j} = 0,$$

$$i = \overline{1, n-1};\ j = \overline{0, m-1}.$$

Перетворимо перше рівняння:

$$\tau_{xzi,j+1} = \tau_{xzi,j} - h_2\left(\xi_o \frac{\sigma_{zi+1,j} - \sigma_{zi-1,j}}{2h_1} + X_{i,j}\right),$$

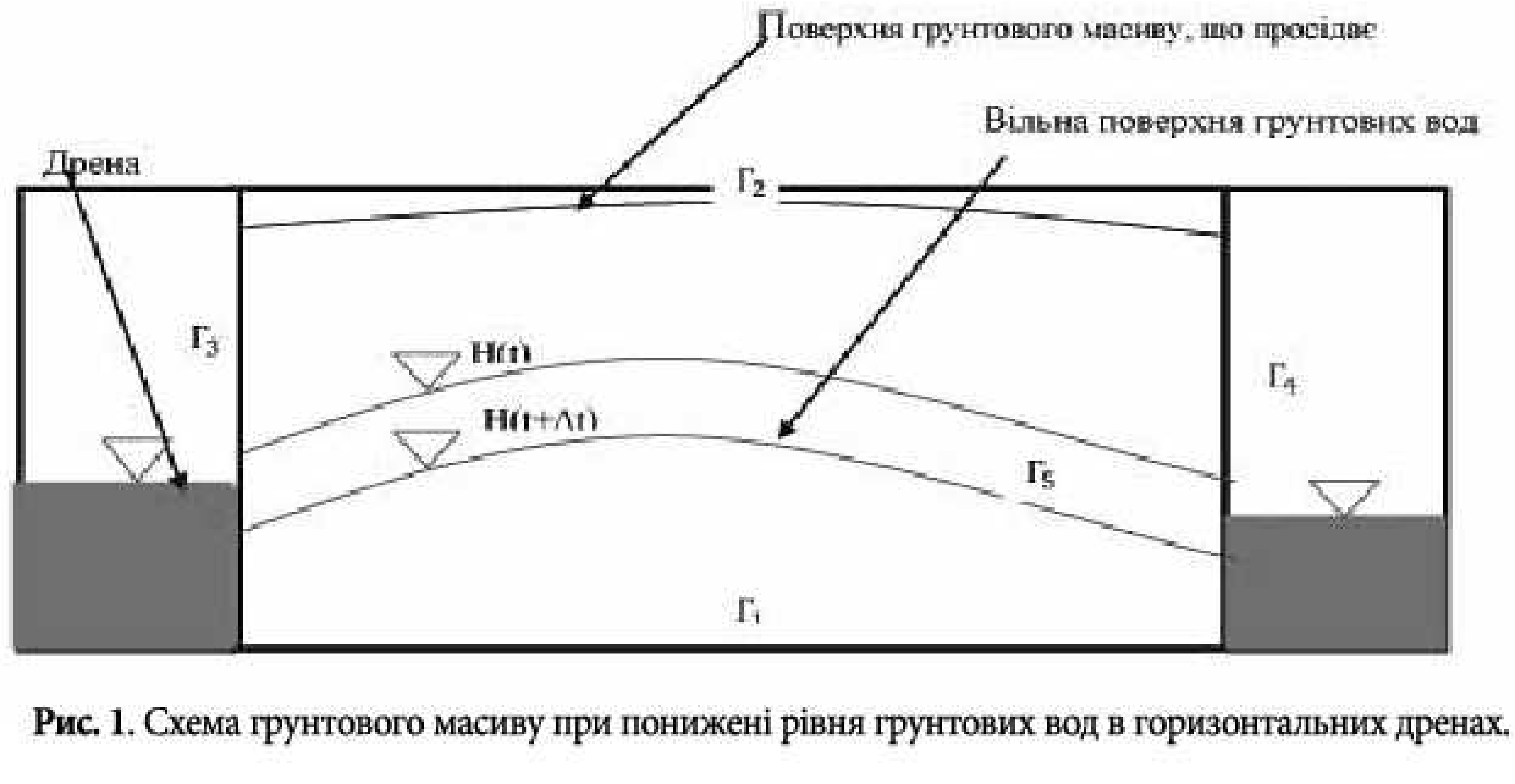

Рис. 1. Схема грунтового масиву при понижені рівня грунтових вод в горизонтальних дренах.

$i = \overline{1, n-1}; j = \overline{0, m-1}.$

Аналогічно перетворимо друге рівняння:

$$\sigma_{zi,j+1} = \sigma_{zi,j} - h_2\ (Z_{i,j} - \frac{\tau_{xzi+1,j} - \tau_{xzi-1,j}}{2h_1}),$$

$i = \overline{1, n-1}; j = \overline{0, m-1}.$

Граничні умови для напружень такі:

$$\sigma_{z0,j} = \sigma_{zn,j} = \sigma_{zi,0} = 0;\ j = \overline{0, m}; i = \overline{1, n-1};$$

$$\tau_{xz0,j} = \tau_{xzn,j} = \tau_{xzi,0} = 0;\ j = \overline{0, m}; i = \overline{1, n-1}.$$

Розглянемо наступні два рівняння математичної моделі (9):

$$\frac{\partial W}{\partial z} = \frac{1}{E}\left(\left(1-\nu^2\right)\sigma_z - \nu\left(1+\nu\right)\sigma_x\right),$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{E}\left(\left(1-\nu^2\right)\sigma_x - \nu\left(1+\nu\right)\sigma_z\right).$$

Розпишемо їх за наступною різницевою схемою:

$$\frac{W_{i+1,j} - W_{i,j}}{h2} = \frac{1}{E}\left(\left(1-\nu^2\right)\sigma_{zi,j} - \nu\left(1+\nu\right)\sigma_{xi,j}\right),$$

$$\frac{U_{i+1,j} - U_{i,j}}{h1} = \frac{1}{E}\left(\left(1-\nu^2\right)\sigma_{xi,j} - \nu\left(1+\nu\right)\sigma_{zi,j}\right),$$

$i = \overline{1, n-1}; j = \overline{0, m-1}.$

Граничні умови для переміщень такі:

$$W_{im} = U_{im} = 0; W_{io} = W_{i1}; U_{i0} = U_{i1};\ i = \overline{0, n};$$

$$W_{oj} = W_{1j}; U_{oj} = U_{1j}; W_{nj} = W_{n-1}; U_{nj} = U_{n-1j}; U_{[\frac{n}{2}]j} = 0;\ j = \overline{0, m}.$$

Обчислювальний алгоритм для математичної моделі задачі НДС в напруженнях буде складатися:

1. Знаходимо значення числових параметрів та напірної функції H на даному часовому шарі.
2. Знаходимо значення функцій X та Z з формул:

$$X = \begin{cases} 0\ \textit{над поверхнею грунтових вод}, \\ \gamma_w \dfrac{\partial H}{\partial x}\ \textit{під поверхнею грунтових вод}, \end{cases}$$

$$Z = \begin{cases} \gamma\ \textit{над поверхнею грунтових вод}, \\ \gamma_{sb} + \gamma_w \dfrac{\partial H}{\partial z}\ \textit{під поверхнею грунтових вод}, \end{cases}$$

3. Задаємося початковими значеннями для σ_z та τ_{xz} з формул:

$$\sigma_{z0,j} = \sigma_{zn,j} = \sigma_{zi,0} = 0;\ j = \overline{0, m}; i = \overline{1, n-1};$$

$$\tau_{xz0,j} = \tau_{xzn,j} = \tau_{xzi,0} = 0;\ j = \overline{0, m}; i = \overline{1, n-1};$$

4. Послідовно опускаючись донизу обчислюємо значення σ_z та τ_{xz} на наступних шарах за формулами:

$$\tau_{xzi,j+1} = \tau_{xzi,j} - h_2\ (\xi_0 \frac{\sigma_{zi+1,j} - \sigma_{zi-1,j}}{2h_1} + X_{i,j}),\ i = \overline{1, n-1};\ j = \overline{0, m-1},$$

$$\sigma_{zi,j+1} = \sigma_{zi,j} - h_2\ (Z_{i,j} - \frac{\tau_{xzi+1,j} - \tau_{xzi-1,j}}{2h_1}),\ i = \overline{1, n-1};\ j = \overline{0, m-1}.$$

5. Задаємося початковими значеннями для W та U з формул:

$$W_{im} = U_{im} = 0; W_{io} = W_{i1}; U_{io} = U_{i1};\ i = \overline{0, n};$$

$$W_{oj} = W_{1j}; U_{oj} = U_{1j}; W_{nj} = W_{n-1j}; U_{nj} = U_{n-1j}; U_{[\frac{n}{2}]j} = 0;\ j = \overline{0, m}.$$

6. Знаходимо інші значення W та U з формул:

$$\frac{W_{i+1,j} - W_{i,j}}{h2} = \frac{1}{E}\left(\left(1-\nu^2\right)\sigma_{zi,j} - \nu\left(1+\nu\right)\sigma_{xi,j}\right),$$

$$\frac{U_{i+1,j} - U_{i,j}}{h1} = \frac{1}{E}\left(\left(1-\nu^2\right)\sigma_{xi,j} - \nu\left(1+\nu\right)\sigma_{zi,j}\right),$$

$i = \overline{1, n-1}; j = \overline{0, m-1}.$

7. Далі переходимо до пункту 1 і обчислюємо значення напружень і переміщень на наступному часовому шарі

Результати чисельних експериментів значень вертикальних переміщень (осідання поверні грунтового масиву) наведено на графіках (рис.2-9).

З графіків видно, що вертикальні переміщення грунтового масиву до початку пониження рівня грунтових вод складали приблизно 45см., а через 25 діб після пониження рівня грунтових вод - 53см. Різниця переміщень після пониження рівня грунтових вод, для заданих вихідних даних складає 8 см,. Для будівель і споруд це досить значні переміщення, які можуть викликати тріщини, і навіть їх руйнування.

ВИСНОВКИ:

Отже, на основі чисельних розрахунків, ми переконались, що пониження рівня грунтових вод дійсно приводить до зміни НДС грунтового масиву. Подальшими дослідженями можуть бути оцінка НДС при складних інженерно-геологічних умовах та дії техногенних факторів.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Иванов П. Л. Грунты и основания гидротехнических сооружений М. 1991 – 447 с.
2. Кузло М. Т., Філатова І. А. Про деякі математичні моделі напружено-деформованого стану грунтових масивів у процесі руху вільної поверхні грунтових вод. Вісник НУВГП. Випуск 2 (30). 2005. с. 282-287.

Дивись рисунки 2-9 на стор. 2 обкладенки

РИСУНКИ ДО СТАТТІ КУЗЛО М.Т. «МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ГРУНТОВИХ МАСИВІВ ПРИ ПОНИЖЕНІ РІВНЯ ГРУНТОВИХ ВОД»

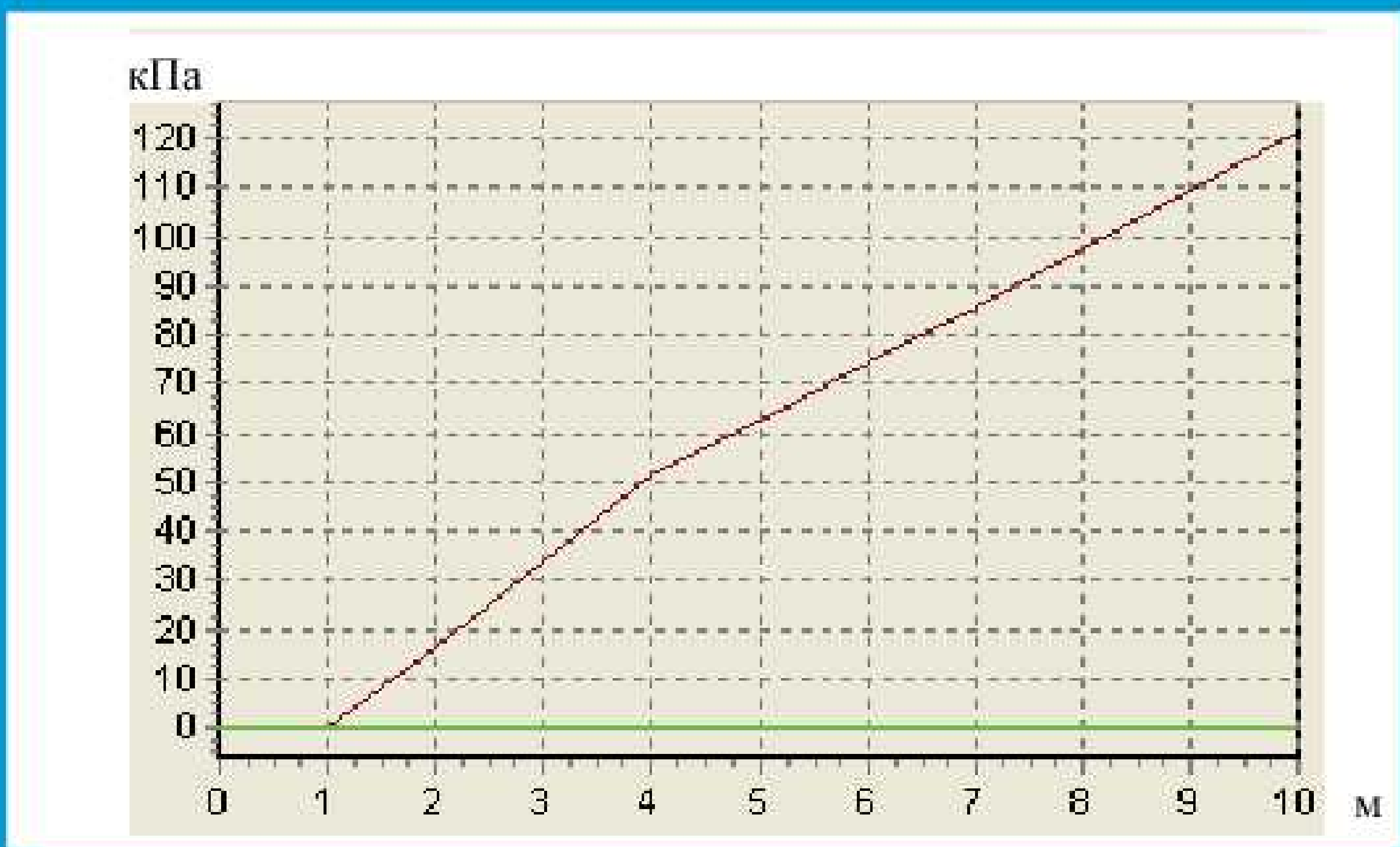

Рис. 2. Напруження σ_z в початковий момент часу

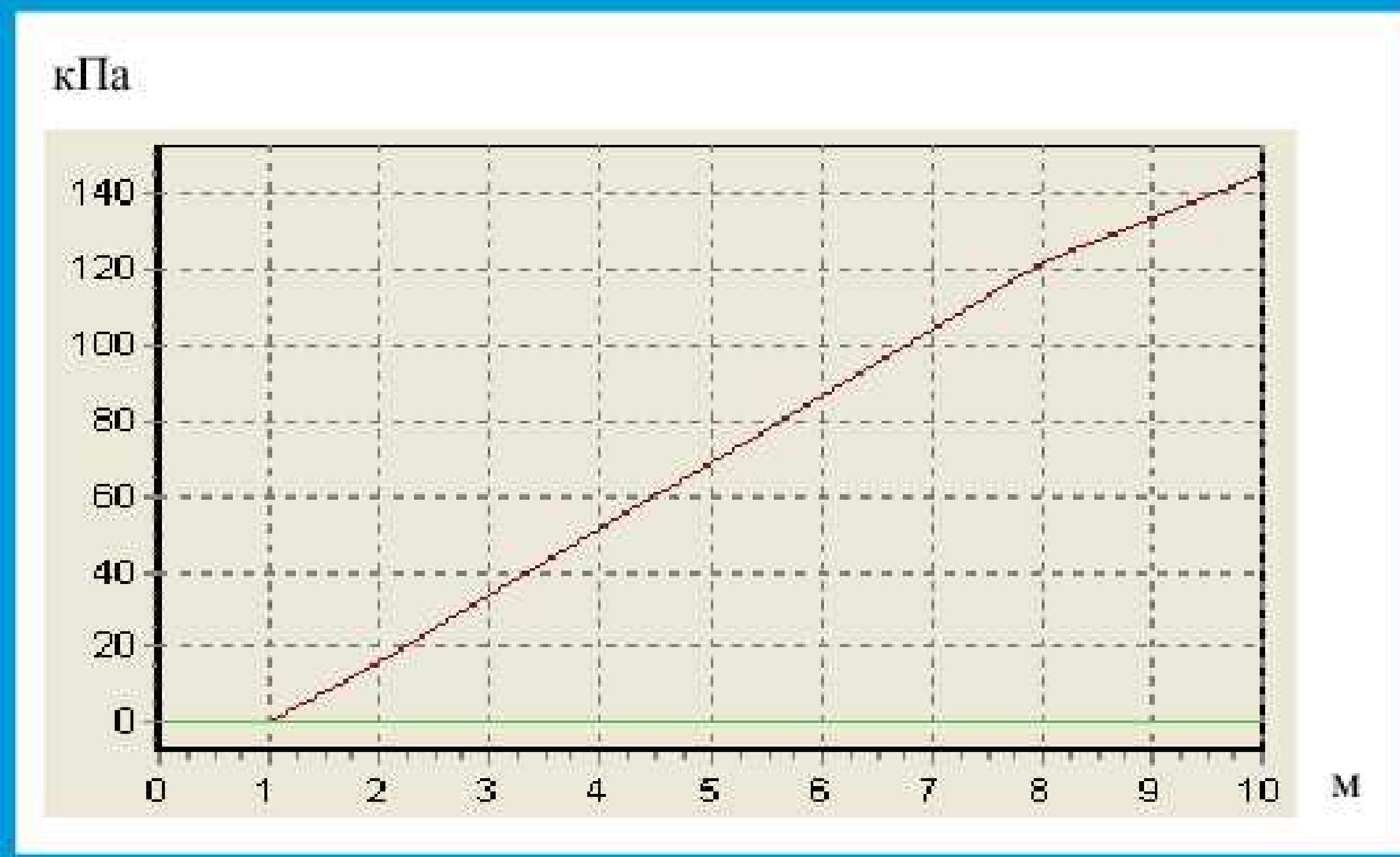

Рис. 3. Напруження σ_z через 10 діб після пониження рівня грунтових вод у горизонтальних дренах

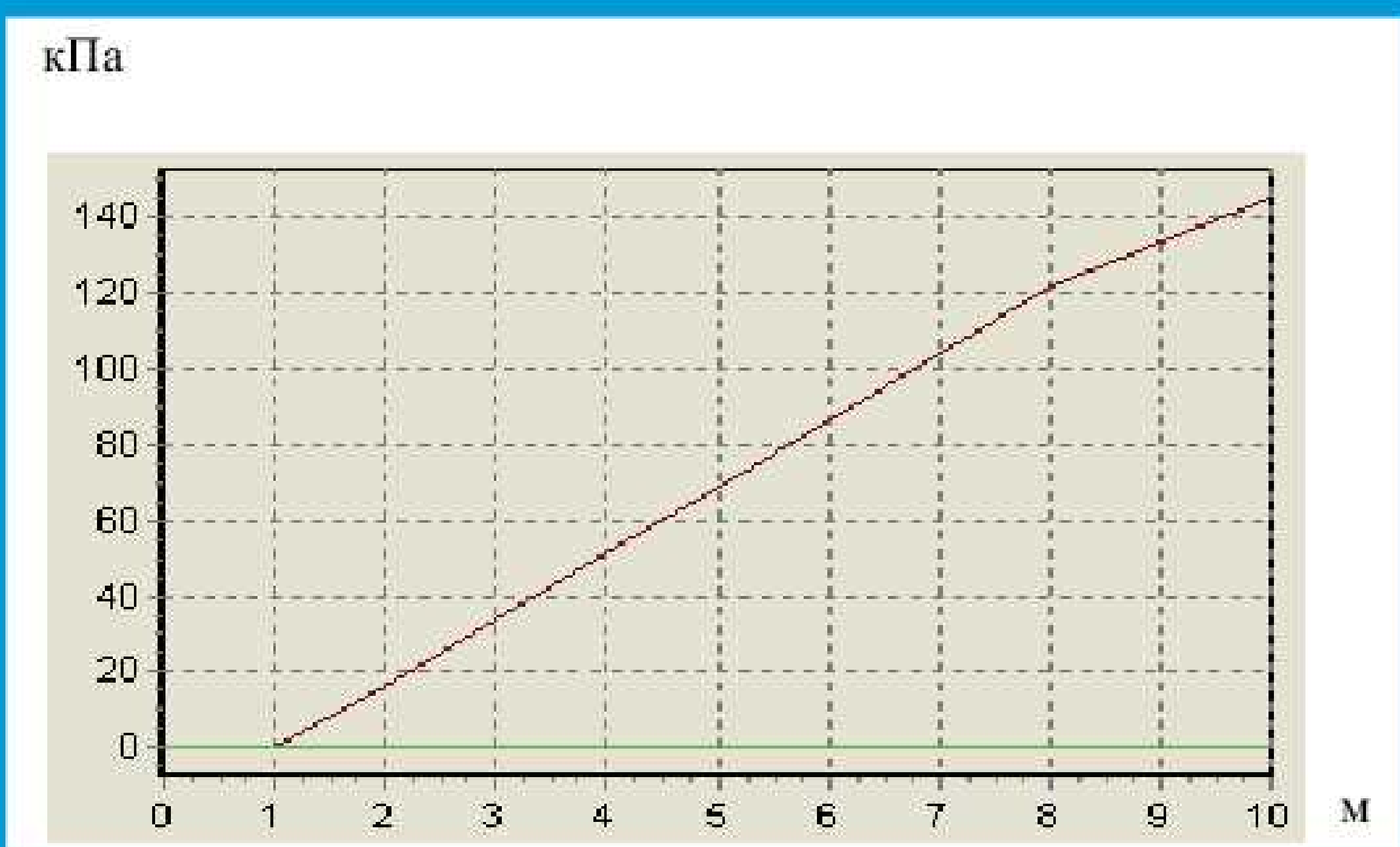

Рис. 4. Напруження σ_z в через 15 діб після пониження рівня грунтових вод у горизонтальних дренах

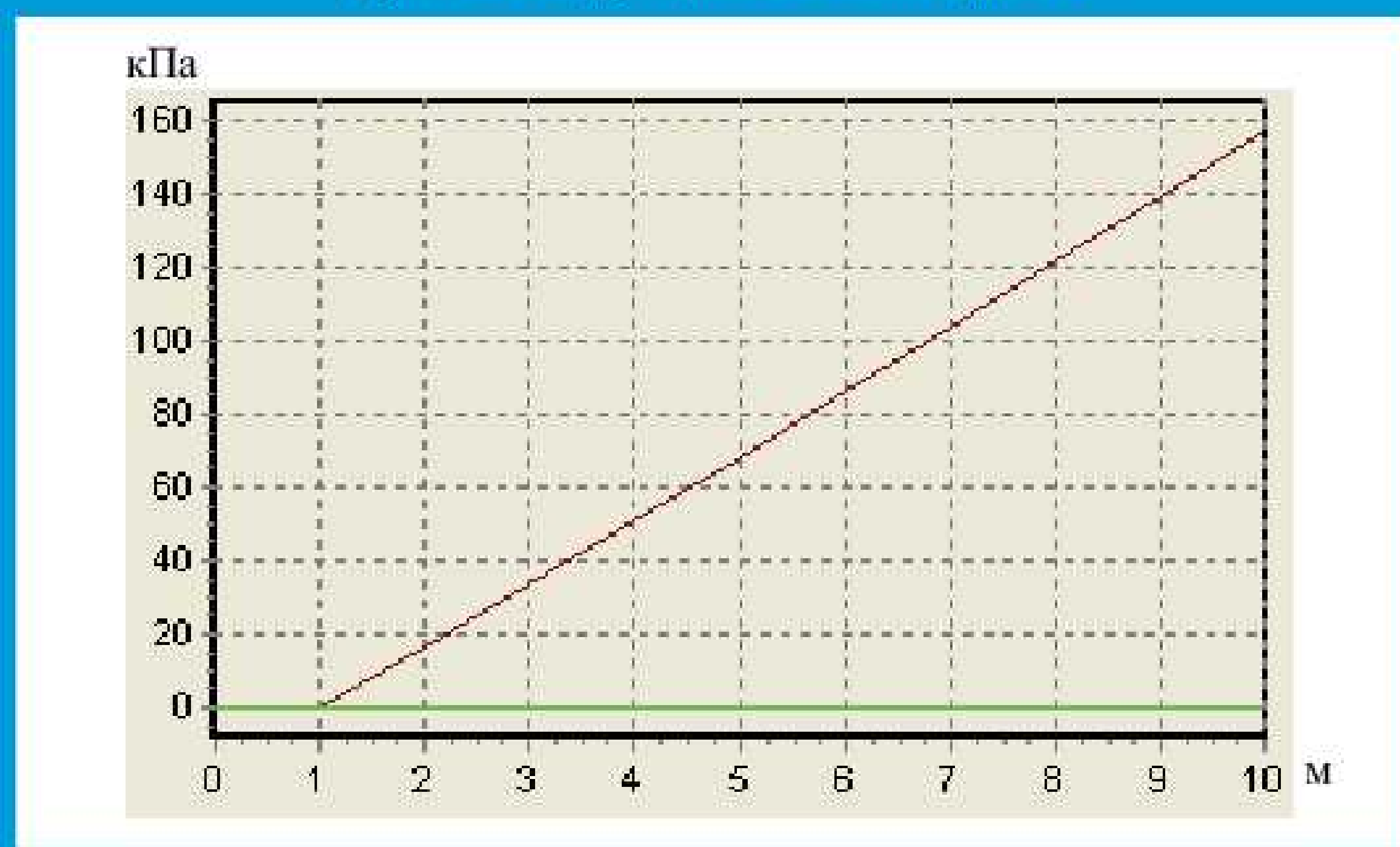

Рис. 5. Напруження σ_z через 25 діб після пониження рівня грунтових вод у горизонтальних дренах

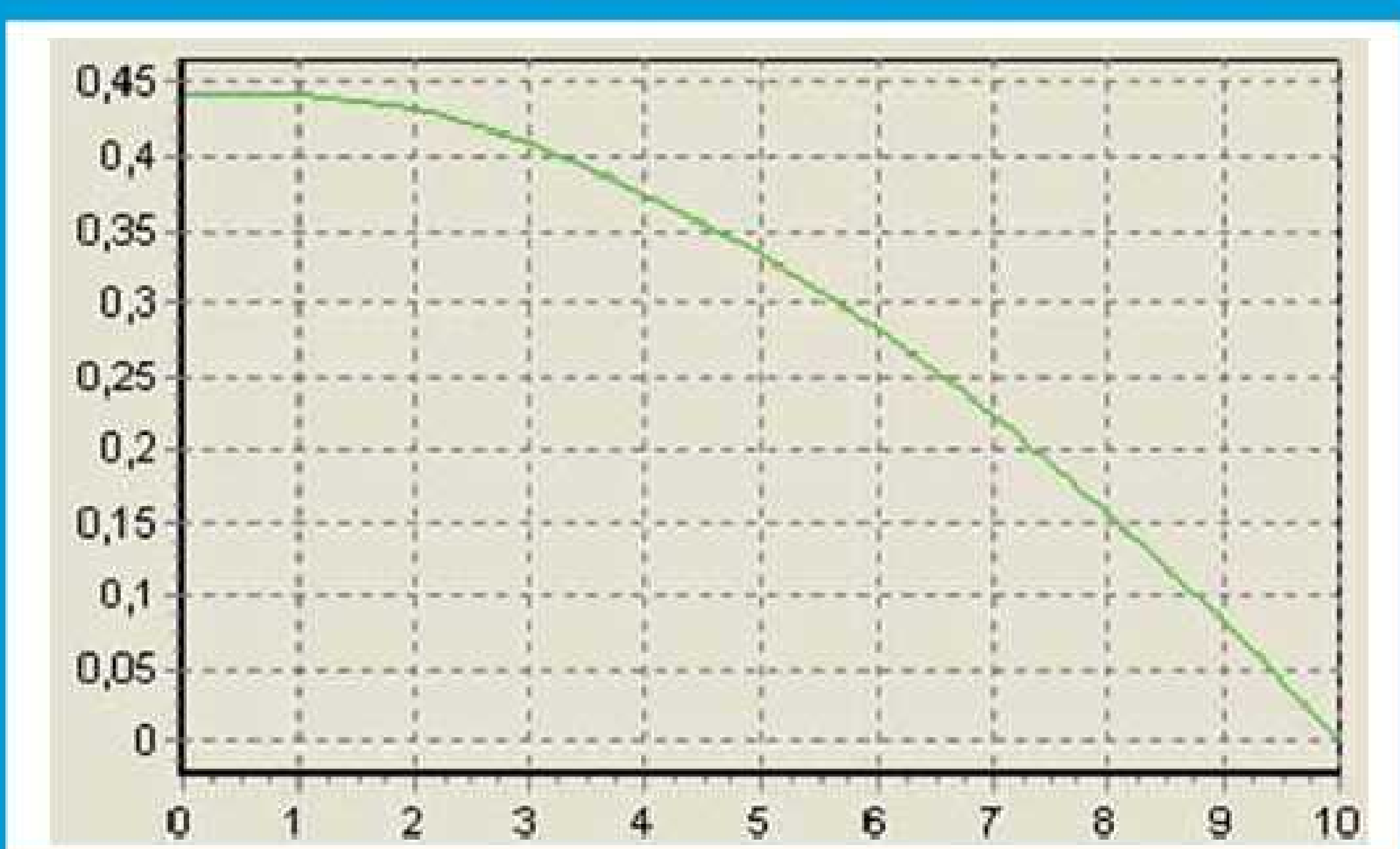

Рис. 6. Вертикальні переміщення W в початковий момент часу

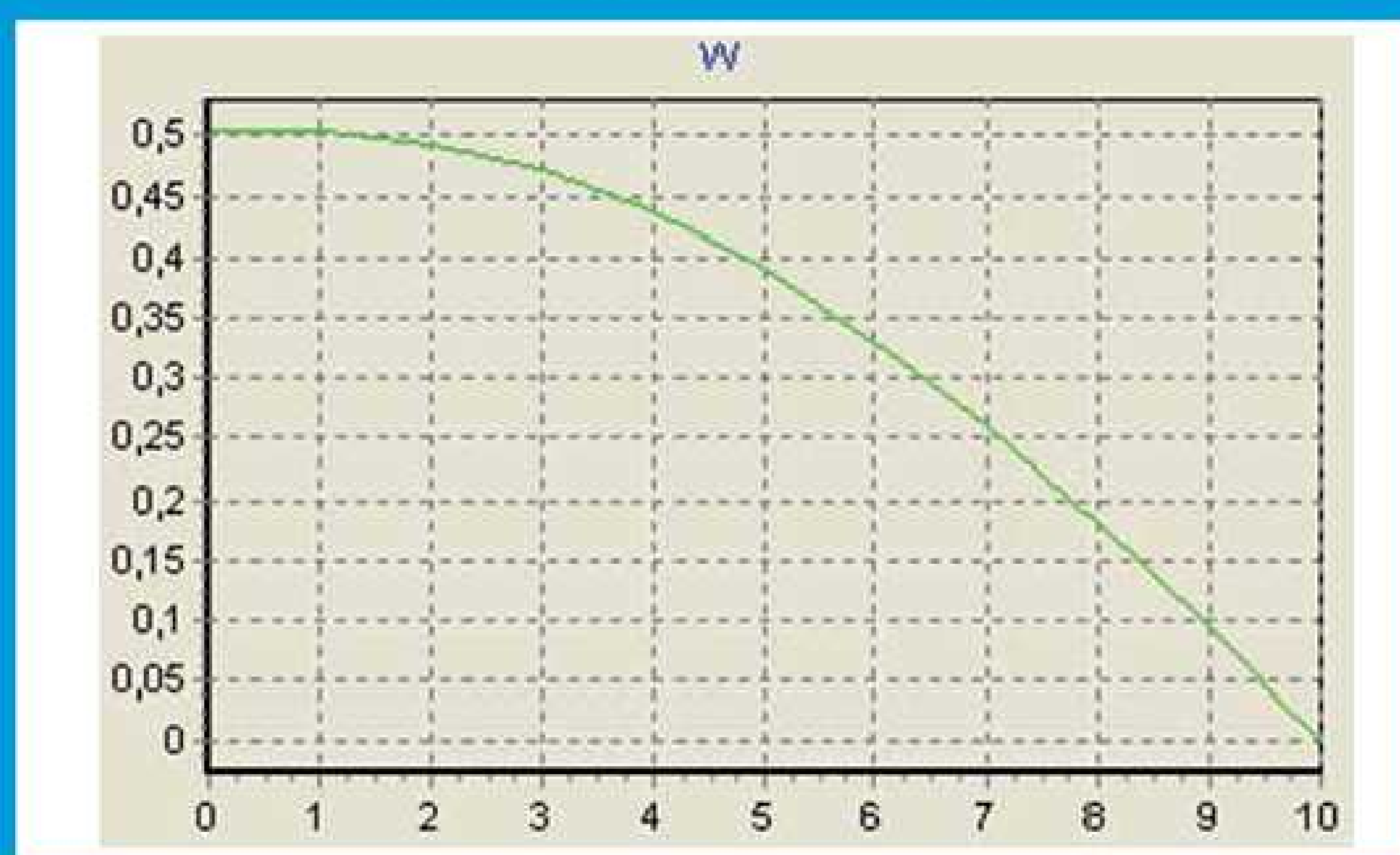

Рис. 7. Вертикальні переміщення W через 10 діб після пониження рівня грунтових вод у горизонтальних дренах

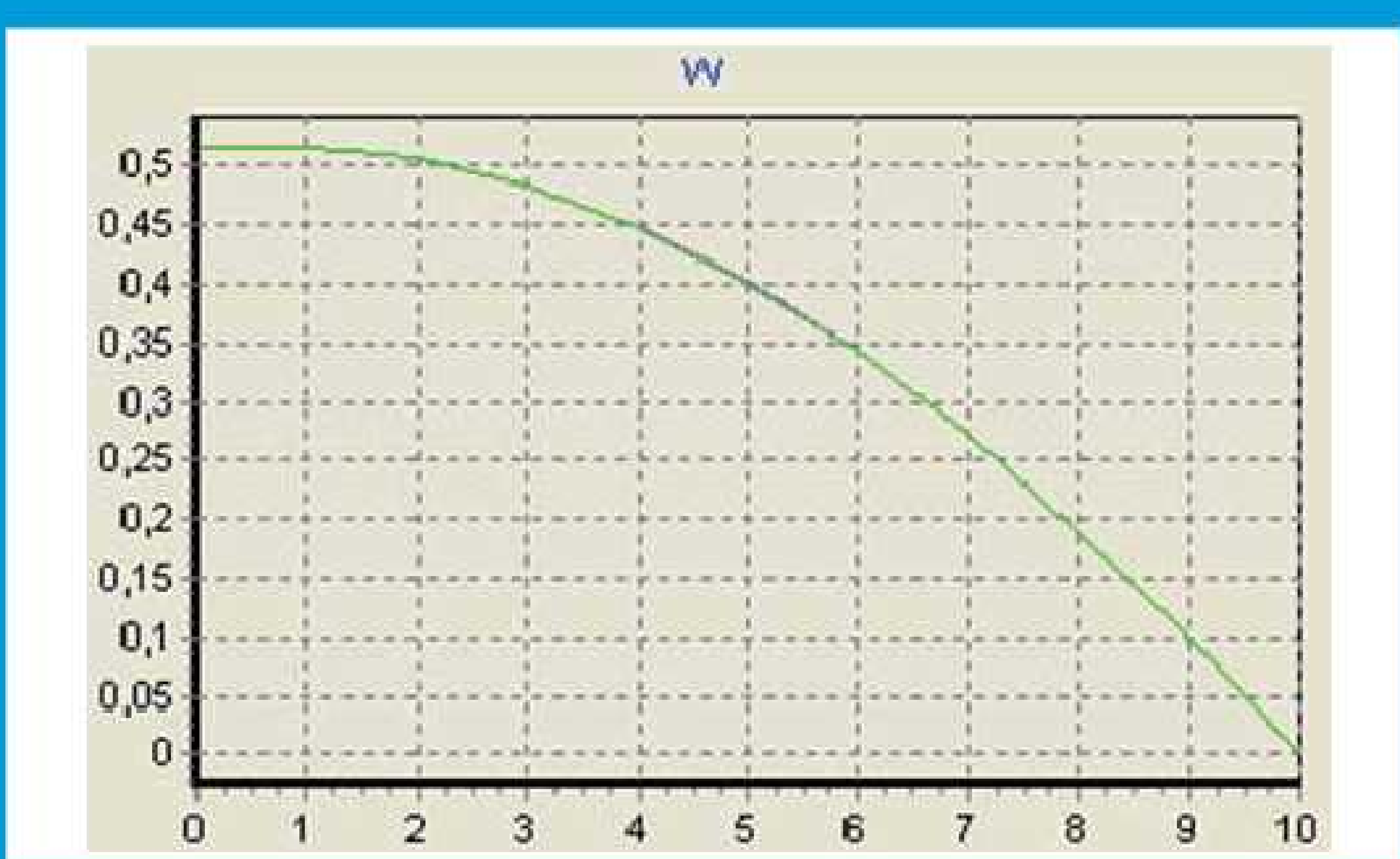

Рис. 8. Вертикальні переміщення W через 15 діб після пониження рівня грунтових вод у горизонтальних дренах

Рис. 9. Вертикальні переміщення W через 25 діб після пониження рівня грунтових вод у горизонтальних дренах