

де Томас К.^{1,2}, Кантареро А.¹, Лопеандия А. Ф.², Альварез Ф.К.²

¹Университет Валенсии, а/я 22085, Валенсия, 46071, Испания;

²Автономный университет Барселоны, Беллатерра,
Барселона, 08193, Испания

РЕШЕТОЧНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ КРЕМНИЕВЫХ НАНОПРОВОЛОК

Нами рассчитана решеточная теплопроводность кремниевых нанопроволок с использованием уравнения переноса Больцмана для объемных фононов в приближении времени релаксации. Данная модель включает ангармоническое рассеяние фононов с учетом как нормальных процессов, так и процессов переброса, рассеяние фононов в результате изотопического беспорядка и рассеяние на границах, что позволило избежать несоответствий теплопроводности при низких температурах. Этот минимальный набор времен релаксации позволяет нам проверить возможность использования классических подходов при исследовании теплопроводности нанопроволок малого диаметра. На основании сравнения с экспериментальными данными для кремниевых нанопроволок нами сделан вывод о возможности использования классического предела для нанопроволок с диаметром более 30 нм. Нет необходимости учитывать такие явления как свертка акустических фононов или ограничение оптических фононов.

Ключевые слова: решеточная теплопроводность, полупроводниковые нанопроволоки, уравнение переноса Больцмана.

We have calculated the lattice thermal conductivity of silicon nanowires using the Boltzmann transport equation for bulk phonons within the relaxation time approximation. The model includes anharmonic phonon scattering, both Umklapp and normal processes, the scattering of phonons due to isotopic disorder and the scattering by the boundaries, needed to avoid the divergence of the thermal conductivity at low temperatures. This minimum set of relaxation times allows us to verify the validity of the classical approaches in the study of the thermal conductivity of small diameter nanowires. From the comparison with experimental data for silicon nanowires, we conclude that the classical limit is valid for nanowires larger than 30 nm in diameter. There is no need to include the folding of acoustic phonons or confinement of optical phonons.

Key words: lattice heat conduction, semiconductor nanowires, Boltzmann transport equation.

Введение

Полупроводники имеют более высокий коэффициент Зеебека (S), чем металлы, и их теплопроводность (κ) непосредственно не связана с электропроводностью (σ) через число Лоренца $L = \kappa/\sigma T \approx 2.44 \times 10^{-8}$ Вт·Ом/К². Причина состоит в том, что тепловой поток в полупроводниках обусловлен главным образом фононами. Низкая концентрация носителей тока по сравнению с металлами делает их вклад в теплопроводность незначительным, по крайней мере, в объемных материалах. Хорошо известно, что характерным признаком такого поведения является типичный закон T^3 , проявляющийся при низких температурах, в отличие от линейного поведения в металлах.

Хотя для некоторых применений важно иметь большую электропроводность с целью

рассеяния тепла (микроэлектронные подложки, например), большая теплопроводность полупроводников – это один из недостатков при разработке эффективных термоэлектрических устройств. Причина состоит в том, что эффективность термоэлектрического устройства обратно пропорциональна теплопроводности. Если мы сумеем значительно снизить теплопроводность, что на практике означает снижение ее до уровня, соответствующего электронному вкладу, мы резко улучшим эффективность термоэлектрического устройства. Двадцать лет тому назад Хикс и Дрессельхаус [1] показали, что решеточная теплопроводность κ_L может быть снижена за счет проектирования разных полупроводников или объединения полупроводниковых сплавов с разной концентрацией в форме сверхрешеток. Квантовые точки и, в последнее время, нанопроволоки являются предметом интенсивного исследования в области термоэлектричества [2].

Экспериментально продемонстрировано быстрое снижение теплопроводности с уменьшением диаметра нанопроволоки [3]. С другой стороны, опубликовано несколько теоретических подходов, объясняющих изменение κ_L в зависимости от диаметра нанопроволоки [4-6]. В этих работах высказано предположение о том, что фононное ограничение, ангармонические процессы оптических фононов при низкой температуре или рассеяние на поверхности раздела с переменным параметром зеркальности способствуют снижению теплопроводности нанопроволок. К сожалению, было использовано несколько концепций, часто с неясными физическими аргументами: необходимость в классическом или квантовом поведении, наличие новых механизмов рассеяния, таких как распад оптических фононов в акустические, даже при очень низких температурах, интерференционное рассеяние, в то время как существенные механизмы рассеяния – такие как нормальные процессы рассеяния – игнорировались. Такая панорама привела к смешению физических концепций и непониманию реальных физических законов снижения решеточной теплопроводности в нанопроволоках.

В данной работе мы показываем, что изменение κ_L в полупроводниковых нанопроволоках имеет классическое объяснение во всем диапазоне температур при соответствующем рассмотрении различных процессов рассеяния, в частности нормальных процессов рассеяния. Фононное ограничение, рассеяние на границах и другие экзотические процессы не требуются, если проблема сфокусирована правильно. Разработанная модель прогнозирует, с применением параметров, полученных в результате подгонки объемного кремния, теплопроводность кремниевых нанопроволок с диаметром до 30 нм.

Решеточная теплопроводность, выведенная из уравнения переноса Больцмана

Для определения собственных значений уравнения переноса Больцмана удобно записать его в виде симметризованной возмущенной функции распределения фононов

$$N_q^*(r,t) = \frac{1}{2\sqrt{N_q^0(N_q^0+1)}} N_q(r,t), \quad (1)$$

где

$$N_q^0 = \frac{1}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1}. \quad (2)$$

– равновесная функция распределения. В уравнении (2) индекс фононной ветви опущен для упрощения. Уравнение переноса Больцмана для фононов в симметричной форме [7] имеет вид:

$$\frac{\partial N_q^*(r,t)}{\partial t} + v_q \nabla N_q^*(r,t) = - \sum_{qq'} S_{qq'}^* N_q^*(r,t). \quad (3)$$

Матрица рассеяния, фигурирующая в правой части уравнения (3), симметрична относительно q и q' . Левосторонний оператор, содержащий производную времени и конвективный член с групповой скоростью, называется дрейфовым оператором. Матрица рассеяния, вообще говоря неизвестна, но мы можем записать ее

$$S_{qq'}^* = N_{qq'}^* + R_{qq'}^*, \quad (4)$$

разделяя нормальные и резистивные процессы. Хорошо известно [8], что нормальные процессы не дают непосредственного вклада в теплопроводность, они лишь перераспределяют энергию и импульс между различными фононными модами и обуславливают дрейфовую функцию распределения вблизи равновесия:

$$N_q^0 = \frac{1}{e^{(\hbar\omega_q - \mu_{q0})/k_B T} - 1}. \quad (5)$$

При условии низких температур, пренебрегая эффектами на границах, мы получим частичную информацию об N -матрице, которая фигурирует в уравнении (4). Запишем уравнение собственного значения

$$\sum_{q'} N_{qq'}^* \phi_{q'}^\alpha = \lambda_\alpha \phi_q^\alpha. \quad (6)$$

Не вызывает затруднений проверить, что матрица N -оператора является диагональной, и существуют, по меньшей мере, четыре собственных значения, равных нулю. Эти собственные значения соответствуют равновесной функции распределения, данной уравнением (2) ($\lambda_0 = 0$) и дрейфовой функции распределения, соответствующей уравнению (5) ($\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$). Таким образом, в пределе низкого возмущения (низкотемпературный градиент и малый дрейф), матрица, соответствующая N -процессам, имеет простую форму [7]

$$N^* = \left(\begin{array}{cccc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & & 0 \\ \hline & & & & \lambda_4 & & \\ & & & & & \lambda_5 & \\ & & & & & & \lambda_6 \\ & & & & & & \ddots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & & \end{array} \right) \equiv \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_{22}^* \end{pmatrix},$$

где собственные значения

$$\lambda_4 = \lambda_5 = \lambda_6 = \dots = \frac{1}{\tau_N} \quad (7)$$

можно записать в виде обратного времени релаксации в пределе, где N -процессы являются доминирующими. С другой стороны, равновесная функция распределения также является собственным вектором R -оператора с нулевым собственным значением. Уравнение переноса Больцмана, таким образом, принимает вид

$$\left[\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_{22}^* \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{11}^* & R_{12}^* \\ 0 & R_{21}^* & R_{22}^* \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} D_{00}^* & D_{01}^* & 0 \\ D_{10}^* & D_{11}^* & D_{12}^* \\ 0 & D_{21}^* & D_{22}^* \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = 0, \quad (8)$$

что равносильно системе трех уравнений:

$$\begin{cases} D_{00}a_0 + D_{01}a_1 = 0, \\ -D_{10}a_0 + (R_{11} - D_{11})a_1 + (R_{12} - D_{12})a_2 = 0, \\ D_{21}a_1 + (N_{22} + R_{22} - D_{22})a_2 = 0, \end{cases} \quad (9)$$

где a_0 – скаляр, a_1 – вектор 3-го порядка, а a_2 – вектор бесконечной длины. Размеры матриц можно вывести соответственно. Собственные векторы a_j можно, в общем, записать как линейную комбинацию собственных векторов N -оператора. Но поскольку a_2 нам неизвестно, мы можем объединить два последних члена уравнения (9) и получим, в результате, набор двух уравнений [7], содержащий a_0 и a_1 , который приводит к сохранению энергии

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla j_Q = 0, \quad (10)$$

а также к векторному уравнению

$$\frac{\partial j_Q}{\partial t} + \frac{1}{3}v^2 C_v \nabla T = -(\tau^{-1})_{11} j_Q, \quad (11)$$

представляющему закон сохранения импульса. Нами использован тот факт, что $\nabla \varepsilon = C_v \nabla T$, где C_v – удельная теплоемкость, а v – средняя групповая скорость. Член, умножающий тепловой поток, можно назвать оператором релаксации фононного импульса и записать его в виде матриц 3×3 :

$$(\tau^{-1})_{11} = R_{11}^* - R_{12}^* R_{21}^* (N_{22}^* + R_{22}^*)^{-1}. \quad (12)$$

В стационарном состоянии уравнение (11) можно инвертировать и определить оператор теплопроводности, который также будет матрицей 3×3 . Принимая во внимание одинаковую направленность теплового потока и температурного градиента, легко получить выражение

$$j_Q = -\frac{1}{3}C_v v^2 \tau \nabla T, \quad (13)$$

где среднее

$$\tau = \frac{\int \tau \omega^2 \frac{\partial f}{\partial \omega} D(\omega) d\omega}{\int \omega^2 \frac{\partial f}{\partial \omega} D(\omega) d\omega}. \quad (14)$$

Переходя к пределу доминирования N -процессов, можно получить следующее уравнение:

$$R_{11}^* = 1 / \langle \tau_R \rangle. \quad (15)$$

С другой стороны, в пределе, где N -процессы пренебрежимо малы,

$$R_{11}^{*-1} = \langle \tau_R \rangle. \quad (16)$$

Мы можем объединить уравнения резистивной и обратной ей матрицы и получить недиагональные члены,

$$R_{11}^* = \sqrt{R_{11}^* [R_{11}^* - 1 / R_{11}^{*-1}]}. \quad (17)$$

Окончательное выражение для времени релаксации импульса имеет вид

$$\tau_{11} = \langle \tau_R \rangle \frac{\tau_N + \langle \tau_R^{-1} \rangle^{-1}}{\tau_N + \langle \tau_R \rangle}, \quad (18)$$

а выражение для теплопроводности

$$\kappa = \frac{1}{3} C_v v^2 \left[\langle \tau_R \rangle (1 - \Sigma) + \langle \tau_R^{-1} \rangle^{-1} \Sigma \right], \quad (19)$$

здесь мы ввели коэффициент переключения

$$\Sigma = \frac{\langle \tau_R \rangle}{\tau_N + \langle \tau_R \rangle}. \quad (20)$$

При низких температурах, когда доминируют N -процессы, коэффициент переключения равен 1 и доминирует второй член уравнения для теплопроводности. Этот температурный режим называется режимом Зимана [9]. С другой стороны, когда нормальные процессы пренебрежимо малы (при очень высоких температурах), коэффициент переключения равен нулю и доминирует первый член. Такой режим называется кинетическим. Таким образом, коэффициент переключения указывает на доминирующий режим, и, в зависимости от его величины, теплопроводность «переключается» из одного режима в другой.

Несмотря на время релаксации изотропной границы, удобно ввести геометрический фактор с учетом геометрии образца. Гюер и Крумхансл [10] сделали это для цилиндрической геометрии, но в форме сложного выражения, содержащего цилиндрические функции Бесселя. В данной статье мы использовали геометрический фактор, выведенный из неравновесной необратимой термодинамики для любой геометрии, в частности подходящей для нанопроволок [11]. Выражение для геометрического фактора очень простое:

$$F\left(\frac{\ell}{L_{eff}}\right) = \frac{1}{2\pi^2} \frac{L_{eff}^2}{\ell^2} \left(\sqrt{1 + 4\pi^2 \frac{\ell^2}{L_{eff}^2}} - 1 \right), \quad (21)$$

где длина среднего свободного пробега фононов

$$\ell = v\tau \quad (22)$$

зависит от температуры из-за механизмов рассеяния (времени релаксации), а L_{eff} – эффективный размер образца. В случае нанопроволок $L_{eff} = d$ – диаметру нанопроволоки. Поскольку длина среднего свободного пробега фононов намного больше, чем диаметр нанопроволок, геометрический фактор, по существу, будет иметь вид:

$$F\left(\frac{\ell}{L_{eff}}\right) = \frac{L_{eff}}{\pi\ell}. \quad (23)$$

Введя геометрический фактор в уравнение для решеточной теплопроводности, получим окончательное выражение для расчета коэффициента теплопроводности

$$\kappa = \kappa_K (1 - \Sigma) + \kappa_Z F\left(\frac{\ell}{L_{eff}}\right) \Sigma. \quad (24)$$

Решеточная динамика и времена релаксации фононов

Решеточная теплопроводность пропорциональна средней групповой скорости фононов. Поэтому акустические продольные ветви вносят большой вклад в теплоперенос. Вклад

оптических фононов, в сущности, невелик, поскольку дисперсия очень мала. Для достоверных расчетов теплопроводности необходима надежная модель решеточной динамики. В данной работе мы использовали модель заряда связи Вебера [12] и ее исходные данные. Преимущество модели заряда связи состоит в том, что она использует минимальный набор параметров и довольно хорошо воспроизводит даже плоскую область акустических ветвей вблизи границы зоны Бриллюэна и может быть распространена на другие технологически интересные соединения [13].

В нелегированных полупроводниках наиболее важными механизмами рассеяния являются фонон-фононные процессы или фононная ангармоничность. При высоких температурах доминируют процессы переброса. Не так давно Уорд и Бройдо [14] выполнили расчеты из первых принципов теплопроводности объемного кремния в температурном диапазоне от 100 до 800 К. В этом температурном диапазоне граничное рассеяние не имеет значения и поэтому не учитывалось. Они вывели функциональную зависимость времени релаксации процессов переброса, которая исправлена нами с учетом низкотемпературного поведения (ниже 100 К)

$$\tau_U^{-1} = B_U \omega^4 T e^{-\Theta_U/T} \left[1 - e^{-3T/\Theta_D} \right]. \quad (25)$$

Дополнительный член $e^{-\Theta_U/T}$ ограничивает эффективность процессов переброса при низкой температуре. Поскольку процессы переброса не сохраняют импульс, сумма трех (или четырех) волновых векторов фононов должна быть равна вектору обратной решетки, а это невозможно при низких температурах. Полагая энергию фононов, величиной порядка kT и проведя горизонтальную линию в дисперсионных соотношениях, увидим, что волновые векторы фононов далеки от границ зоны Бриллюэна. Для выбора Θ_U и чтобы не использовать его как параметр подгонки, мы разделили зону Бриллюэна три части и определили точку пересечения акустической продольной ветви, дающей нам фононную энергию, деление которой на постоянную Больцмана, позволяет определить температуру. Что касается времени релаксации для нормальных процессов, выражение Уорда и Бройдо [14] не изменяется должным образом и при низких температурах, где выполняется закон T^3 . С учетом этого поведения мы включили дополнительный член

$$\tau_N^{-1} = \left(\frac{1}{B_N T} + \frac{1}{B'_N T^3} \right)^{-1} \omega^2 \left[1 - e^{-3T/\Theta_D} \right]. \quad (26)$$

Кремний, или любой другой материал, содержит изотопический беспорядок в своей природной форме [15]. В частности, в Si только три стабильных изотопа: ^{28}Si с распространенностью 92.2297(7)%, ^{29}Si с распространенностью 4.6832(5)% и ^{30}Si с распространенностью 3.0872(5)%. Изотопический беспорядок – очень важный механизм в нелегированных материалах. Теплопроводность изотопически чистого Si , например, на порядок выше, чем у природного Si [16]. Традиционное выражение для изотопического беспорядка или времени релаксации рассеяния на дефектах массы [17]:

$$\tau_I^{-1}(q) = A \omega^4(q) = \frac{V_0 g}{4\pi} \frac{\omega^4(q)}{v^3(q)}, \quad (27)$$

где фактор g – флуктуация массы,

$$g = \sum_i f_i \left(\frac{\bar{M} - M_i}{M_i} \right)^2, \quad (28)$$

f_i – массовая доля, \bar{M} – средняя масса, а M_i – масса индивидуальных изотопов. Наконец, чтобы соответствовать низкотемпературной области и ограничить теплопроводность конечными значениями, необходимо ввести время релаксации с учетом границы (иначе будут отклонения теплопроводности при низкой температуре) [9]

$$\tau_B^{-1}(q) = \frac{v(q)}{L_{eff}}. \quad (29)$$

Параметры входящие в последние два выражения взяты из литературы. В нашей модели это три параметра, которые соответствуют фонов-фоновым временам релаксации: B_U , B_N и B'_N .

Результаты и обсуждение

Результаты подгонки нашей модели в уравнении (24) к временам релаксации, приведенным в уравнениях (25 – 27) и (29) для природного кремния представлены на рис. 1. Для расчета среднего времени релаксации использовано правило Матиссена. Экспериментальные данные взяты из работы Инюшкина и др. [16], где указана эффективная длина образца 2.8 мм. Подгонка для природного кремния дает нам следующие параметры: $B_U = 1.8 \times 10^{-46} \text{ с}^3 \cdot \text{К}^{-1}$, $B_N = 2.0 \times 10^8 \text{ с} \cdot \text{К}^{-1}$, и $B'_N = 1.9 \times 10^{-23} \text{ с} \cdot \text{К}^{-3}$. Точки на рис. 1 соответствуют экспериментальным данным [16], а сплошная линия является результатом теоретической подгонки к параметрам, приведенным выше. На график также нанесены оба вклада в теплопроводность: Зимана (зеленая штриховая линия) и кинетический (темно синяя пунктирная линия). Вклад Зимана, превалирующий, когда коэффициент переключения близок к 1, наиболее важен при низкой температуре, в то время как кинетический вклад ($\Sigma = 0$) более существенен при высоких температурах. Однако в диапазоне от 50 К до более высоких температур мы наблюдаем необходимость обоих вкладов для получения достаточного соответствия теплопроводности. Это означает, что N -процессы важны и при высокой температуре. Фактически, в работе Уорда и Бройдо [16], где оба времени релаксации изображены как функция частоты, они имеют тот же порядок величины в диапазоне 10 – 15 ТГц (при 300 К). Является очевидным, что N -процессами нельзя пренебрегать даже при комнатной температуре.

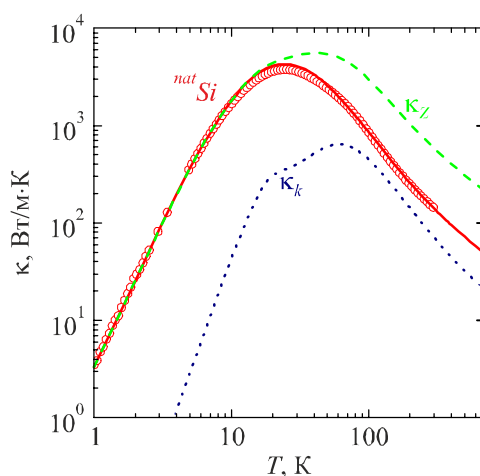


Рис. 1. Подгонка природного Si к параметрам, приведенным в тексте. Светлые кружки – экспериментальные данные Инюшкина и др. [16], сплошная линия – теоретическая подгонка. Штриховая линия (зеленая) – вклад Зимана в теплопроводность, пунктирная линия (темно синяя) – кинетический вклад.

Вклад изотопного беспорядка сконцентрирован в основном в области 10 – 30 К, вокруг пика теплопроводности. В случае изотопически чистого Si [16], только эта область испытывает влияние беспорядка.

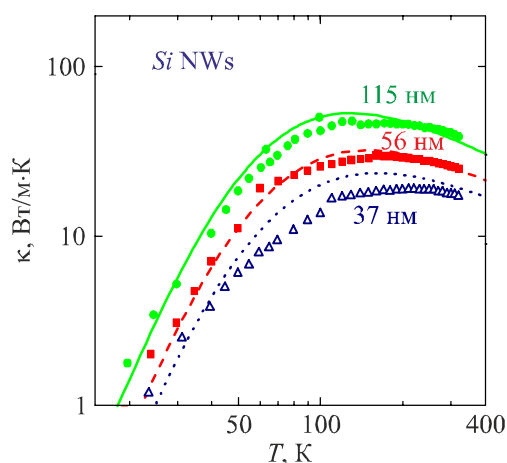


Рис. 2. Расчет теплопроводности нанопроволок трех разных диаметров с использованием параметров модели, полученных в результате подгонки к природному Si.

На рис. 2 показаны расчетные значения теплопроводности с применением уравнения (24) с параметрами, которые соответствуют объемному кремнию, для трех различных нанопроволок Si: 115 нм (точки и сплошная зеленая линия), 56 нм (квадраты и штриховая красная линия) и 37 нм (треугольники и пунктирная темно-синяя линия). Единственный дополнительный параметр, который не соответствует объемному кремнию, это эффективная длина образца, т.е. диаметр нанопроволоки. При данной температуре (данной длине среднего свободного пробега) теплопроводность сводится в основном к геометрическому фактору (в приближенном выражении F пропорциональна диаметру нанопроволоки). При сравнении нанопроволоки 115 нм с нанопроволокой 37 нм, снижение теплопроводности при 50 К в два раза больше, чем при комнатной температуре. Причина состоит в том, что при комнатной температуре влияние кинетического фактора больше, а геометрического – меньше. Несколько лет тому назад было показано [18], что оптическое ограничение в нанопроволоках имеет большое значение при диаметре нанопроволоки порядка 2 – 3 нм. В случае свернутых акустических фононов опыт нам подсказывает, что при диаметре выше 10 – 15 нм количество фононных ветвей настолько высоко, что применение модели, учитывающей свертку или модели, учитывающей объемные фононы, будет иметь аналогичное влияние на теплопроводность. Важными моментами являются механизмы рассеяния и, в частности, правильная трактовка N -процессов, без пренебрежения влиянием геометрии.

Выводы

Предложена теоретическая модель, позволяющая спрогнозировать теплопроводность полупроводниковых нанопроволок. Модель должным образом учитывает фонон-фононное рассеяние. Для учета размеров нанопроволок включен геометрический фактор. Использована надежная модель решеточной динамики с объемными фононами. С учетом минимального набора времен релаксации проверена пригодность модели для случая кремниевых нанопроволок диаметром до 30 нм. Ниже 10 – 15 нанометров могут быть важны эффекты фононной свертки.

Благодарность. Авторы выражают благодарность Министерству экономики и конкурентоспособности Испании за финансовую поддержку в рамках грантов CSD2010-00044 и MAT2012-33483 программы «Consolider Ingenio 2010». Благодарим Университет Валенсии за использование сверхмощного компьютера TIRANT.

Литература

1. L.D. Hicks and M.S. Dresselhaus, *Phys. Rev. B* 47, 16631 (1993).
2. J.P. Heremans, *Acta Phys. Pol. A* 108, 609 (2005).
3. D. Li, Y. Wu, P. Kim, L. Shi, P. Yang, A. Majumdar, *Appl. Phys. Lett.* 83, 2934 (2003).
4. M. Kazan, G. Guisbiers, S. Pereira, M.R. Correia, P. Masri, A. Bruyant, S. Volz, P. Royer, *J. Appl. Phys.* 107, 083503 (2010).
5. P. Chantrenne, J.L. Barrat, X. Blase, J.D. Gale, *J. Appl. Phys.* 97, 104318 (2005).
6. N. Neophytou, H. Kosina, *Phys. Rev. B* 83, 245305 (2011).
7. R.A. Guyer, J.A. Krumhansl, *Phys. Rev.* 148, 766 (1966).
8. I.G. Kuleev, I.I. Kuleev, *J. Exp. Theor. Phys.* 95, 480 (2002).
9. J.M. Ziman, *Electrons and phonons* (Clarendon Press, Oxford), 1979.
10. R.A. Guyer, J.A. Krumhansl, *Phys. Rev.* 148, 778 (1966).
11. F.X. Alvarez, D. Jour, and A. Sellitto, *J. Appl. Phys.* 105, 014317 (2009).
12. W. Weber, *Phys. Rev. Lett.* 33, 371 (1974).
13. J. Camacho and A. Cantarero, *Phys. Stat. Sol. (b)* 215, 181 (1999).
14. A. Ward, D.A. Broido, *Phys. Rev. B* 81, 085205 (2010).
15. F. Widulle, T. Ruf, A. Gobel, I. Silier, E. Schonherr, M. Cardona, J. Camacho, A. Cantarero, W. Kriegseis, V.I. Ozogin, *Physica B* 263, 381 (1999).
16. A.V. Inyushkin, A.N. Taldenkov, A.M. Gibin, A.V. Gusev, and H.J. Pohl, *Phys. Stat. Sol. (c)* 1, 2995 (2004).
17. P.G. Klemens, *Proc. Phys. Soc. London Sect. A* 68, 1113 (1955).
18. F. Comas, A. Cantarero, C. Trallero-Giner, M. Moshinsky, *J. Phys. Cond. Matt.* 7, 1789 (1995);
F. Comas, C. Trallero-Giner and A. Cantarero, *Phys. Rev. B* 47, 7602 (1993).

Поступила в редакцию 30.05.2013.