

**УДК 621.313**

**Б. Г. Любарский**, канд. техн. наук

**А. В. Демидов**

**Т. В. Парфенюк**

Национальный технический университет «Харьковский политехнический университет»

**М. Л. Глебова**, канд. техн. наук

Харьковский национальный университет городского хозяйства имени А. Н. Бекетова

## **ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ СИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ЭНЕРГИИ С ВОЗБУЖДЕНИЕМ ОТ ПОСТОЯННЫХ МАГНИТОВ**

Современный подвижной состав железных дорог создаётся в основном на основе тяговых приводов на базе двигателей переменного тока [1, 2]. Наибольшее развитие получил асинхронный тяговый привод, однако в последнее время все большее распространение находит тяговый привод на основе синхронного двигателя с возбуждением от постоянных магнитов (СДПМ), отличающийся повышенными энергетическими показателями [1, 2]. Для определения рабочих свойств СДПМ необходимо разработать имитационную и математическую модель такого привода и ее составляющую часть – модель электромеханического преобразователя. В работе [3] рассматривается математическая модель электромеханического преобразователя энергии на базе СДПМ учитывающая нелинейность магнитной системы и сложную геометрию ротора и статора двигателя. Для идентификации ее параметров необходимо найти зависимости потокосцеплений и электромагнитного момента

Цель работы: разработать методику идентификации параметров математической модели СДПМ.

На первом этапе нами предлагается для идентификации ее параметров необходимо установить зависимости между потокосцеплениями фаз  $\Psi_A$ ,  $\Psi_B$  и  $\Psi_C$  с одной стороны обобщенными координатами и их производными с другой стороны. Элементы магнитных систем рассматриваемых ЭМП ввиду высокого использования имеют участки со значительным более 2 Тл насыщением. Поэтому для получения зависимостей потокосцеплений от угла поворота ротора проводится комплекс цифровых экспериментов по расчету магнитного поля. Для определения значения потокосцеплений предлагается проводить расчет магнитного поля в двумерной постановке с использованием метода конечных элементов для плоскопараллельной задачи. По результатам анализа магнитного поля можно определить значения потокосцеплений фаз ЭМП и значение электромагнитного момента.

Идентификация математических моделей ЭМП будем производить на примерах конструктивных решений приведенных в [4]. Основные технические и конструктивные параметры рассматриваемых ЭМП приведены в табл. 1

На рис. 1 представлены рабочие области расчета магнитного поля методом конечных элементов. Комплекс цифровых экспериментов по расчету магнитного поля проведен при различных угловых координатах и при различных токах фаз.

Угол поворота ротора рационально изменять в интервале от 0 до  $2\pi / p$ , где  $p$  – число пар полюсов, а для реактивного индукторного двигателя от 0 до  $2\pi / Z_r$ , где  $Z_r$  – число зубцов ротора. Шаг варьирования угла рационально выбрать по соотношению  $\frac{2\pi}{(60 \dots 180) p}$  и  $\frac{2\pi}{(60 \dots 180) Z_r}$  соответственно.

Токи в обмотках статора рационально изменять в интервалах от  $-1,2I_{\max}$  до  $1,2I_{\max}$  с шагом  $(0,2 \dots 0,35) I_{\phi_{\max}}$ , где  $I_{\phi_{\max}}$  – максимальное значение тока в фазе.

По результатам получены значения потокосцепления фаз статора и электромагнитный момент двигателя с использованием методик [5, 6] и программного комплекса FEMM [7].

Таблица 1

**Основные технические и конструктивные параметры СДПМ**

Параметр	Величина
Номинальная мощность, кВт	235
Номинальная частота вращения, об/мин	2960
Линейное напряжение, В	1000
Номинальный фазный ток, А	210
Число фаз	3
Число полюсов	6
Длина пакета статора, мм	220
Наружный диаметр статора, мм	536
Внутренний диаметр статора, мм	350
Воздушный зазор, мм	2
Число пазов статора	36
Число витков фазе	48

Для получения непрерывных зависимостей потокосцеплений предложено аппроксимировать результаты цифрового моделирования. При выборе типа аппроксимирующей функции нами преследовались следующие цели:

- предлагаемая функция должна иметь достаточно простой вид аналитических частных производных по всем координатам;
- функция и ее производные по углу поворота ротора в начале и конце интервала на котором производится аппроксимация должны быть одинаковыми;
- зависимость предлагаемой функции должна учитывать изменения токов не только собственной, но и соседних фаз.

Учитывая выше сказанное, нами предложена функция вида

$$\Psi_k(i_1, i_2, \dots, i_M, \gamma) = w \sum_{l=1}^m \left[ \left( \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n aa_{ijk} \cdot i_1^i \cdot i_2^j \cdot \dots \cdot i_M^k \right) \times \right. \\ \left. \times \cos(pl\gamma) + \left( \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n ab_{ijk} \cdot i_1^i \cdot i_2^j \cdot \dots \cdot i_M^k \right) \sin(pl\gamma) \right] + \quad (1) \\ + w \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n ac_{ijk} \cdot i_1^i \cdot i_2^j \cdot \dots \cdot i_M^k$$

где  $w$  – число витков фазы,  $p$ – число пар полюсов для СДПМ или число зубцов ротора ( $Z_r$ ) для РИД,  $aa_{ijk}, ab_{ijk}, ac_{ijk}, ba_{ijk}, bb_{ijk}, bc_{ijk}, ca_{ijk}, cb_{ijk}, cc_{ijk}$  коэффициенты полинома для фазы 1,2 и  $M$  соответственно, определенные с использованием полиномов Чебышева на множестве равноудаленных точек согласно;  $W$ – количество витков обмотки одной фазы;  $\omega$  - угловая частота первой гармоники потока.

Полином, описывающий электромагнитный момент двигателя, имеет вид:

$$M_e(i_1, i_2, \dots, i_M, \gamma) = \sum_{l=1}^m \left[ \left( \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n ma_{ijk} \cdot i_1^i \cdot i_2^j \cdot \dots \cdot i_M^k \right) \times \right. \\ \left. \times \cos(pl\gamma) + \left( \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n mb_{ijk} \cdot i_1^i \cdot i_2^j \cdot \dots \cdot i_M^k \right) \sin(pl\gamma) \right] + \quad (2) \\ + \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^n mc_{ijk} \cdot i_1^i \cdot i_2^j \cdot \dots \cdot i_M^k$$

где  $ma_{ijk}, mb_{ijk}, mc_{ijk}$  – коэффициенты полинома, определенные по методу Чебышева.

На рис. 2 показаны распределения магнитного поля в при одном из сочетаний токов и угле поворота ротора для ЭМП СДПМ.

Для определения коэффициентов аппроксимирующего полинома предлагается использовать метод на основе полиномов Чебышева на множестве равноудаленных точек [8, 9].

Аппроксимация полиномом Чебышева выполнялась по следующему алгоритму. Пусть задано множество точек  $\{x_i\} \{i=1,2,3,\dots,m\}$ . Рекуррентные соотношения, определяющие ортодоксальные многочлены Чебышева  $g_k(x) \{k=1,2,3,\dots,m-1\}$ , имеют вид:

$$g_0 \equiv 1; \quad g_1(x) = x - a; \quad g_k(x) = (x - a_k)g_{k-1}(x) - b_k g_{k-2}(x) \quad (3) \\ (k = 2,3,\dots,m-1)$$

Значения коэффициентов  $a_0 \equiv a, a_k, b_k$  находились по формулам:

$$a = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i \quad a_k = \frac{\sum_{i=1}^m x_i g_{k-1}^2(x_i)}{\sum_{i=1}^m g_{k-1}^2(x_i)} \quad a_k = \frac{\sum_{i=1}^m x_i g_{k-2}(x_i) g_{k-1}(x_i)}{\sum_{i=1}^m g_{k-2}^2(x_i)} \quad (4)$$

В соответствии с полученными выражениями был составлен алгоритм вычисления многочлена Чебышева по множеству заданных точек (рис. 3) представленный в работе [10].

Стандартные алгоритмы аппроксимации полиномами Чебышева используют нормализованную шкалу ординат. Поэтому для приведения реальных токов к нормализованным, введены масштабные коэффициенты и смещения M и Z.

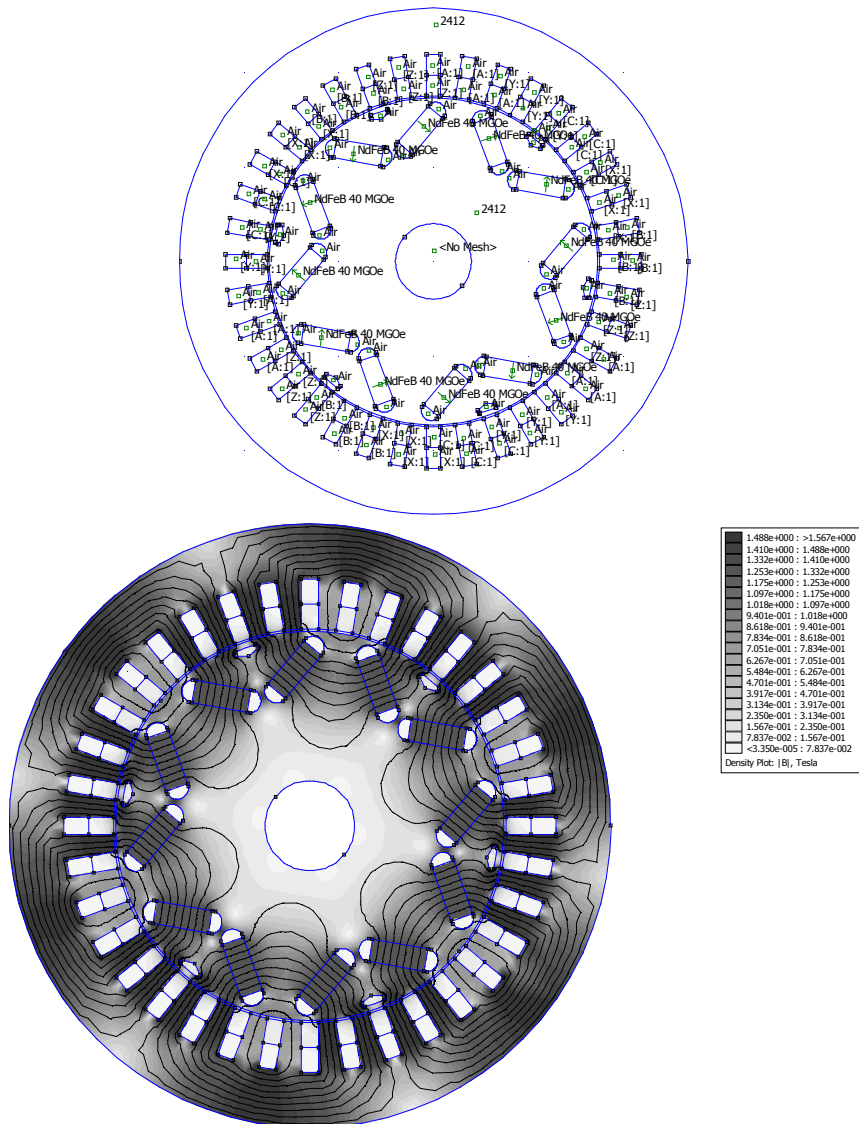


Рис. 2 – Распределение магнитного поля в СДПМ для пригородного электропоезда, разработанного специалистами Исследовательского института железнодорожной техники (RTRI), Японии

Для определения  $A_{n,k}$   $B_{n,k}$   $C_k$  (1) и (2) необходимо определение частных производных потокосцеплений по токам в обмотках и по углу поворота. Так как предложенные функции (1) непрерывны, то производные можно определить аналитически. В результате получим:

$$\Psi_k(i_1, i_2, \dots, i_M, \gamma) = w \sum_{l=1}^m \left[ \left( \sum_{\substack{j_1=0 \\ j_2=0 \\ \dots \\ j_M=0}}^n a a_{j_1 \dots j_M} (i_1 M + Z)^{j_1} (i_2 M + Z)^{j_2} \dots (i_M M + Z)^{j_M} \right) \times \right. \\ \left. \times \cos(p_l \gamma) + \left( \sum_{\substack{j_1=0 \\ j_2=0 \\ \dots \\ j_M=0}}^n a b_{j_1 \dots j_M} (i_1 M + Z)^{j_1} (i_2 M + Z)^{j_2} \dots (i_M M + Z)^{j_M} \right) \right] \times \quad (5) \\ \times \sin(p_l \gamma) + w \sum_{\substack{j_1=0 \\ j_2=0 \\ \dots \\ j_M=0}}^n a c_{j_1 \dots j_M} (i_1 M + Z)^{j_1} (i_2 M + Z)^{j_2} \dots (i_M M + Z)^{j_M}$$

$$M_e(i_1, i_2, \dots, i_M, \gamma) = \sum_{l=1}^m \left[ \left( \sum_{\substack{j_1=0 \\ j_2=0 \\ \dots \\ j_M=0}}^n m a_{j_1 \dots j_M} (i_1 M + Z)^{j_1} (i_2 M + Z)^{j_2} \dots (i_M M + Z)^{j_M} \right) \times \right. \\ \left. \times \cos(p_l \gamma) + \left( \sum_{\substack{j_1=0 \\ j_2=0 \\ \dots \\ j_M=0}}^n m b_{j_1 \dots j_M} (i_1 M + Z)^{j_1} (i_2 M + Z)^{j_2} \dots (i_M M + Z)^{j_M} \right) \right] \times \quad (6) \\ \times \sin(p_l \gamma) + \sum_{\substack{j_1=0 \\ j_2=0 \\ \dots \\ j_M=0}}^n m c_{j_1 \dots j_M} (i_1 M + Z)^{j_1} (i_2 M + Z)^{j_2} \dots (i_M M + Z)^{j_M}$$

$$\frac{\partial \Psi_K(i_1, i_2, \dots, i_M, \gamma)}{\partial i_N} =$$

$$= w \sum_{l=1}^m \left[ \left( \sum_{\substack{j_1=0 \\ j_2=0 \\ \dots \\ j_M=0}}^n i_N M aa_{j_1 \dots j_M} (i_1 M + Z)^{j_1} (i_2 M + Z)^{j_2} \dots (i_2 M + Z)^{j_{N-1}} \dots (i_M M + Z)^{j_M} \right) \cos(p_l \gamma) + \right.$$

$$\left. + \left( \sum_{\substack{j_1=0 \\ j_2=0 \\ \dots \\ j_M=0}}^n i_N M ab_{j_1 \dots j_M} (i_1 M + Z)^{j_1} (i_2 M + Z)^{j_2} \dots (i_2 M + Z)^{j_{N-1}} \dots (i_M M + Z)^{j_M} \right) \sin(p_l \gamma) \right] + \quad (7)$$

$$+$$

$$w \sum_{\substack{j_1=0 \\ j_2=0 \\ \dots \\ j_M=0}}^n i_N M ac_{j_1 \dots j_M} (i_1 M + Z)^{j_1} (i_2 M + Z)^{j_2} \dots (i_2 M + Z)^{j_{N-1}} \dots (i_M M + Z)^{j_M}$$

где,  $aa_{j_1 \dots j_M}, ab_{j_1 \dots j_M}, ac_{j_1 \dots j_M}$  – коэффициенты полинома, определенные по методу Чебышева.

$$\frac{\partial \Psi_K(i_1, i_2, \dots, i_M, \gamma)}{\partial \gamma} =$$

$$w \sum_{l=1}^m \left[ -p_l \cdot \sum_{\substack{j_1=0 \\ j_2=0 \\ \dots \\ j_M=0}}^n aa_{j_1 \dots j_M} (i_1 M + Z)^{j_1} (i_2 M + Z)^{j_2} \dots (i_M M + Z)^{j_M} \sin(p_l \gamma) + \right.$$

$$\left. + p_l \cdot \sum_{\substack{j_1=0 \\ j_2=0 \\ \dots \\ j_M=0}}^n aa_{j_1 \dots j_M} (i_1 M + Z)^{j_1} (i_2 M + Z)^{j_2} \dots (i_M M + Z)^{j_M} \cos(p_l \gamma) \right] \quad (8)$$

Для определения порядка регрессионной модели, описывающей цифровой эксперимент, предложено проводить оценку результатов аппроксимации и последующим сравнением их с результатами эксперимента по критерию максимального отклонения.

Полученные результаты показывают, что с увеличением содержания в полиноме высших гармоник величина ошибки уменьшается. При этом существует определенный минимум. Рациональным является аппроксимация с  $n = 3$  и  $l = 7$  при этом максимальное отклонение составляет до 2,7%, что является допустимым.

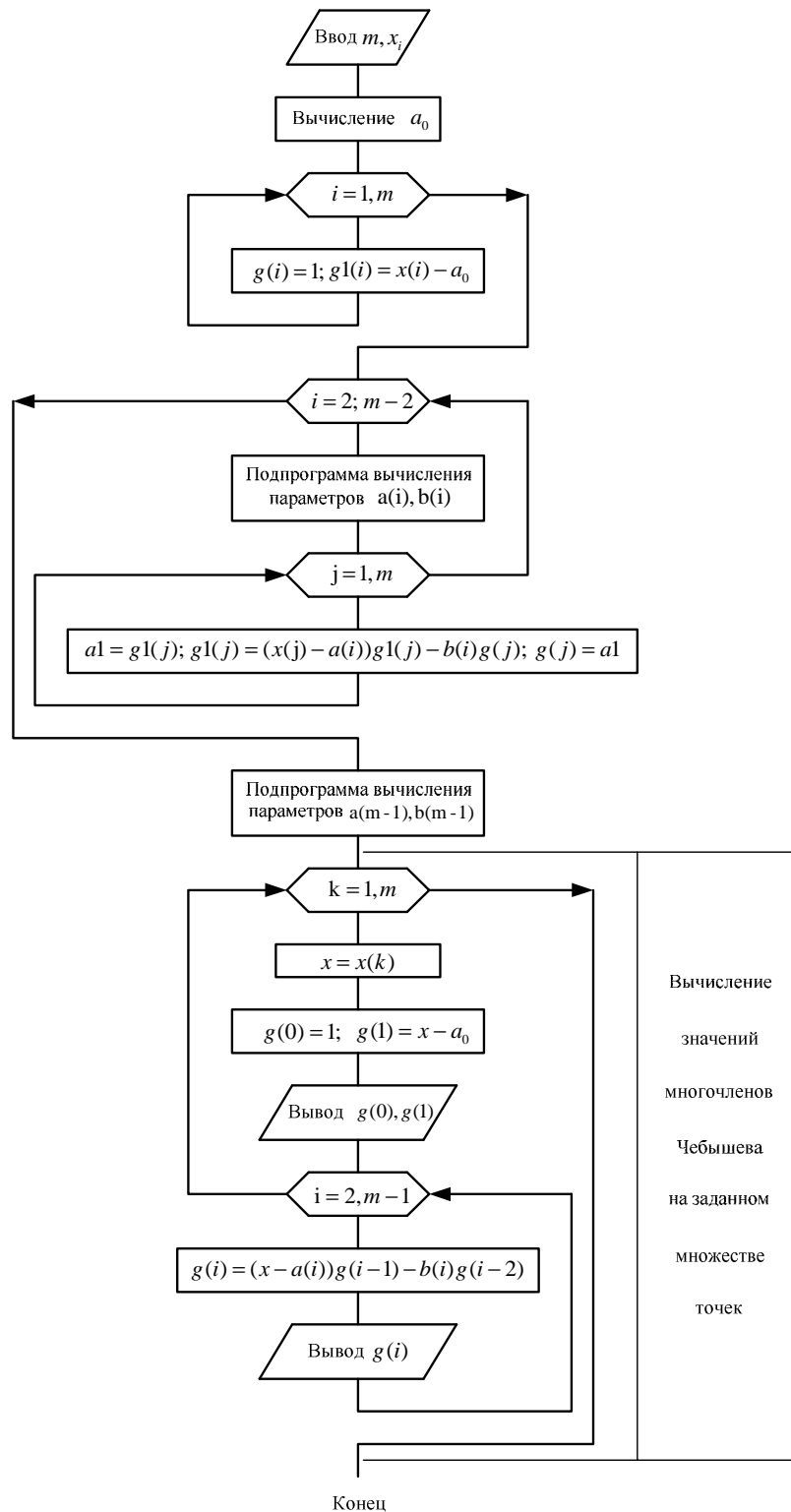


Рис. 3 – Алгоритм вычисления многочлена Чебышева по множеству равноудаленных точек

В данном случае высшие гармонические потока и электромагнитного момента вызваны зубчатой структурой статора и насыщенностью участков магнитопровода ротора.

Таким образом, по результатам расчета магнитного поля и последующего регрессионного анализа получены полиномиальные зависимости производных потокосцеплений по току и угловой координате которые дают возможность идентифицировать обобщенную математическую модель СДПМ.

### Выводы:

1. Предложено для идентификации параметров математической модели для электромеханического преобразователя на основе синхронного двигателя с возбуждением от постоянных магнитов использовать результаты цифровых экспериментов по расчету магнитного поля методами конечных элементов .

2. По результатам расчета магнитного поля и последующего регрессионного анализа получены полиномиальные зависимости производных потокосцеплений по току и угловой координате которые дают возможность идентифицировать обобщенную математическую модель синхронного двигателя с возбуждением от постоянных магнитов.

3. Определен рациональный порядок аппроксимирующей функции для электромеханического преобразователя на основе синхронного двигателя с возбуждением от постоянных магнитов: число гармоник - 7, а степень полинома – 3 при максимальном отклонение 2,7%.

### Литература

1. Омеляненко В. И. Анализ и сравнение перспективных тяговых электродвигателей / В. И. Омеляненко, Б. Г. Любарский, Е. С. Рябов, А. В. Демидов, Т. В. Глебова. // Залізничний транспорт України.– 2008. – №2/1. – С. 26–31.
2. Любарский Б. Г. Электродвигатели для перспективного электроподвижного состава / Б. Г. Любарский, В. И. Омеляненко, Е. С. Рябов, А. В. Демидов, Т. В. Глебова // Локомотив-информ. – 2008. №1– С. 16–19
3. Любарский Б. Г. Математическая модель синхронного тягового электромеханического преобразователя с возбуждением от постоянных магнитов / Б. Г. Любарский// Світлотехніка та електроенергетика. – 2012.– №3(31) – С. 62-71
4. Совершенствование синхронного тягового двигателя на постоянных магнитах // Железные дороги мира. – 2009. – №7. – С.56–69.
5. Hsiao-Ping Chi A Fast-built Flux-linkage Model for Switched-reluctance Motors / Hsiao-Ping Chi, Ray-Lee Lin, Jiann-Fuh Chen //Journal of the Chinese Institute of Engineers. – 2006. – Vol. 29, no. 6 – pp. 1071-1080.
6. Balaji M. Design of High Torque Density and Low Torque Ripple Switched Reluctance Machine using Genetic Algorithm/ M.Balaji, V.Kamaraj // European Journal of Scientific Research. – 2010. – Vol.47 No.2. – pp.187-196.
7. Finite Element Method Magnetics: HomePage. [Электрон. ресурс]. Режим доступа: <http://femm.berlios.de>.
8. Данилов Ю. А. Многочлены Чебышева/ Ю. А. Данилов – Мн.: Выш. Шк., 1984. – 157с.
9. Северин В. П. Методы одномерного поиска. / В. П. Северин, Е. Н. Никулина – Харьков: НТУ ХПИ, 2013. – 124 с.



10. Любарский Б. Г. Аппроксимация зависимостей электромагнитных параметров тягового синхронного двигателя с возбуждением от постоянных магнитов /Любарский Б. Г., Парфенюк Т. В., Ерицян Б.Х. // Східно-європейський журнал передових технологій – 2009. – 6/6(42) С.51–54

---

---

#### ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ СИНХРОННОГО ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНОГО ПЕРЕТВОРЮВАЧА ЕНЕРГІЇ ЗІ ЗБУДЖЕННЯМ ВІД ПОСТІЙНИХ МАГНІТІВ

Б. Г. Любарський, О. В. Демидов, Т. В. Парфенюк, М. Л. Глебова

*Розглянуто методику ідентифікації параметрів математичної моделі синхронного електромеханічного перетворювача енергії зі збудженням від постійних магнітів шляхом знаходження безперервних залежностей потокозчеплення та електромагнітного моменту від струмів і кута повороту ротора.*

#### IDENTIFICATION OF PARAMETERS OF SYNCHRONOUS ELECTROMECHANICAL TRANSDUCER ENERGY WITH PERMANENT MAGNET

B. G. Liubarskyi, A. V. Demidov, T. V. Parfenyuk, M. L. Glebova

*The method of identification of parameters of the mathematical model of the synchronous electromechanical energy converter with permanent magnet excitation by finding the continuous dependence of the flux linkage and electromagnetic torque of the currents and the angle of rotation of the rotor.*