

Машины і обладнання технологічних процесів будівельної індустрії

УДК 666.97.033.16

А.Ф. Иткин

Кременчугский государственный университет имени Михаила Остроградского

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ
ВИБРОПЛОЩАДКИ С ВЕРТИКАЛЬНО НАПРАВЛЕННЫМИ
КОЛЕБАНИЯМИ И ПРИГРУЗОМ**

Введение. В настоящее время отсутствуют научно обоснованные рекомендации по выбору рациональной массы пригруза, используемого в обязательном порядке при формировании изделий из жестких цементобетонных смесей на заключительной стадии процесса уплотнения. Отсутствуют теоретические исследования сложной динамической системы «виброплощадка – бетонная смесь – пригруз», что не позволяет достаточно точно определить необходимые режимы вибрационного воздействия на бетонную смесь и параметры пригруза и виброплощадки, оборудованной вибрационным возбудителем вертикальных колебаний.

Анализ предшествующих исследований. В настоящее время отсутствуют научно обоснованные методы расчета вибрационных пригрузов, используемых для формирования изделий из жестких цементобетонных смесей.

Цель работы. Основной целью настоящих исследований является установление закона движения и характера взаимодействия виброплощадки и пригруза с цементобетонной смесью, определение конструктивных параметров виброплощадки и пригруза и параметров вибрационного воздействия.

Материал и результаты исследований. Для определения закона движения и характера взаимодействия подвижной рамы виброплощадки и пригруза с обрабатываемой цементобетонной средой в вертикальном направлении исследуем динамическую систему "виброплощадка - цементобетонная среда - пригруз" (рис.1), в которой уплотняемая смесь представлена в виде системы с распределенными параметрами. Виброплощадка (рис.1) установлена на основании при помощи упругих амортизаторов жесткостью c_3 и на её подвижную раму действует возмущение в виде вертикально направленной гармонической силы $Q \sin(\omega t)$.

Дифференциальное уравнение движения уплотняемой смеси в направлении координаты z за время t будет иметь вид [1]

$$E \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2} + \eta \frac{\partial^3 u(z,t)}{\partial x^2 \partial t} = \rho \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где u и z – эйлерова и лагранжева координаты; E и η – динамический модуль упругой деформации и коэффициент неупругого сопротивления уплотняемой цементобетонной смеси; ρ – плотность цементобетонной смеси.

Решение волнового уравнения колебаний (1) будем отыскивать при граничных условиях, которые описывают взаимодействие цементобетонной смеси с днищем формы, установленной на подвижной раме виброплощадки, и пригрузом:

$$-m \frac{\partial^2 u(0,t)}{\partial t^2} - c_3 u(0,t) + EF \frac{\partial u(0,t)}{\partial z} + \eta F \frac{\partial^2 u(0,t)}{\partial z \partial t} = -Q \sin(\omega t); \quad (2)$$

$$EF \frac{\partial u(H,t)}{\partial z} + \eta F \frac{\partial^2 u(H,t)}{\partial z \partial t} + m_2 \frac{\partial^2 u(H,t)}{\partial t^2} = 0, \quad (3)$$

где m – масса виброплощадки; m_2 – масса пригруза; c_3 – коэффициент жесткости упругих амортизаторов в вертикальном направлении; Q – амплитуда возмущающей силы; ω – угловая частота вынужденных колебаний; F – рабочая площадь дна формы с бетонной смесью, устанавливаемой на виброплощадке; H – высота уплотняемого слоя смеси.

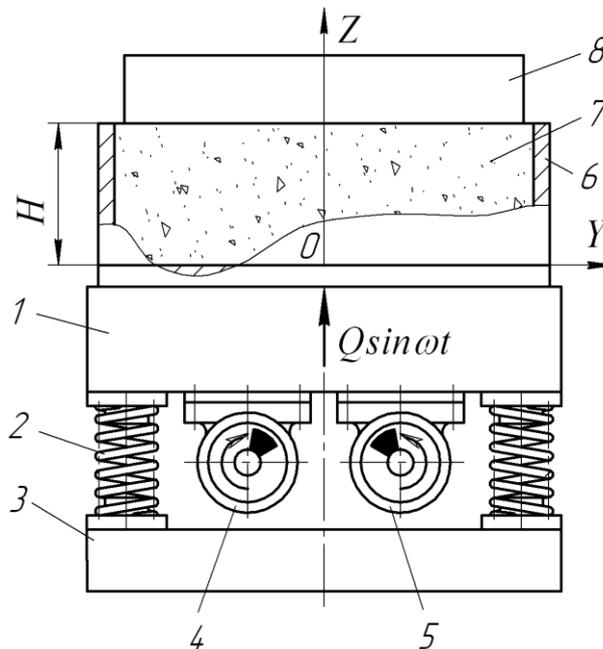


Рисунок 1. Расчетная схема динамической системы "виброплощадка - цементобетонная среда - пригруз" при вертикально направленных колебаниях: 1 – форма; 1 – подвижная рама; 2 – упругие опоры; 3 – опорная рама; 4, 5 – вибровозбудители колебаний; 6 – форма; 7 – бетонная смесь; 8 – пригруз.

Представим функцию $u(z,t)$ в виде мнимой части комплексной функции

$$u(z,t) = I_m[u(z) e^{i\omega t}]. \quad (4)$$

Для удобства в дальнейшем знак I_m будем отбрасывать. Подставляя функцию (4) в уравнение (1), получим

$$(E + i\eta\omega) \partial^2 u(z) / \partial z^2 + \rho \omega^2 u(z) = 0. \quad (5)$$

Решение уравнения (5) можно представить в следующем виде [2]:

$$u(z) = B e^{-i\tilde{k}z} + D e^{i\tilde{k}z}. \quad (6)$$

Здесь B и D – постоянные интегрирования (комплексные амплитуды), определяемые из граничных условий (2) и (3); \tilde{k} – волновое число,

$$\tilde{k} = \sqrt{\rho \omega^2 / (E + i\eta\omega)}. \quad (7)$$

Поскольку волновое число \tilde{k} комплексно, то его можно представить в комплексной функции [2]:

$$\tilde{k} = k - i\alpha = \frac{\omega}{a} - i\alpha, \quad (8)$$

где k - волновое число, $k = \omega/a$; a - фазовая скорость распространения возмущения в уплотняемом слое; α - коэффициент затухания возмущения;

Приравняем выражение (7) и (8), возведем левую и правую части в квадрат и, выделяя соответственно вещественную и мнимую части выражения, найдем значения фазовой скорости распространения и коэффициента затухания возмущения в уплотняемом слое, т.е.

$$a = \sqrt{\frac{2(E^2 + \eta^2 \omega^2)}{\rho(E + \sqrt{E^2 + \eta^2 \omega^2})}}; \quad \alpha = \sqrt{\frac{\rho \omega^2(-E + \sqrt{E^2 + \eta^2 \omega^2})}{2(E^2 + \eta^2 \omega^2)}}. \quad (9)$$

На основании зависимостей (6) и (8) выражение (4) преобразуется к следующему виду:

$$u(z, t) = [B e^{-(\alpha+ik)z} + D e^{(\alpha+ik)z}] e^{i\omega t}. \quad (10)$$

Подставляя выражение (10) в граничное условие (3), найдем соотношение между постоянными интегрирования B и D :

$$B = D \frac{(\lambda + m_2 \omega^2) + id}{(\lambda - m_2 \omega^2) + id} e^{-2(\alpha+ik)H}, \quad (11)$$

где $d = F(kE + \alpha\eta\omega)$, $\lambda = F(\alpha E - k\eta\omega)$.

Умножая числитель и знаменатель выражения (11) на число, сопряженное знаменателю относительно мнимой части, получим

$$B = D(d_1 - i\lambda_1) e^{-2(\alpha+ik)H}, \quad (12)$$

$$\text{где } d_1 = \frac{\lambda^2 - m_2^2 \omega^4 + d^2}{(\lambda - m_2 \omega^2)^2 + d^2}; \quad \lambda_1 = \frac{2d m_2 \omega^2}{(\lambda - m_2 \omega^2)^2 + d^2}.$$

С учетом выражения (12) решение (10) преобразуется к следующему виду:

$$u(z, t) = D[(d_1 - i\lambda_1) e^{-2(\alpha+ik)H} e^{(\alpha+ik)z} + e^{-(\alpha+ik)z}] e^{i\omega t}. \quad (13)$$

Подставляя выражение (13) в граничное условие (2), найдем постоянную интегрирования D в следующем виде:

$$D = \frac{Q}{R_e + i R_i}, \quad (14)$$

где $R_e = (c_3 - m\omega^2)[1 + e^{-2\alpha H} \lambda_2 \cos(2kH + \varphi_2)] + EF[\alpha - Z_1 \cos(2kH - \varphi_1)] - \eta\omega F[k + Z_1 \sin(2kH - \varphi_1)];$
 $R_i = EF[k + Z_1 \sin(2kH - \varphi_1)] + \eta\omega F[\alpha - Z_1 \cos(2kH - \varphi_1)] - (c_3 - m\omega^2) e^{-2\alpha H} \lambda_2 \sin(2kH + \varphi_2);$

$$Z_1 = e^{-2\alpha H} \sqrt{(k d_1 - \alpha \lambda_1)^2 + (\alpha d_1 + k \lambda_1)^2}; \quad \lambda_2 = \sqrt{\lambda_1^2 + d_1^2};$$

$$\varphi_1 = \arctg \frac{k d_1 - \alpha \lambda_1}{\alpha d_1 + k \lambda_1}; \quad \varphi_2 = \arctg \frac{\lambda_1}{d_1}.$$

Подставляя полученное значение постоянной интегрирования D (14) в выражение (13), найдем решение уравнения (1) в комплексной форме, т.е.



$$u(z,t) = D \frac{Q}{R_e + i R_i} [(d_1 - i \lambda_1) e^{-\alpha(2H-z)} e^{-ik(2H-z)} + e^{-\alpha z} e^{-ikz}] e^{i\omega t}. \quad (15)$$

Умножая числитель и знаменатель выражения (15) на функцию, сопряженную знаменателю этого выражения, и, выделяя из полученной зависимости мнимую часть, найдем искомое решение уравнения (1), удовлетворяющего граничным условиям:

$$u(z,t) = A(z) \sin[\omega t - \theta - \xi(z)], \quad (16)$$

где $A(z)$ - амплитуда колебаний уплотняемого слоя цементобетонной смеси в зависимости от координаты z ; $\xi_1(z)$ - сдвиг фаз между амплитудой возмущающей силы и перемещением слоя цементобетонной смеси при определенной координате z ;

$$A(z) = \frac{Q \sqrt{\lambda_2^2 e^{-2\alpha(2H-z)} + e^{-2\alpha z} + 2 \lambda_2 e^{-\alpha(2H-z)} \cos[2k(H-z) + \varphi_2]}}{\sqrt{R_e^2 + R_i^2}}; \quad (17)$$

$$\xi(z) = \arctg \frac{\lambda_2 e^{-2\alpha H} \sin[k(2H-z) + \varphi_2] + e^{-2\alpha z} \sin kz}{\lambda_2 e^{-2\alpha H} \cos[k(2H-z) + \varphi_2] + e^{-2\alpha z} \cos kz}; \quad \theta = \arctg \frac{R_i}{R_e}.$$

Таким образом, получено выражение (25), которое описывает закон движения уплотняемой среды в направлении координаты z в зависимости от частоты и амплитуды возмущающей силы, физико-механических характеристик уплотняемой смеси, толщины уплотняемого слоя, массы пригруза и основных параметров виброплощадки. При $z = 0$ выражение (16) описывает закон движения нижнего слоя уплотняемой смеси и подвижной рамы виброплощадки, а при $z = H$ - закон движения поверхности уплотняемого слоя цементобетонной смеси и пригруза, т.е.

$$u(0,t) = \frac{Q \sin(\omega t - \theta - \xi_1)}{\sqrt{R_e^2 + R_i^2}} \sqrt{\lambda_2^2 e^{-4\alpha H} + 2 \lambda_2 e^{-2\alpha H} \cos(2kH + \varphi_2) + 1}; \quad (18)$$

$$u(H,t) = \frac{Q \sqrt{\lambda_2^2 + 2 \lambda_2 \cos \varphi_2 + 1}}{\sqrt{R_e^2 + R_i^2}} e^{-\alpha H} \sin(\omega t - \theta - \xi_2), \quad (19)$$

где

$$\xi_1 = \arctg \frac{\lambda_2 e^{-2\alpha H} \sin(2kH + \varphi_2)}{\lambda_2 e^{-2\alpha H} \cos(2kH + \varphi_2) + 1}; \quad \xi_2 = \arctg \frac{\lambda_2 \sin(kH + \varphi_2) + \sin kH}{\lambda_2 \cos(kH + \varphi_2) + \cos kH}.$$

При вибрационном воздействии в уплотняемой цементобетонной смеси возникают напряжения, величина которых зависит от относительной деформации и сил тяжести уплотняемого слоя и пригруза.

Напряжения, вызываемые относительной деформацией уплотняемого слоя цементобетонной смеси, определяются из следующей зависимости:

$$\sigma_1(z,t) = E \frac{\partial u(z,t)}{\partial z} + \eta \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z \partial t} = -Q \sqrt{\frac{(k^2 + \alpha^2)(E^2 + \eta^2 \omega^2)}{R_e^2 + R_i^2}} \times \\ \times \sqrt{\lambda_2^2 e^{-2\alpha(2H-z)} + e^{-2\alpha z} - 2 \lambda_2 e^{-2\alpha H} \cos[2k(H-z) + \varphi_2]} \cos[\omega t - \theta_1 - \zeta(z)], \quad (20)$$

где

$$\zeta(z) = \varphi_3 + \arctg \frac{\lambda_2 e^{-2\alpha H} \sin[k(2H-z) + \varphi_2 - \varphi_3] - e^{-\alpha z} \sin(kz - \varphi_3)}{\lambda_2 e^{-2\alpha H} \cos[k(2H-z) + \varphi_2 - \varphi_3] - e^{-\alpha z} \cos(kz - \varphi_3)};$$

$$\theta_1 = \theta + \operatorname{arctg} \frac{\alpha}{k}; \quad \varphi_3 = \operatorname{arctg} \frac{\eta\omega}{E}.$$

Напряжения, возникающие в смеси от действия собственных сил тяжести цементобетонного слоя и пригруза:

$$\sigma_2(z, t) = -\rho g(H - z) - m_2 g/F. \quad (21)$$

Тогда общая величина напряжений, возникающих в уплотняемом цементобетонном слое при вибрационном воздействии, может быть определена следующей зависимостью:

$$\sigma(z, t) = \sigma_1(z, t) + \sigma_2(z, t). \quad (22)$$

Также можно определить напряжения, вызываемые действием инерционных сил и сил тяжести на элементарные частицы цементобетонной смеси,

$$\sigma_a(z, t) = \rho \left(\frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial t^2} - g \right) (H - z). \quad (23)$$

Анализ зависимостей (20 – 23) показывает, что напряжения, возникающие в уплотняемом цементобетонном слое, имеют ассиметричный характер, т.е. величина сжимающих напряжений больше величины растягивающих напряжений. Такой закон движения обеспечивает более эффективное уплотнение.

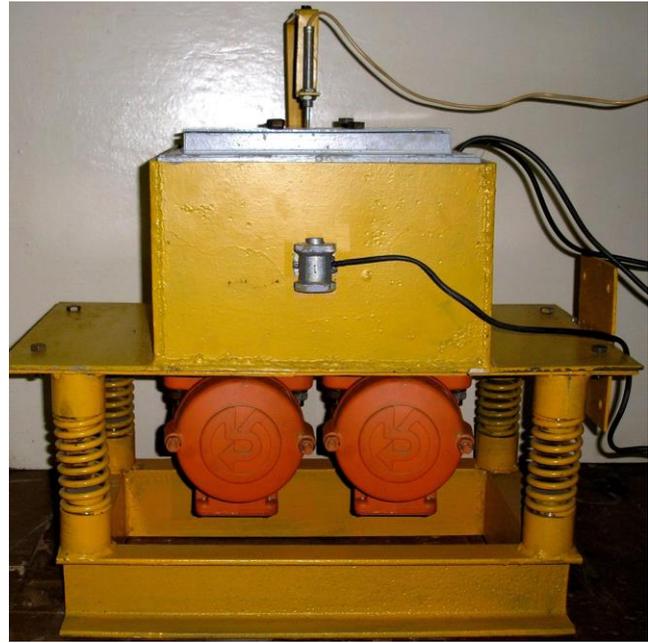
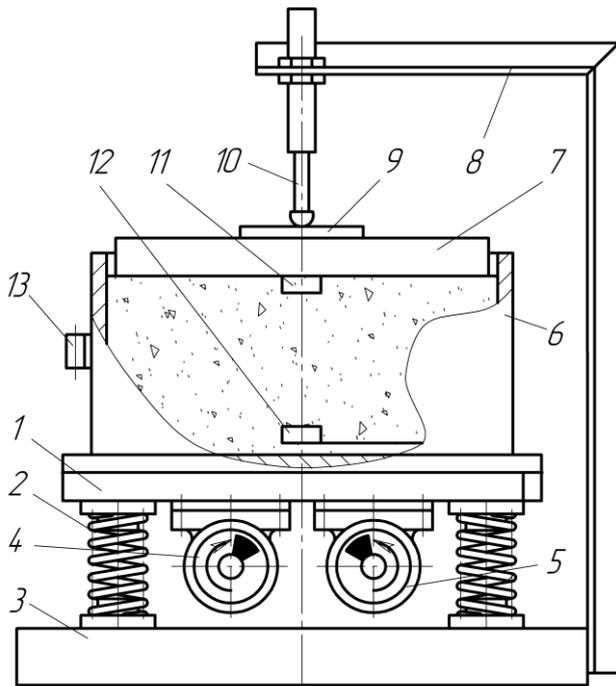
Полученные теоретические зависимости позволяют достаточно точно учесть физико-механические характеристики уплотняемой среды и определить рациональные параметры вибрационной площадки, пригруза и режимы вибрационного воздействия, при которых обеспечивается эффективное уплотнение цементобетонных смесей.

Экспериментальные исследования проводились на лабораторной виброплощадке (рис. 2), имеющей массу подвижной рамы виброплощадки 65 кг, жесткость упругих амортизаторов 235,4 кН/м, угловую частоту вынужденных колебаний 293 рад/с, амплитуду возмущающей силы 2700 Н, амплитуду колебаний подвижной рамы (без нагрузки) в вертикальном направлении 0,5 мм. В процессе экспериментальных исследований процесса уплотнения использовались жесткие цементобетонные смеси с водоцементным отношением В/Ц=0,4 – 0,48 жесткостью 30 с, 60 с и 90 с, формовались бетонные блоки с размерами 35×35×20 см. Удельное давление, создаваемое пригрузом в статическом положении, равное удельной приведенной массе пригруза, изменялось от 1 кПа (10 г/см²) до 6 кПа (60 г/см²) за счет сменных прямоугольных металлических пластин, прикрепляемых при помощи резьбовых соединений к верхней части пригруза. В процессе экспериментальных исследований определялись и записывались следующие показатели: консистенция цементобетонной смеси; масса вибропригруза; закон движения подвижной рамы виброплощадки; напряжения, возникающие в основании уплотняемого слоя и на поверхности уплотняемого слоя под вибропригрузом; нарастание плотности бетонного слоя смеси в процессе уплотнения и необходимая продолжительность уплотнения.

На рис. 3–5, показаны результаты экспериментальных исследований виброплощадки с вертикально направленными колебаниями и их сравнение теоретическими данными, полученными в случае использования статического пригруза при вибрационном уплотнении жестких цементобетонных смесей различной консистенции.

На рис. 3 и 4 показано изменение амплитуды колебаний подвижной рамы виброплощадки A и напряжений в уплотняемом слое в зависимости от удельной приведенной массы пригруза q_{np} .

Анализ приведенных данных показывает, что с увеличением удельной приведенной массы пригруза q_{np} от 1 кПа до 6 кПа амплитуда колебаний верхней рамы виброплощадки уменьшается. При этом амплитуды динамических напряжений, возникающих, как в основании уплотняемого слоя, так и на его поверхности, существенно возрастают.



а)

б)

Рисунок 2. Схема (а) и общий вид (б) лабораторной виброплощадки:

1 – подвижная рама; 2 – упругие опоры; 3 – опорная рама; 4 и 5 - вибровозбудители колебаний; 6 – форма с бетонной смесью; 7 – пригруз; 8 – кронштейн; 9 – пластинка из органического стекла; 10 – датчик перемещений ДП-3СМ; 11 и 12 – индуктивные датчики давления ДД-1М; 13 – датчик вибрации ДВ-1В.

Сравнение теоретических и экспериментальных данных, приведенных на рис. 3 и 4, показывает, что приведенные выше теоретические зависимости с достаточной степенью точности описывают поведение реальной динамической системы «виброплощадка - уплотняемая смесь – пригруз». Наибольшие расхождения экспериментальных и теоретических значений амплитуды колебаний подвижной рамы виброплощадки наблюдаются при удельной приведенной массе пригруза 6 кПа и 4 кПа и составляют 9 – 10% .

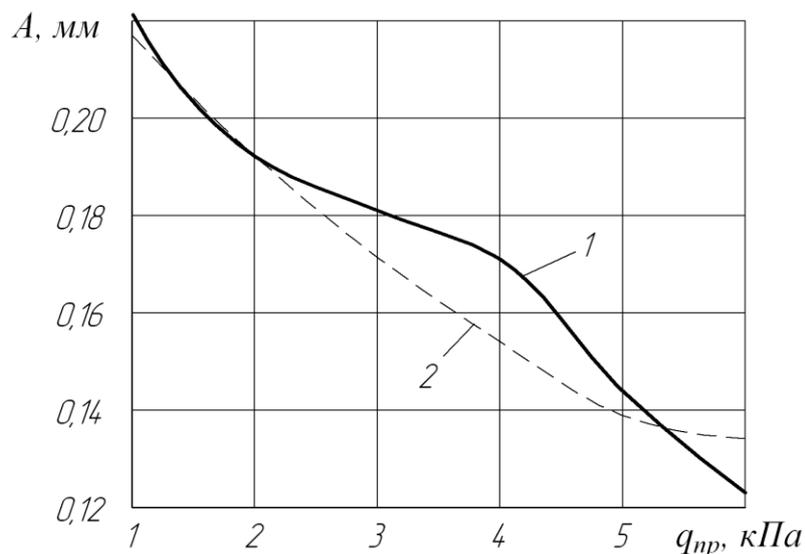


Рисунок 3. Изменение амплитуды колебаний подвижной рамы виброплощадки в зависимости от удельной приведенной массы пригруза q_{np} :

1 – экспериментальная зависимость; 2 – теоретическая кривая.

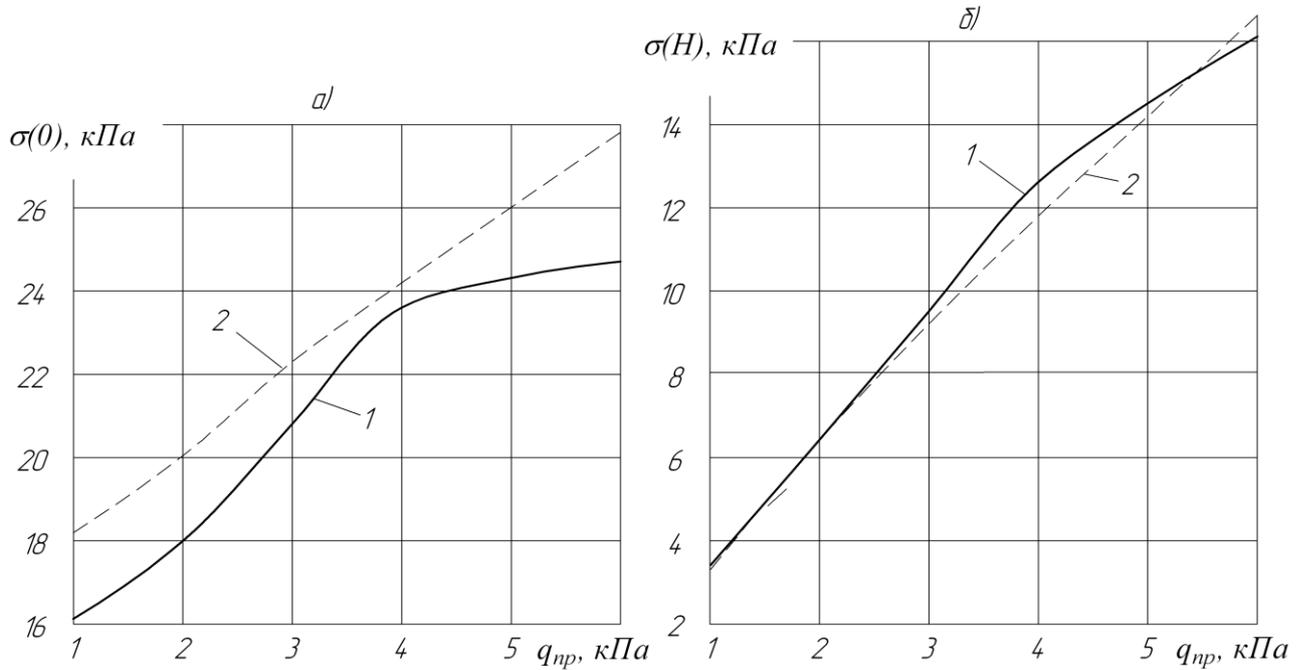


Рисунок 4. Изменение амплитуд напряжений, возникающих в основании (а) и на поверхности (б) уплотняемого слоя в зависимости от удельной приведенной массы пригруза q_{np} : 1 – экспериментальная зависимость; 2 – теоретическая кривая.

Наибольшие расхождения экспериментальных и теоретических значений амплитуд напряжений, возникающих в основании уплотняемого слоя $\sigma(0)$, наблюдаются при удельной приведенной массы пригруза 1 кПа и 6 кПа и составляют 12,5 – 13%.

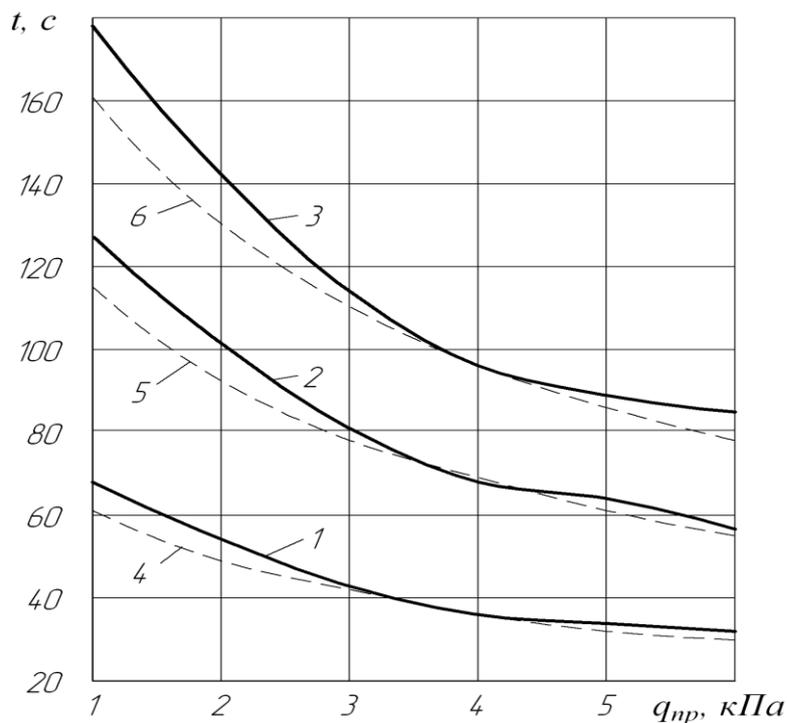


Рисунок 5. Изменение необходимой продолжительности уплотнения жестких цементобетонных смесей в зависимости от величины удельной приведенной массы пригруза q_{np} : 1, 4 – при жесткости цементобетонной смеси Ж=30 с; 2, 5 – при Ж=60 с; 3, 6 – при Ж=90 с; 1, 2, 3 – экспериментальные зависимости; 4, 5, 6 – теоретические кривые.



Проведенные экспериментальные исследования по определению необходимой продолжительности вибрационного воздействия на уплотняемую цементобетонную смесь с использованием статического пригруза (рис. 5), подтвердили правильность выводов, сделанных на основании выполненных ранее теоретических исследований [3], о том что наиболее рациональным при вибрационном формовании изделий из жестких цементобетонных смесей жесткостью $J=30 - 90$ с является использование пригруза с удельной приведенной массой 4 кПа (40 г/см^2). Увеличение удельной приведенной массы пригруза q_{np} свыше 4 кПа не приводит к заметному сокращению продолжительности уплотнения жестких цементобетонных смесей, а только увеличивает металлоемкость и энергоемкость процесса формования бетонных изделий.

Сравнение теоретических значений необходимой продолжительности вибрационного уплотнения цементобетонных смесей с использованием статического пригруза, рассчитанных по методике [4], и экспериментальных данных показывает, что их максимальное расхождение наблюдается при $q_{np}=1...2$ кПа и не превышает 10%. При остальных значениях q_{np} максимальные расхождения не превышают 5%, что свидетельствует о достаточно надежной разработанной теории определения основных параметров виброплощадки с вертикально направленными колебаниями и пригрузом.

Результаты проведенных исследований по определению рациональных параметров пригрузов были положены в основу разработки вибрационного оборудования, используемого для формования изделий из жестких цементобетонных смесей.

Выводы. В результате проведенных исследований получены теоретические зависимости, которые позволяют достаточно точно определить основные параметры вибрационной площадки и пригруза, смоделировать закон движения подвижной рамы и установить рациональные режимы вибрационного воздействия на цементобетонную смесь в зависимости от толщины уплотняемого слоя, консистенции смеси, конфигурации изделия, частоты и амплитуды колебаний.

Литература

1. Филиппов А.П. Колебания деформируемых систем. - М.: Машиностроение, 1970. – 736 с.
2. Маслов А.Г., Пономарь В.М. Вибрационные машины и процессы в дорожном строительстве. - К.: Будівельник, 1985. – 128 с.
3. Маслов А.Г., Иткин А.Ф. Исследование процесса уплотнения цементобетонной смеси на вибрационной площадке с вертикально направленными колебаниями и пригрузом. // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету, вип. 1/2005 (30) – Кременчук, 2005. – с. 59 – 63.
4. Маслов А.Г., Иткин А.Ф. Теоретические основы вибрационного уплотнения цементобетонных смесей. // -Вісник - КДПУ. Кременчук: КДПУ, 2004 Вип. 5/2004 (28). – с. 45 – 49.