

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ ТЕХНІЧНИХ ФОРМ ІЗ НАПЕРЕД ЗАДАНИМИ УМОВАМИ НА ОСНОВІ ДИСКРЕТНО-ІНТЕРПОЛЯЦІЙНОГО ПІДХОДУ

*Холковський Юрій Романович к.т.н., доцент
Національний авіаційний університет
Kholkovsky Yu.
National Aviation University*

Анотація: у даній роботі розглядаються питання геометричного моделювання технічних складних криволінійних об'єктів у вигляді поверхонь. Актуальність даної роботи полягає у розробці оптимальних методів геометричного моделювання таких об'єктів у вигляді поверхонь із наперед заданими умовами в зв'язку з суттєвим підвищенням сучасних вимог щодо якості кінцевих результатів моделювання та процесів подальшого проектування таких об'єктів. Геометричні моделі поверхонь пропонується побудувати на основі нетрадиційного дискретно-інтерполяційного підходу, сутність якого полягає у тому, що під вузлом інтерполяції розуміється не точка, а більш складний математичний об'єкт.

Ключові слова: однопараметрична множина, інтерполяція, вузол інтерполяції, дискретно задані функції, поверхня.

Постановка проблеми

При проектуванні різного роду складних технічних об'єктів часто вирішуються задачі геометричного моделювання криволінійних поверхонь. Такі поверхні можуть бути задані аналітично або ж дискретно. З різних технічних та технологічних причин у багатьох випадках неможливо отримати аналітичну (континуальну) модель цих поверхонь, а тільки дискретну. Також суттєвими є питання адекватності таких моделей, їх відповідність деяким необхідним наперед заданим умовам щодо, наприклад, форми та параметрів. Зазначимо, що дискретний спосіб представлення геометричної інформації об'єкта, що моделюється, є, як відомо, універсальним і одним з раціональних. Тож побудова дискретних геометричних моделей складних технічних форм у вигляді певних поверхонь, враховуючи деякі наперед задані умови, є актуальною задачею.

Аналіз останніх досліджень

У науковій літературі досить рідко зустрічаються окремі випадки розглядання питань геометричного моделювання багатопараметричних об'єктів систем і середовищ, а також побудови їх математичних моделей. Часто вони носять описовий статистичний характер. У роботах їх авторами розглядалися деякі підходи та методи моделювання різних криволінійних об'єктів, проте, наприклад, такий чинник, як моделювання складної просторової форми за наперед заданими умовами щодо форми та параметрів є доволі складним і розглянутий вкрай недостатньо. Зазначимо, що алгоритми та методи геометричного моделювання технічних складних багатопараметричних об'єктів, а особливо систем та середовищ, з побудовою їх математичних моделей у літературних джерелах практично відсутні. Саме тому у даній роботі й розглядається підхід, який є нетрадиційним, щодо моделювання складних криволінійних форм на основі дискретно-інтерполяційного підходу, і який дає можливість вирішувати питання моделювання та проектування. Звідки і випливають наступні цілі дослідження.

Формулювання цілей статті

Метою даної роботи є розробка та побудова дискретних математичних (геометричних) моделей складних багатопараметричних об'єктів із врахуванням певних наперед заданих умов на основі нетрадиційного дискретно-інтерполяційного методу для їх подальшого раціонального моделювання та проектування.

Основна частина

При моделюванні складних технічних криволінійних форм, що не піддаються аналітичному опису доцільно використовувати дискретний підхід із використанням відповідних каркасів (точкових чи лінійних). Такі моделі є більш універсальними й оптимально краще підходять для подальшого проектування.

Дискретний підхід можна вважати більш загальним, тому що від неперервно-аналітичної моделі практично завжди можна перейти до дискретно-геометричної, а в нашому випадку до дискретно-інтерполяційної геометричної моделі.



Для вирішення поставлених задач даного дослідження пропонується використати інтерполяційні схеми, а саме інтерполяційні поліноми Лагранжа для отримання дискретних геометричних моделей різних криволінійних поверхонь, як прототипів певних технічних об'єктів.

У даній роботі пропонуються інтерполяційні схеми, що дозволяють отримати однопараметричну множину певних об'єктів, зокрема поверхонь, заданих дискретно. Вибір інтерполяційних поліномів Лагранжа, на нашу думку, серед відомої кількості інтерполяційних поліномів є оптимальним, що пов'язано з необов'язковим рівномірним розташуванням вузлів інтерполяції, можливістю представлення по кожній змінній своєї кількості вузлів інтерполяції, особливо у випадках n -вимірної інтерполяції.

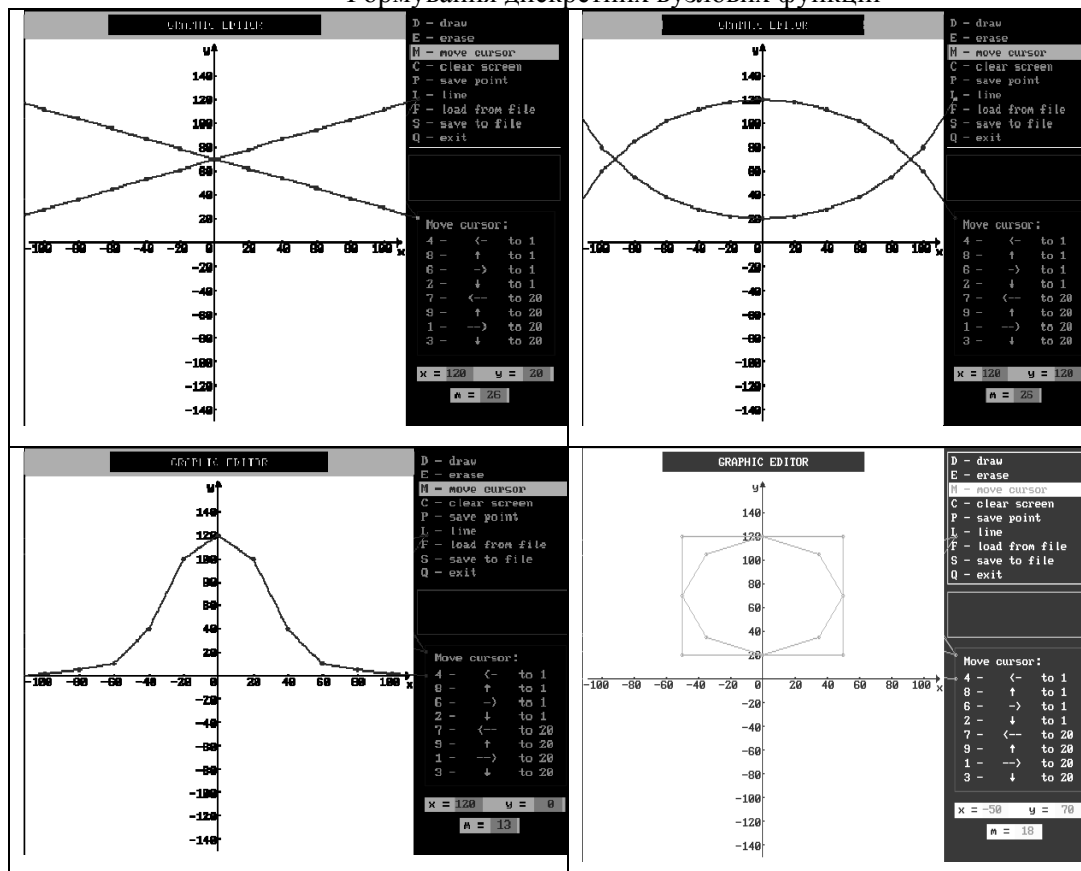
Оригінальність та нетрадиційність дискретно-інтерполяційного підходу, що розглядається, полягає у тому, що під вузлами інтерполяції розуміються, зазвичай, не точки, а більш складні математичні об'єкти, наприклад, лінії та поверхні, що представлені у вигляді деяких функціоналів, як сукупності їх властивостей та параметрів. Надалі під схемою інтерполяції будемо розуміти схему розташування саме таких її вузлів.

Однопараметричні множини, отримані таким чином, є дискретно-інтерполяційними математичними моделями складних технічних багатопараметричних об'єктів та процесів. Елементом таких множин є деяка дискретна функція, або ж функціонал, що у загальному випадку може бути представлений, як дискретний чисельний масив, розмірність якого може варіюватись.

Зазвичай, функції, що однозначно не можуть бути спроекційовані на жодну з координатних осей чи площин, задаються неявно чи параметрично. Відповідно, їх інтерполювання зводиться до розміщення у вузлах інтерполяції певних базових дискретних функцій – дискретних масивів. Ці базові вузлові функції формуються певним чином, і наведені в таблиці 1 у вигляді, наприклад, дискретних ліній. Це дає можливість отримати деякий функціонал $\Phi(p_{i,j})$, з вектором параметрів, що включає в себе інтерполяційний параметр, координатні змінні, параметри, що характеризують форму та положення об'єктів, а саме тут і можуть бути враховані певні наперед задані умови, а також певні параметричні характеристики щодо, наприклад, процесів.

Таблиця 1

Формування дискретних вузлових функцій



Наведемо надалі інтерполяцію дискретних масивів у загальному випадку, як універсальному способу моделювання складних багатопараметричних об'єктів та процесів, а в нашому випадку,



складних криволінійних поверхонь, як прототипів певних технічних об'єктів.

Нехай $F(p_1, p_2, p_3, \dots, p_k, \dots, p_m)$ – багатопараметрична неявно задана функція. Сформуємо її у вигляді деякого функціонала $\Phi(p_{i,j})$, що заданий матрицею $M[i, j]$.

$$F(p_1, p_2, p_3, \dots, p_k, \dots, p_m) = M[i, j],$$

де

$$M[i, j] = \begin{pmatrix} p_{1,1} & p_{1,2} & \dots & \dots & p_{1,n} \\ p_{2,1} & p_{2,2} & \dots & \dots & p_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{m,1} & p_{m,2} & \dots & \dots & p_{m,n} \end{pmatrix} \quad (1)$$

Розглядаючи (1) у якості певного вузла інтерполяції, використаємо інтерполяційний поліном Лагранжа. У випадку одновірної інтерполяції отримаємо $M[i, j]$ як

$$M_n[i, j] = \sum_{i=0}^{n-1} M_i(i, j) \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n-1} \frac{u - u_j}{u_i - u_j} \quad (2)$$

де n - кількість вузлів інтерполяції, u - параметр $M[i, j]$, відповідний проміжному перерізу (положенню або ж стану).

При запропонованому підході поліном Лагранжа може набути такого вигляду:

$$\Phi(u)_n = \sum_{i=0}^{n-1} F_i(p_1, p_2, \dots, p_m) \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n-1} \frac{u - u_j}{u_i - u_j} \quad (3)$$

де u – параметр інтерполяції, $F(p_1, p_2, \dots, p_k)$ - вузлова функція, p_1, p_2, \dots, p_k – параметри вузлової функції, n – кількість вузлів інтерполяції.

Отже, процес моделювання поверхонь має такий алгоритм:

1. Формуються вузлові функції у вигляді дискретних ліній. Дискретною математичною моделлю їх є одновірні чисельні масиви. Форма цих ліній може бути довільною, або ж відповідати, що є дуже важливим, деяким наперед заданим умовам, щодо майбутньої криволінійної форми, як моделі певного технічного об'єкта. Особливо важливо це на стадії попереднього ескізного проектування. Такі дискретні масиви формуються в розробленому автором графічному редакторі.

2. Надалі сформовані бази даних, а саме вузлові функції, використовуються в роботі основної моделюючої програми, що дозволяє отримати дискретну геометричну модель майбутньої поверхні, а згодом виконати її візуалізацію з вибором відповідної системи. Відповідне програмне забезпечення було розроблено й запрограмоване автором.

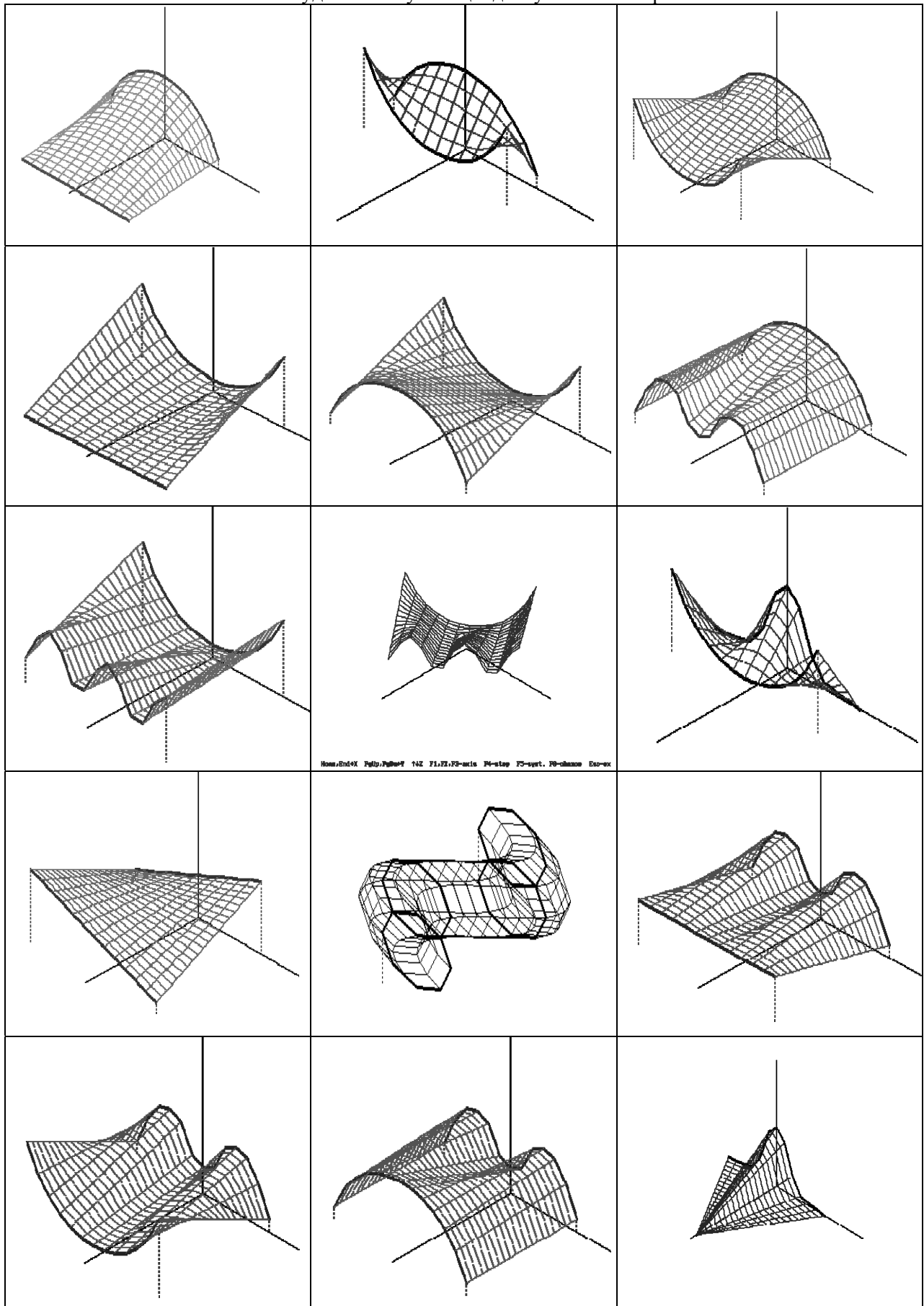
3. Зазначимо, що при моделюванні поверхонь можуть бути використані різні дискретні функції, як по кількості, так і по розташуванню у вузлових площинах. Тобто поверхні можуть бути побудовані з допомогою тільки одної дискретної функції, двох, трьох тощо з використанням різних схем інтерполяції для кожного конкретного випадку формування дискретного базису.

4. Різноманітність схем інтерполяції отримується за допомогою варіацій розташування вузлів інтерполяції (зрозуміло, що для одного й того ж дискретного базису ми отримаємо різні поверхні), зміни положення самих вузлових дискретних функцій у площинах вузлів інтерполяції.

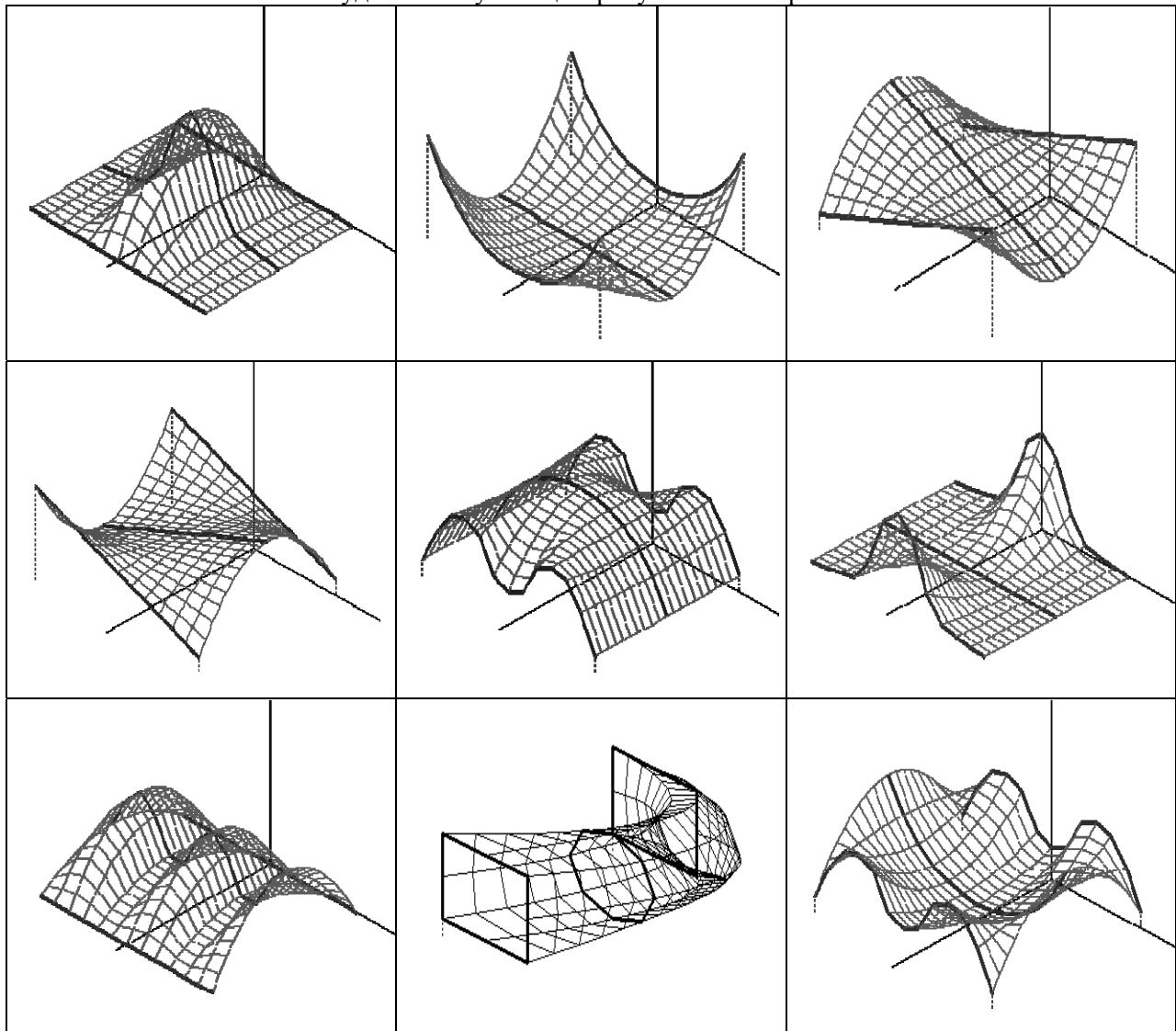
У таблиці 2 наведені приклади побудованих поверхонь за вказаним методом на основі двох вузлів інтерполяції з використанням одної та двох дискретних функцій, що відмічені потовщеними лініями, а у таблиці 3 наведені приклади побудованих поверхонь на основі трьох вузлів інтерполяції. Усі поверхні, представлені у таблицях 2, 3, побудовані з використанням дискретних вузлових функцій, наведених у таблиці 1, що, в свою чергу, підкреслює можливості й варіативність запропонованого методу.

Таблиця 2

Побудова та візуалізація двовузлових поверхонь



Побудова та візуалізація тривузлових поверхонь



Висновки

Запропонований метод дозволяє моделювати складні криволінійні технічні форми з наперед заданими умовами і має, що дуже важливо, велику варіативність. Загалом, такий підхід дозволяє включати в однопараметричну множину об'єкти, що мають, навіть, різну структуру і властивості. Особливо актуальним це є для великої кількості багатопараметричних процесів та середовищ, параметри яких можуть змінюватися як у просторі, так й у часі. На нашу думку застосування такого дискретно-інтерполяційного підходу щодо моделювання різного роду процесів та середовищ, що характеризуються великою кількістю різноякісних параметрів, які часто неможливо функціонально-аналітично поєднати у звичайній математичній моделі, є актуальним і раціональним.

Список літератури

1. Холковський Ю.Р. Інтерполяція дискретних масивів у загальному випадку, як спосіб моделювання багатопараметричних об'єктів та процесів / Прикладна геометрія та інженерна графіка: праці Таврійського державного агротехнологічного університету. – Мелітополь, ТДАТА, 2011. - Вип. 4. – Т. 51. – С. 156-160.
2. Холковський Ю.Р. Дискретно-інтерполяційний підхід при моделюванні багатопараметричних об'єктів та процесів із використанням n -вимірної інтерполяції // Прикладна геометрія та комп'ютерна графіка: міжвідомчий науково-технічний збірник. – К.: КНУБА, 2012. - Вип. 89. – С. 373-376.
3. Холковський Ю.Р. Дискретно-інтерполяційний підхід щодо моделювання різноманітних поверхонь // Інноваційні аспекти геометро-графічної освіти: матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції. – Севастополь, 2012. – С. 83-87.
4. Холковський Ю.Р. Моделювання складних просторових форм із використанням дискретно-



інтерполяційного підходу // *Современные проблемы геометрического моделирования: материалы XIV Международной научно-практической конференции*. - Мелітополь, ТДАТА, 2012. - Вып. 14. - С. 51-57.

5. Холковський Ю.Р. Дослідження впливу нерівномірності розташування точок вузлів інтерполяції при моделюванні поверхонь дискретно-інтерполяційним способом / *Математика, Геометрія, Інформатика: науковий вісник Мелітопольського державного педагогічного університету*. - Мелітополь, 2014. - Т. 1. - С. 240-243.

References

1. Kholkovskiy YU.R. *Interpolyatsiya dyskretnykh masiviv u zahalno vypadka, yak sposob modelyuvannya bahatoparametrychnykh ob'ektiv ta protsesiv / Prykladna heometriya ta inzhenerna hrafika: pratsi Tavriyskoho derzhavnogo ahrotekhnolohichnoho universytetu*. Melitopol, TDATU, 2011. - Вып. 4. - Т. 51. - С. 156-160.

2. Kholkovskiy YU.R. *Dyskretno-interpolyatsiyniy pidkhdid pry modelyuvanni bahatoparametrychnykh ob'ektiv ta protsesiv Iz Vykorystannya n-vimirnoyi interpolyatsiyi // Prykladna heometriya ta komp'yuterna hrafika: mizhvidomchiy naukovu-tekhnichnyy zbirnyk*. - K. : KNUBA, 2012. - Вып. 89. - С. 373-376.

3. Kholkovskiy YU.R. *Dyskretno-interpolyatsiyniy pidkhdid odnosytelno modelyuvannya riznomanitnykh poverkhon // Innovatsiyni aspekty heometro-hrafichnoyi osviti: materialy VSEUKRAYINSKOYI naukovu-metodychnoyi konferentsyy*. - Sevastopol, 2012. S. 83-87.

4. Kholkovskiy YU.R. *Modelyuvannya skladnykh prostorovo form Iz Vykorystannya dyskretno-interpolyatsiynoho pidkhdodu // Suchasni problemy heometrychnoho modelyuvannya: materialy XIV Mizh-narodnoyi naukovu-praktychnoyi konferentsiyi*. - Melitopol, TDATU, 2012. - Вып. 14. - С. 51-57.

5. Kholkovskiy YU.R. *Doslidzhennya vplyvu nerivnomirnosti Roztashuvannya tochkov vuzliv interpolyatsiyi pry modelyuvanni poverkhon dyskretno-interpolyatsiynim sposobom / Matematyka, Heometriya, Informatyka: naukovyy visnyk Melitopolskoho derzhavnogo pedahohichnoho universytetu*. - Melitopol, 2014. - Т. 1. - С. 240-243.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ ФОРМ С НАПЕРЕД ЗАДАНЫМИ УСЛОВИЯМИ НА ОСНОВЕ ДИСКРЕТНО- ИНТЕРПОЛЯЦИОННОГО ПОДХОДА

Аннотация: в работе рассматриваются вопросы геометрического моделирования технических сложных криволинейных объектов в виде поверхностей. Актуальность данной работы состоит в разработке оптимальных методов геометрического моделирования таких объектов в виде поверхностей с наперед заданными условиями в связи с существенным повышением современных требований к качеству конечных результатов моделирования и процессов дальнейшего проектирования таких объектов. Геометрические модели поверхностей предлагается построить на основе нетрадиционного дискретно-интерполяционного подхода, сущность которого состоит в том, что под узлом интерполяции понимается не точка, а более сложный математический объект.

Ключевые слова: однопараметрическое множество, интерполяция, узел интерполяции, дискретно заданные функции, поверхность.

GEOMETRIC MODELING OF COMPLEX TECHNICAL FORMS WITH PREDETERMINED CONDITIONS USING DISCRETE-INTERPOLATION APPROACH

Summary: the relevance of this work is to develop optimal methods of geometric modeling of complex technical objects in the form of surfaces with prescribed terms and conditions in connection with a significant increase of modern requirements to the quality of the final results of modeling and process further design of such objects. The geometric surface models invited to build on the basis of non-traditional discrete interpolation approach, the essence of which lies in the fact that under the node of interpolation point is not understood, and more complex mathematical object.

Keywords: one-parameter set, interpolation, the interpolation unit, discretely defined functions, surface.