

УДК 693.548.4.001.5

В.Й. Сівко, д.т.н., професор КНУБА  
М.П. Кузьмінець, к.т.н., доцент КНУБА

## МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ВЗАЄМОДІЇ ВІБРОФОРМУВАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ З РОБОЧИМ СЕРЕДОВИЩЕМ

**АНОТАЦІЯ.** Викладена методика розрахунку касетних установок з єдиним віброприводом та визначені раціональні режими ущільнення бетонної суміші.

**Ключові слова:** пластина, бетон, віброформування, математична модель, напружено-деформований стан

**АННОТАЦИЯ.** Изложена методика расчета касетных установок с единым виброприводом и определены рациональные режимы уплотнения бетонной смеси.

**Ключевые слова:** пластина, бетон, виброформирование, математическая модель, напряженно-деформированное состояние

**ANNOTATION.** Expounded method of calculation of the cassette settings with a single vibrooccasion and the rational modes of compression of concrete mixture are certain.

**Keywords:** plate, concrete, vibroforming, mathematical model, tense-deformed the state

**Вступ.** Гнучкі робочі органи на відміну від традиційних органів (типу віброплощадок) діють на середовище завдяки згинаючих коливань плоскої поверхні. Плоска поверхня при цьому в процесі згинання має певну форму коливань, яка чітко відповідає частоті її власних коливань. При цьому форма коливань крім частоти залежить також від фізико-механічних властивостей матеріалу робочого органа, його маси. На форму коливань впливає також середовище, в якому знаходиться робочий орган.

**Постановка проблеми.** В даній роботі стоїть необхідність дослідити вплив середовища на форму коливань гнучких робочих органів.

**Мета роботи** – розробити методику розрахунку касетних установок з єдиним віброприводом.

**Задачі досліджень.** 1. Запропонувати математичну модель руху суміші в умовах взаємодії з вертикальною пластинкою яка піддається вібрації.

2. Сформувати основні положення напружено-деформованого стану бетонної суміші при динамічному навантаженні.

3. Визначити раціональні режими ущільнення бетонної суміші.

**Основна частина.** Розглянемо робочий орган у вигляді пластини розмірами  $a$  і  $b$ , товщиною  $h$  (рис. 1), яка защемлена по трьох сторонах (на прикладі роздільних листів касетних установок).

Рівняння власних коливань такої пластини, як сума потенціальної і кінетичної енергії, має вигляд

$$\frac{D}{2} \iint \left[ \left( \frac{d^2 W_0}{dx^2} + \frac{d^2 W_0}{dy^2} \right) - 2(1 - \mu) \left\{ \frac{d^2 W_0}{dx^2} \cdot \frac{d^2 W_0}{dy^2} - \left( \frac{d^2 W_0}{dxdy} \right)^2 \right\} \right] dx dy + \iint \sigma_0(x, y, t) W_0 dx dy - \frac{\rho h p^2}{2} \iint \left( \frac{dW_0}{dt} \right)^2 dx dy = 0. \quad (1)$$

Перший член разом з другим у рівнянні (1) виражає повну потенціальну енергію пластини ( $2U$ ), а третій – кінетичну енергію ( $T$ ).

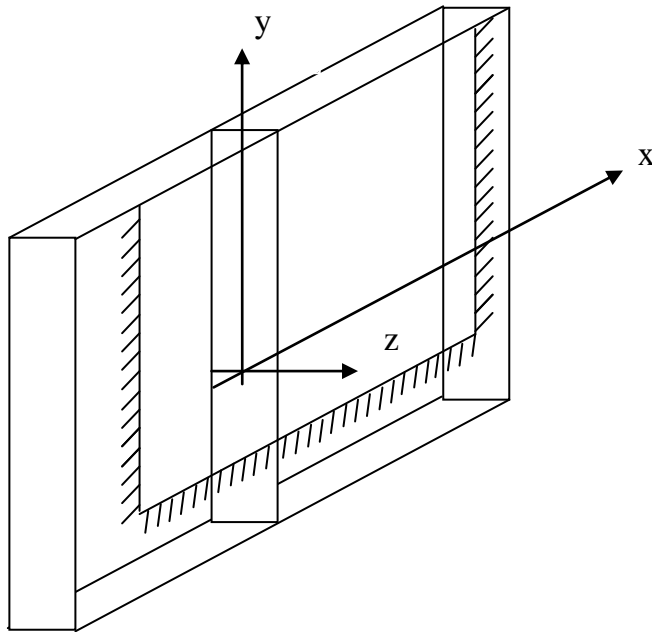


Рисунок 1. Розрахункова схема пластини.

Тут:  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$  – циліндрична

жорсткість на згинання;

$W_0$  – прогин пластинки;

$\mu$  – коефіцієнт Пуасона;

$\rho$  – щільність матеріалу пластини,  $\text{кг/м}^3$ ;

$\sigma_0(x, y, t)$  – напруження в середовищі на контакті з робочим органом (опір середовища на одиницю поверхні);

$E$  – модуль пружності, Па.

Рівняння (1) розв'язується відомими способами [1] при визначеному опорі середовища.

Динамічне деформування елемента середовища описується рівнянням:

$$\rho_0 \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = \frac{d\sigma}{dx}. \quad (2)$$

Взамін рівняння (2) розглянемо еквівалентну систему двох диференціальних рівнянь першого порядку:

$$\frac{dv}{dt} = c^2 \frac{d\varepsilon}{dx}, \quad \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{dv}{dx},$$

де  $\varepsilon$  – відносна деформація,

$V$  – швидкість деформування.

Ці рівняння мають два сімейства характеристик.

Перше сімейство:  $\frac{dv}{d\varepsilon} = c, \quad dx = c \cdot dt;$

Друге сімейство:  $\frac{dv}{d\varepsilon} = -c, \quad dx = -c \cdot dt.$

Вони характеризують розповсюдження прямих і зворотних хвиль в середовищі.

Після заміни характеристик кусочно-лінійними функціями стає можливим рішення нелінійних рівнянь (2) наближеним методом при заданому законі деформування.

Закони деформування задає робочий орган. Рівняння (1) і (2) мають вирішуватись спільно, тому що на закон деформування має вплив середовище і при цьому змінюється характер руху робочого органа.

Основна умова спільного вирішення рівнянь

$$U(0, t) = W_0; \quad \text{при } x = 0.$$

Ідея метода знаходження опору середовища полягає в тому, що береться ділянка робочого органа, обмежена однією формою коливань і для неї в декількох точках знаходиться опір. Після чого будується еюра розподілу опору.

Після заміни диференціалів сімейств характеристик на скінченні величини маємо:

$$\begin{aligned}(x - x_1) + C(\varepsilon_1)(t - t_1) &= 0; \\ (x - x_2) - C(\varepsilon_2)(t - t_2) &= 0; \\ (V - V_1) + C(\varepsilon_1)(\varepsilon - \varepsilon_1) &= 0; \\ (V - V_2) - C(\varepsilon_2)(\varepsilon - \varepsilon_2) &= 0,\end{aligned}$$

де  $x$  і  $t$  – координати (положення, час), в яких шукається значення параметрів;  
 $\varepsilon$  і  $V$  – параметри напруженого стану середовища.

Для вирішення задачі опору потрібні дві початкові і дві граничні умови:

$A$  – початкові умови:

при  $t = 0$

$$1) \varepsilon = \varepsilon_0 = \varepsilon(x, 0);$$

$$2) V = V_0 = V(x, 0).$$

Закони розподілу відносної деформації і модуля вектора швидкості вздовж ущільнюючої маси (товщини виробу) в початковий момент часу.

$B$  – граничні умови:

$$1) \text{ при } x = x_0(t), \quad V[x_0(t), t] = 0.$$

$$2) \text{ при } x = h, \quad F[\varepsilon(h, t); V(h, t)] = 0.$$

Суть першої граничної умови – рівність нулю  $V$  на протилежній стороні опалубки.  
 Суть другої граничної умови – наявність певної залежності між функціями.

Величини  $\varepsilon$  і  $V$  в місці контакту робочого органа і середовища (визначається прогином і частотою власних коливань).

Задамо рівняння прогину параболою в межах однієї форми (більш точно прогин визначається методами опору матеріалу –  $\frac{dy}{dx} = \frac{M}{EI}$ ).

Задамо також величину прогину (тобто амплітуда коливань) в т. 0, 1, 2, 3 – відповідно 0,0005; 0,0004; 0,0003; 0 м (рис. 2). Частота коливань, наприклад,  $f = 25$  Гц.

Визначимо величину опору середовища спочатку в т. 2 (рис. 3).

Розділимо лінію  $OB$  (лінію початкових умов ( $t = 0$ ), на якій значення  $\varepsilon$  і  $V$ ) на  $n$  відрізків і задамо в точках 0, 1, 2, 3 –  $\varepsilon = 0$  і  $V = 0$ , тобто середовище нерухоме і не навантажене.

Користуючись експериментальними графіками [2], знаходимо значення  $C_0$ , відповідне  $p = p_0$  і  $V = 0$ .

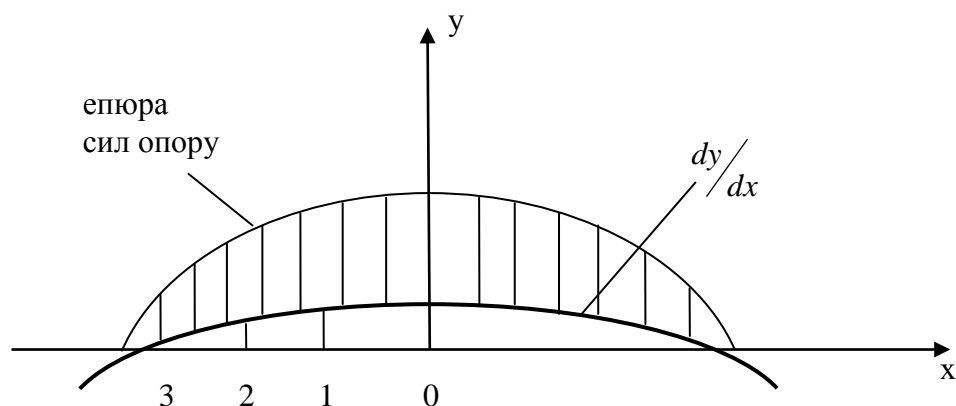


Рисунок 2. Форма прогину.

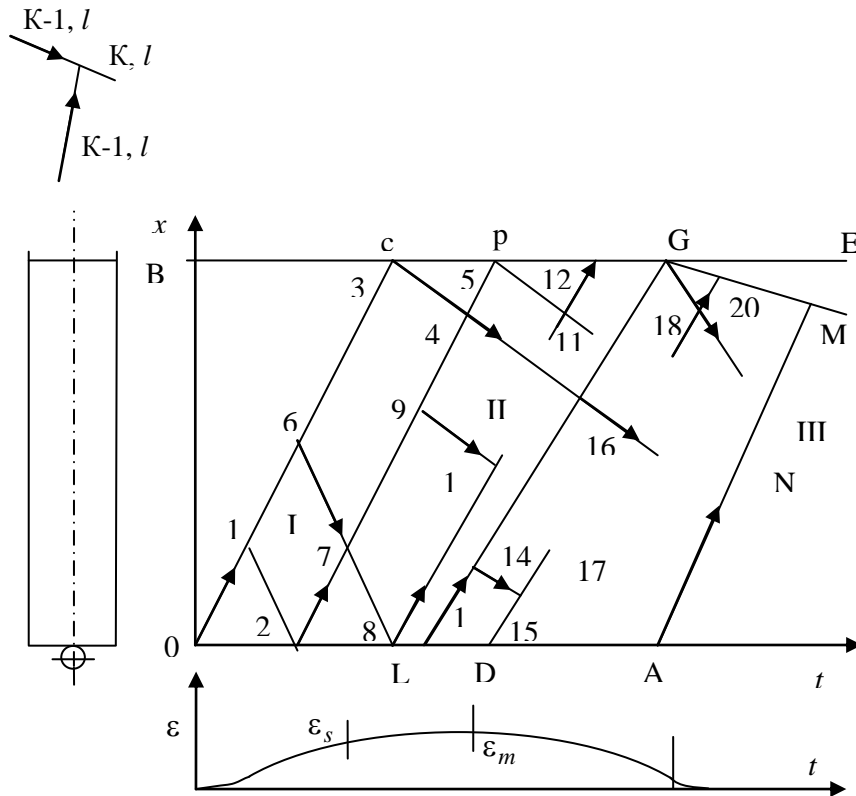


Рисунок 3. Схема розрахунку сил опору в середовищі.

В площині  $x-t$  проводимо пряму  $OC$  з нахилом, що відповідає розрахованій швидкості хвилі  $C_0 = h/t$ .

Для точки 2 системи рівнянь

$$x_2 = W_0 \cdot \sin \omega t_2;$$

$$(x_2 - x_1) + C_2(t_2 - t_1) = 0;$$

$$V_2 = W_0 \cdot \omega \cdot \cos \omega t_2;$$

$$(V_2 - V_1) - C_1(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) = 0.$$

Тут  $W_0 = 0,0003$  м. Товщина виробу  $0,16$  м;  $C_2 = 63 \frac{м}{с}$  (при  $\rho = 2400 \text{ кг/м}^3$  для суміші помірно-жорсткої [3]).

$$t_1 = \frac{0,16}{88 \cdot 3} = 0,000606 \text{ с.}$$

$$x_2 = 0,0003 \cdot \sin \omega t_2;$$

$$\left( x_2 \cdot \frac{0,16}{3} \right) + 88(t_2 - t_1) = 0;$$

$$x_2 + 88t_2 - 0,053 - 0,003 = 0;$$

$$x_2 = 0,106 - 88t_2;$$

$$0,106 - 88t_2 = 0,0003 \cdot 157t_2;$$

$$88,0471t_2 = 0,106;$$

$$t_2 = 0,012 \text{ с.}$$

$$x_2 = 0,0003 \cdot \sin 10,80 = 0,000057 \text{ м.}$$

Кут  $\beta = \omega t_2$  розрахуємо так:

$$\beta = \frac{t_2}{T} \cdot 2\pi; T = \frac{1}{f} = \frac{1}{25} = 0,04 \text{ с};$$

$$\beta = \frac{t_2}{0,04} \cdot 2\pi = 157t_2; \quad \sin \beta = \beta - \frac{\beta^3}{3!} + \frac{\beta^5}{5!} - \frac{\beta^7}{7!};$$

$$\beta = \frac{0,0012}{0,04} \cdot 360^\circ = 10,8^\circ;$$

$$V_2 = 0,0003 \cdot 157 \cdot 0,9833 = 0,046313 \text{ м/с};$$

$$V_2 - 88\varepsilon_2 = 0; \quad \varepsilon_2 = \frac{0,046313}{88} = 0,000526;$$

$$\sigma_2 = E_1\varepsilon_2[3]; \quad \sigma_2 = 650 \cdot 10 \cdot 0,000562 = 3419 \text{ Па}.$$

Процес визначення опору повинен бути продовжений доти, поки  $\beta = 90^\circ$ , тобто до амплітуди значення прогину в т. 2 (див. рис. 2). Для знаходження опору в т. 8 (див. рис. 3) необхідно розрахувати напруження в т. 7. Використовується наступна система:

$$(x_7 - x_2) - C_2(t_7 - t_2) = 0;$$

$$(x_7 - x_6) + C_6(t_7 - t_6) = 0;$$

$$(V_7 - V_2) - C_2(\varepsilon_7 - \varepsilon_2) = 0;$$

$$(V_7 - V_6) + C_6(\varepsilon_7 - \varepsilon_6) = 0.$$

Оскільки  $\varepsilon_2 = 0,000526 > \varepsilon_2 = 0,00001$  [3, табл. 1], в приведених вище формулах  $C_2$  необхідно брати швидкість пластичної хвилі ( $C_2 = 63 \text{ м/с}$ ).

Амплітуда значення опору для т. 2. (див. рис. 2) складає  $\sigma_0 = 51,6 \cdot 10^{-4}$  МПа. Відповідно для т. 0 опір складає  $62,0 \cdot 10^{-4}$ ,  $73,1 \cdot 10^{-4}$  МПа

Представимо опір середовища в функції прогину:

$$\sigma = E_1\varepsilon = E_1 \frac{W_0}{h} = \frac{650 \cdot 10^{-2}}{0,16} \cdot W_0 = 4062,5 \cdot 10^{-2} W_0 \text{ МПа}.$$

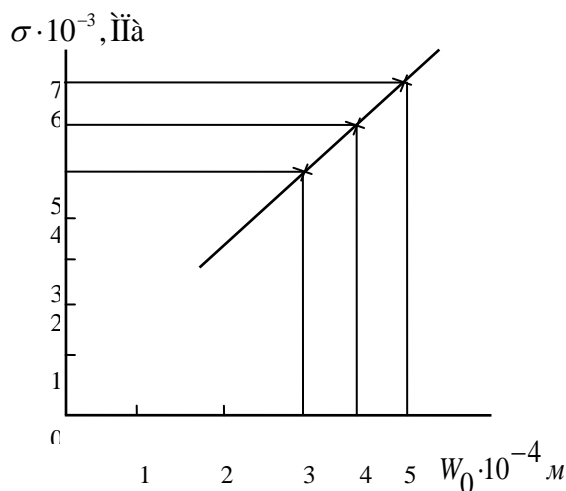


Рисунок 4. Залежність опору середовища від прогину робочого органу.

Як бачимо з рис. 4 всі точки залежності прогину від опору середовища розміщуються на одній прямій.

Тому що залежність можна представити формулою:

$$\sigma = KW_0,$$

$$\text{Де: } K = \frac{E_1}{h}.$$

Модуль пластичної деформації  $E_1$ , визначається як дотична рівняння стану середовища в пластичній зоні деформацій (рис. 5).

Рівняння стану береться з [3] для досліджених середовищ, а для інших матеріалів може бути встановлено згідно запропонованої методики.

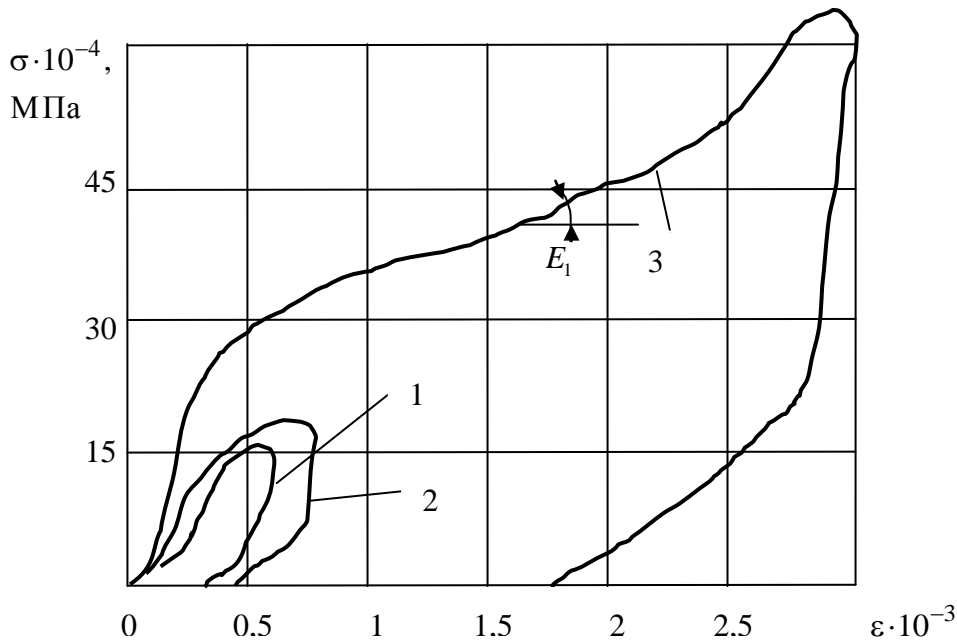


Рисунок 5. Схема визначення модуля деформацій  $E_1$  в опорі середовища.

В рівнянні коливань пластини після цього опор може бути представлений як:

$$\iint \sigma(x, y, t) \cdot W_0 \cdot dx dy = K W_0^2 dx dy = K \int_{-a/2}^{a/2} X_1^2 dx \int_{-b/2}^{b/2} Y_1^2 dy,$$

де  $X_1$  і  $Y_1$  - балочні функції Крилова.

#### Висновки:

1. Запропоновано математичну модель руху суміші в умовах взаємодії з вертикальною пластинкою яка піддається вібрації.
2. Сформовано основні положення напружено-деформованого стану бетонної суміші при динамічному навантаженні.
3. Визначено раціональні режими ущільнення бетонної суміші.

#### Література

1. Бабаков И.М. Теория колебаний. М.: Техника, 1958, 628с.
2. Сивко В.Й. Основы механики вибрируемой бетонной смеси. К.: Вища шк., 1988, 168с.
3. Сивко В.Й. Расчёт параметров процесса воздействия среды на рабочие органы вибрационных машин. К.: КИСИ, 1986, 43с.