УДК 519.1

Л.Петренюк[1], канд.фіз.-мат.наук; А.Петренюк[2], докт.фіз.-мат.наук
[1]*Кіровоградський інститут комерції*
[2]*Кіровоградський національний технічний університет*

ПОБУДОВА Т-ФАКТОРИЗАЦІЙ ПОРЯДКУ 12 ДЛЯ ДЕРЕВ З Δ(Т) > 3

Досліджується задача Байнеке про існування Т-факторизацій у випадку n=12. Побудовою з допомогою комп'ютера встановлено існування деревних факторизацій для 61 дерева порядку 12. Всього на даний час побудовано Т-факторизації для близько 219 дерев порядку 12.

Умовні позначення

K_n – повний n-вершинний граф;
T, T_i – дерева;
$\Delta(T)$ – найвища степінь вершини у дереві T.

Вступ. Для дерева T порядку n та повного графу K_n *T-факторизацією* графу K_n називають таку сукупність дерев $\{T_1, T_2,..., T_k\}$, що (1) всі T_i ізоморфні дереву T, (2) всі T_i – підграфи графу K_n і (3) кожне ребро графу K_n належить одному і тільки одному з дерев $T_1, T_2, ..., T_k$. З'ясувати, існує чи ні T-факторизація графу K_n для заданого дерева T – таку задачу поставив у 1964 році Л.Байнеке [1].

Л.Байнеке встановив необхідні умови існування T-факторизацій порядку n: 1) парність числа n, $n=2k$ та 2) виконання нерівності $\Delta(T) \leq k$, де $\Delta(T)$ – найвища степінь вершини у дереві T. Дерева, що задовільняють умови Байнеке, називають *допустимими*.

Наступні кроки по шляху розв'язування цієї задачі: Ш.Хуанг та А.Роса [2] у 1978 знашли відповіді для всіх порядків n, $n \leq 8$, а потім А.Я.Петренюк [3, 4] розв'язав її у випадку $n=10$ повністю та, за винятком 20 дерев, у випадку $n=14$.

Досягти успіху у випадках $n=10$ та $n=14$ вдалося завдяки необхідним умовам існування T-факторизацій, знайденим автором статей [3,4], та біциклічному методу побудови T-факторизацій, за допомогою якого проведено побудови T-факторизацій у випадках їх існування.

Неіснуванню T-факторизацій порядку 12 присвячено статтю [9]; при одержанні її результатів застосовано згадані вище та знайдено нові необхідні умови існування.

Про існування T-факторизацій порядку 12 йдеться у статтях [5,10,12–14]. Додаткові труднощі побудови T-факторизацій порядків $n \equiv 0 (mod\ 4)$ зумовлені неіснуванням у цих випадках біциклічних Т-факторизацій [3, 4]. На момент написання цієї статті відомо: 1) про існування T-факторизацій для 20 півсиметричних дерев порядку 12 (ці T-факторизацій побудовані півобертовим методом у статті [5]); 2) про існування 98 допустимих дерев порядку 12 з $\Delta(T)=3$, для яких T-факторизацій побудовані в [10]. Попередні повідомлення про результати цієї статті та статті [10] містяться у тезах [11, 13].

У статті [10] описано алгоритм побудови T-факторизацій та викладено результати, одержані з допомогою програми, створеної на його основі.

З допомогою тієї ж програми автори дослідили існування T-факторизацій для дерев порядку 12 з $\Delta(T) = 4$. У статті [14] публікуються 50 знайдених Т-факторизацій для неізоморфних дерев цього класу. Нижче наведено список T-факторизацій для інших 61 дерева. Під кожним номером дано дерево T в канонічній формі та дерева – компоненти відповідної T-факторизацій. Дерева зображено списками їх ребер.

51. 12 13 14 15 26 27 38 89 8A 9B 9C	16 18 1A 24 34 37 39 45 46 8B 8C
17 2C 3C 47 58 59 5C 67 6A 6B BC	19 2B 36 3A 3B 48 49 4C 5B 79 9A

1B 25 35 4B 56 57 68 69 7A AB AC	1C 23 28 29 2A 4A 5A 6C 78 7B 7C
52. 12 13 14 15 26 27 38 89 8A 9B AC	16 18 1A 24 34 37 39 45 46 8C AB
17 29 3C 4C 5A 5C 6A 6B 78 7C 9A	19 23 28 2A 2B 48 58 67 6C 79 7A
1B 2C 36 3A 3B 47 49 59 5B 8B 9C	1C 25 35 4A 4B 56 57 68 69 7B BC
53. 12 13 14 15 26 27 38 89 8A 9B BC	16 18 1B 24 34 37 39 45 46 8C AC
17 2A 36 3C 4A 59 5B 5C 78 7A 9A	19 2C 3A 3B 49 5A 6C 79 7B 8B 9C
1A 25 35 47 4B 4C 56 57 68 69 AB	1C 23 28 29 2B 48 58 67 6A 6B 7C
54. 12 13 14 15 26 27 38 89 9A 9B AC	16 18 24 34 37 39 45 46 8A 8C AB
17 1B 25 35 4A 4B 56 57 68 69 BC	19 2B 36 47 5A 5B 6B 6C 79 7A 8B
1A 23 28 29 2A 49 4C 5C 6A 7B 7C	1C 2C 3A 3B 3C 48 58 59 67 78 9C
55. 12 13 14 15 26 27 38 89 9A AB AC	16 1A 24 34 37 39 45 46 8A 8B 8C
17 1B 25 35 4A 4B 4C 56 57 68 69	18 2B 3A 3B 48 5B 6C 78 7A 9C BC
19 23 28 29 2A 47 59 6A 6B 7B 7C	1C 2C 36 3C 49 58 5A 5C 67 79 9B
56. 12 13 14 15 26 27 38 89 9A AB BC	16 1A 24 34 37 39 45 46 8B 8C AC
17 2C 36 3A 4C 59 5B 6B 78 7C 9C	18 2A 3B 3C 47 48 58 6A 79 8A 9B
19 23 28 29 2B 49 5A 5C 67 6C 7B	1B 1C 25 35 4A 4B 56 57 68 69 7A
57. 12 13 14 15 26 27 68 69 7A 8B 9C	16 18 19 25 35 45 56 67 7B 8C 9A
17 28 2C 3B 47 4B 4C 5B 6A 6C 9B	1A 23 34 36 37 57 5A 5C 78 89 BC
1B 24 38 3A 3C 46 48 4A 58 7C AB	1C 29 2A 2B 39 48 59 6B 79 8A AC
58. 12 13 14 15 26 27 68 69 7A 8B AC	16 18 19 25 35 45 56 67 7B 8A BC
17 24 2C 3B 49 4B 5B 6C 79 89 AB	1A 28 29 3C 48 5C 6A 6B 7C 9A 9C
1B 2A 2B 38 39 3A 46 47 4A 4C 58	1C 23 34 36 37 57 59 5A 78 8C 9B
59. 12 13 14 15 26 27 68 69 7A 8B BC	16 18 19 25 35 45 56 67 7B 8A AC
17 28 2C 3A 47 4A 4C 5C 6A 89 AB	1A 24 29 2A 39 46 48 5B 6B 79 9C
1B 23 34 36 37 57 59 5A 78 8C 9B	1C 2B 38 3B 3C 49 4B 58 6C 7C 9A
60. 12 13 14 15 26 27 68 69 7A AB BC	16 18 1A 25 35 45 56 67 7B 9B 9C
17 24 2A 2B 3C 48 4C 5C 6C 79 89	19 28 38 39 3B 46 47 58 6B 8C 9A
1B 29 2C 3A 49 4A 4B 5A 6A 7C 8B	1C 23 34 36 37 57 59 5B 78 8A AC
61. 12 13 14 15 26 27 68 69 8A 9B AC	16 18 19 25 35 45 56 67 8B 9A BC
17 23 34 36 37 57 58 5A 89 9C AB	1A 24 38 39 3A 46 49 4C 59 78 7B
1B 29 2B 2C 3B 48 5B 6A 6C 7A 8C	1C 28 2A 3C 47 4A 4B 5C 6B 79 7C
62. 12 13 14 15 26 27 68 69 8A AB BC	16 18 1A 25 35 45 56 67 8B 9B 9C
17 23 34 36 37 57 58 5B 89 9A AC	19 2B 2C 39 47 48 4B 59 6C 79 7A
1B 28 29 2A 3C 4C 5C 6A 6B 78 8C	1C 24 38 3A 3B 46 49 4A 5A 7B 7C
63. 12 13 14 15 26 27 68 79 8A 8B 9C	16 18 25 35 45 56 67 7A 89 8C AB
17 1A 23 34 36 37 58 5B 7B 9A	19 24 38 46 4A 4C 59 78 7C 9B BC
1B 28 29 2C 3B 4B 57 5A 69 6A 6B	1C 2A 2B 39 3A 3C 47 48 49 5C 6C
64. 12 13 14 15 26 27 68 79 8A 8B AC	16 18 25 35 45 56 67 7A 89 8C 9B
17 19 23 34 36 37 57 58 9A 9B AC	1A 24 38 39 3C 46 47 4B 5C 69 6A
1B 28 2B 2C 3B 48 49 4A 59 6B 7C	1C 29 2A 3A 4C 5A 5B 6C 78 7B BC
65. 12 13 14 15 26 27 68 69 8A 9B AC	16 18 23 35 36 37 49 4A 69 8B BC
17 1A 24 34 45 46 57 58 89 9C AB	19 2B 3B 4B 56 5B 5C 6A 78 7C 9A
1B 25 28 29 2A 3A 3C 4C 67 6B 7A	1C 2C 38 39 47 48 59 5A 6C 7B 8C
66. 12 13 14 15 26 27 68 79 8A AB AC	16 18 25 35 45 56 67 7A 89 9B 9C
17 19 23 34 36 37 59 5A 5C 78 8B	1A 2C 3A 3B 47 4B 4C 57 6C 8C 9A
1B 28 2A 38 49 58 69 6A 6B 7B BC	1C 24 29 2B 39 3C 46 48 4A 5B 7C
67. 12 13 14 15 26 27 68 79 8A AB BC	16 18 24 3A 3C 45 46 47 69 8C 9B
17 19 23 34 35 36 57 58 8B 9A AC	1A 25 28 29 2B 37 39 49 4C 67 6A
1B 2A 3B 48 4A 59 5B 5C 6C 7B 89	1C 2C 38 4B 56 5A 6B 78 7A 7C 9C
68. 12 13 14 15 26 27 68 89 8A 9B AC	16 18 25 35 45 56 67 8B 8C 9C AB
17 1B 24 3B 3C 48 49 4C 5C 6A 6B	19 28 29 2B 39 46 4A 4B 59 6C 7A
1A 23 34 36 37 58 5A 5B 78 79 BC	1C 2A 2C 38 3A 47 57 69 7B 7C 9A
69. 12 13 14 15 26 27 68 89 8A 9B BC	16 18 25 35 45 56 67 8B 8C 9A AB

17 1C 23 34 36 37 59 5B 78 9C AC	19 29 39 47 4A 4C 57 58 69 6B 6C
1A 24 28 2A 38 3B 3C 5A 6A 79 7B	1B 2B 2C 3A 46 48 49 4B 5C 7A 7C
70. 12 13 14 15 26 27 68 89 9A 9B AC	16 18 25 35 45 56 67 8B 9C AB BC
17 1A 23 34 36 37 58 5A 5B79 8C	19 29 2A 2C 3B 47 48 4B 59 69 7A
1B 24 3A 3C 46 49 4A 57 7B 7C 8A	1C 28 2B 38 39 4C 5C 6A 6B 6C 78
71. 12 13 14 15 26 27 68 69 9A AB BC	16 1B 24 3A 3B 45 46 47 69 8A 8C
17 1A 23 34 35 36 57 58 9B 9C AC	18 2B 38 48 5A 5B 6A 6C 78 79 7C
19 25 28 29 2A 37 39 4B 4C 67 6B	1C 2C 3C 49 4A 56 59 5C 7A 7B 8B
72. 12 13 14 15 26 37 48 59 6A 6B AC	16 1B 23 24 25 27 36 49 58 6C 7A
17 28 34 35 38 39 47 56 7C 9A BC	18 29 3C 4B 4C 5A 5B 67 7B 8C 9B
19 1A 2A 2C 3B 45 4A 69 78 79 AB	1C 2B 3A 46 57 5C 68 89 8A 8B 9C
73. 12 13 14 15 26 37 48 59 6A 7B 8C	16 19 27 2C 34 4A 58 5A 8B 9A AC
17 25 35 3C 4B 4C 68 6C 7C 8A 9B	18 2B 39 3B 45 49 5C 67 69 7A 89
1A 1B 23 28 29 2A 36 47 56 78 9C	1C 24 38 3A 46 57 5B 6B 79 AB BC
74. 12 13 14 15 26 37 48 69 6A 7B 7C	16 27 29 36 46 49 59 8A 8B 8C 9A
17 18 1A 2C 34 35 3A 3C 4B 6B 9B	19 25 2A 39 4A 4C 56 58 79 7A AB
1B 2B 38 3B 47 5C 68 6C 78 89 AC	1C 23 24 28 45 57 5A 5B 67 9C BC
75. 12 13 14 15 26 37 48 69 6A 7B 8C	16 27 2A 36 3A 4A 4B 56 78 9A BC
17 23 2B 3C 4C 58 5C 67 6C 89 8A	18 1A 2C 35 3B 45 6B 7C 9B 9C AB
19 24 29 34 38 46 47 59 7A 8B AC	1B 1C 25 28 39 49 57 5A 5B 68 79
76. 12 13 14 15 26 37 48 69 6A 7B 9C	16 19 1A 25 27 35 38 45 56 7C 9B
17 2A 2C 3A 4B 4C 5C 6B 7A 89 8C	18 24 29 34 46 47 57 5A 5B 68 AC
1B 28 2B 3C 49 58 67 79 9A AB BC	1C 23 36 39 3B 4A 59 6C 78 8A 8B
77. 12 13 14 15 26 37 48 69 6A 7B BC	16 29 2B 38 39 46 49 56 78 7C 9A
17 25 27 34 3C 45 58 5A 67 9C AB	18 1C 2C 35 3B 47 4C 5C 6B 89 8A
19 2A 36 3A 4A 4B 59 68 79 7A 8C	1A 1B 23 24 28 57 5B 6C 8B 9B AC
78. 12 13 14 15 26 37 48 69 6A 9B BC	16 19 1B 25 27 35 38 45 56 9A AC
17 23 36 39 3A 4A 58 6C 79 7B 8B	18 28 2C 3C 4B 4C 59 6B 78 7A 89
1A 24 29 34 46 47 57 5B 5C 68 AB	1C 23 2A 3B 49 5A 67 7C 8A 8C 9C
79. 12 13 14 15 26 37 48 69 7A 9B 9C	16 1B 1C 23 24 25 27 36 49 58 9A
17 29 3B 45 4C 56 59 5A 67 8B BC	18 2A 34 35 38 39 46 57 6A 7B AC
19 28 3C 4A 4B 5B 6B 78 79 8A 8C	1A 2B 2C 3A 47 4C 68 6C 7C 89 AB
80. 12 13 14 15 26 37 48 69 9A 9BA9C	16 1B 25 27 35 38 45 56 9C AB BC
17 18 24 29 34 46 47 58 5C 6A 8B	19 23 2B 39 4A 4B 5B 67 6B 89 8C
1A 28 36 3A 4C 59 5A 6C 7B 7C 8A	1C 2A 2C 3B 3C 49 57 68 78 79 7A
81. 12 13 14 15 26 37 48 69 9A AB AC	16 23 24 35 4A 4C 56 67 68 79 8B
17 1C 2B 2C 3A 45 57 6B 78 7A 9B	18 25 29 3C 46 4B 58 5A 5B 6C 7C
19 27 28 34 36 3B 5C 7B 89 8A 8C	1A 1B 2A 38 39 47 49 59 6A 9C BC
82. 12 13 14 15 26 37 68 69 7A 7B 8C	16 1A 1C 23 24 38 39 45 46 47 8B
17 27 2B 34 3B 59 67 7C 89 9C AB	18 28 2C 3C 4A 5A 5C 6C 78 9A 9B
19 29 2A 3A 4B 56 5B 79 8A AC BC	1B 25 35 36 48 49 4C 57 58 6A 6B
83. 12 13 14 15 26 37 68 69 7A 8B 8C	16 27 28 2B 36 4B 5A 5C 67 6A 9B
17 18 1B 23 24 3C 45 46 47 89 8A	19 25 34 35 46 4A 56 57 79 AB AC
1A 2A 38 39 3A 4C 5B 6C 7B 7C 9C	1C 29 2C 3B 49 58 59 6B 78 9A BC
84. 12 13 14 15 26 37 68 69 7A 8B 9C	16 23 27 28 29 4A 4B 5C 67 9A AC
17 18 19 25 2A 35 45 57 6A 8C 9B	1A 24 34 46 47 56 5A 5B 78 89 BC
1B 2C 38 3A 3C 49 58 6B 79 7B AB	1C 2B 36 39 3B 48 4C 59 6C 7C 8A
85. 12 13 14 15 26 37 68 69 7A AB AC	16 29 2A 2B 38 48 58 5C 67 6A 6C
17 18 1A 23 24 39 45 46 47 9B 9C	19 27 2C 36 3A 3B 4C 59 79 8C 9A
1B 25 34 35 49 4A 56 57 78 8B BC	1C 28 3C 4B 5A 5B 6B 7B 7C 89 8A
86. 12 13 14 15 26 37 68 69 8A 8B AC	16 27 36 4B 58 5B 5C 67 6C 9A AB
17 18 1A 23 24 45 46 47 89 8C 9B	19 25 34 35 49 4A 56 57 78 9C BC
1B 2A 2C 38 39 3B 48 5A 6A 7A 7B	1C 28 29 2B 3A 3C 4C 59 6B 79 7C

87. 12 13 14 15 26 37 68 69 8A AB AC
18 23 36 39 3A 48 5A 67 7B 7C 8C
1B 2C 3B 3C 49 59 5B 6C 79 7A 89
16 17 1A 24 28 34 45 47 6B 9B BC
19 25 35 46 4A 4B 56 57 78 9A 9C
1C 27 29 2A 2B 38 4C 58 5C 6A 8B

88. 12 13 14 15 26 37 68 79 8A 9B AC
17 1A 25 35 4A 56 57 69 89 8B BC
1B 23 27 28 29 36 49 4B 5A 5C 6C
16 19 24 34 38 45 46 78 7A 9C AB
18 2B 2C 3A 3C 47 48 5B 6B 7B 9A
1C 2A 39 3B 4C 58 59 67 6A 7C 8C

89. 12 13 14 15 26 37 68 79 8A AB AC
17 1A 24 29 34 45 47 6A 6B 6C 89
19 27 28 2A 2C 36 38 49 59 5B BC
16 1B 25 35 48 56 57 78 9A 9B 9C
18 23 39 3A 3C 46 4C 58 7A 7B 8B
1C 2B 3B 4A 4B 5A 5C 67 69 7C 8C

90. 12 13 14 15 26 37 68 79 8A AB BC
17 1B 25 35 48 49 56 57 69 8C AC
19 23 27 28 2A 36 4C 5B 5C 6B 9A
16 1A 24 34 38 45 46 78 7B 9B 9C
18 29 2B 3A 3B 47 4A 5A 6A 7C 89
1C 2C 39 3C 4B 58 59 67 6C 7A 8B

91. 12 13 14 15 26 37 68 89 8A 9B 9C
17 2B 34 35 38 39 46 5A 67 7B BC
1B 2A 3A 45 4C 57 58 5B 69 6A 6C
16 19 1A 23 24 25 27 36 48 AB AC
18 29 3B 4A 59 6B 79 7C 8B 8C 9A
1C 28 2C 3C 47 49 4B 56 5C 78 7A

92. 12 13 14 15 26 37 68 89 8A 9B AC
18 1A 27 2A 2C 3C 48 58 59 67 8B
1B 29 2B 36 3B 4A 5B 79 7A 7C 8C
16 17 24 28 34 45 47 69 6A 9C AB
19 23 38 39 3A 46 5A 5C 6C 7B BC
1C 25 35 49 4B 4C 56 57 6B 78 9A

93. 12 13 14 15 26 37 68 89 8A 9B BC
18 27 29 2A 2B 3B 3C 48 4C 5C 67
1B 2C 3A 4B 58 5B 6A 6C 79 7B 8C
16 17 24 28 34 45 47 69 6B 9A AC
19 1A 25 35 46 49 56 57 78 9C AB
1C 23 36 38 39 4A 59 5A 7A 7C 8B

94. 12 13 14 15 26 37 68 89 9A 9B AC
18 1C 25 35 46 4A 56 57 79 8A 8B
1A 23 36 38 3A 4B 59 5B 5C 67 7C
16 17 24 28 34 45 47 6B 9C AB BC
19 27 2A 2C 39 3B 48 49 5A 69 78
1B 27 29 3C 4C 58 6A 6C 7A 7B 8C

95. 12 13 14 15 26 37 68 89 9A AB AC
17 19 24 28 34 45 47 6A 6B 6C 9B
1B 27 2C 3B 3C 4B 59 69 79 8A 8B
16 1A 25 35 4A 4C 56 57 78 9C BC
18 29 2A 2B 38 46 48 58 5C 67 7A
1C 23 36 39 3A 49 5A 5B 7B 7C 8C

96. 12 13 14 15 26 37 68 89 9A AB BC
17 2C 39 3A 48 49 5C 6A 6C 7C 8B
1A 1C 23 27 28 29 36 47 5A 5B 6B
16 24 34 38 45 46 78 7A 9B 9C AC
18 19 25 35 4A 4C 56 57 69 7B 8A
1B 2A 2B 3B 3C 4B 58 59 67 79 8C

97. 12 13 14 15 26 67 68 79 7A 8B 9C
19 24 3A 3B 47 48 4C 5A 69 6A 6C
1B 27 29 2C 38 39 49 4B 5B 6B AC
16 17 18 25 35 45 56 7B 7C 89 AB
1A 23 34 36 37 57 58 59 8A 8C 9B
1C 28 2A 2B 3C 46 4A 5C 78 9A BC

98. 12 13 14 15 26 67 68 79 7A 8B BC
19 2B 39 3A 45 57 58 6B AB AC
1B 27 28 29 34 35 36 37 8A 8C 9B
16 17 18 23 24 25 26 7B 7C 89 9A
1A 2A 38 3C 49 4B 4C 5A 6A 6C 78
1C 2C 3B 46 47 48 4A 59 5B 69 9C

99. 12 13 14 15 26 67 68 79 7A 9B AC
19 2A 2B 34 35 36 37 69 8A 8C 9A
1B 27 29 39 3A 3C 4B 58 6B 89 BC
16 17 18 23 24 25 26 7B 7C 9C AB
1A 2C 35 46 47 48 49 5A 5B 5C 6C
1C 28 38 45 4A 4C 57 59 6A 78 8B

100. 12 13 14 15 26 67 68 79 7A 9B BC
19 2B 3C 45 57 58 5A 6B 6C 89 9C
1B 2C 38 39 3B 46 47 48 4A 5B 5C
16 17 18 23 24 25 26 7B 7C 9A AB
1A 2A 3A 49 4B 4C 59 69 6A 78 8C
1C 27 28 29 34 35 36 37 8A 8B AC

101. 12 13 14 15 26 67 68 79 8A 9B 9C
19 28 38 45 5A 5C 69 6A 6B 78 8B
1B 2A 37 39 3A 46 48 49 4C 5B 7B
16 17 18 23 24 25 26 7A 89 AB AC
1A 2C 3C 47 4A 4B 57 58 59 6C BC
1C 27 29 2B 34 35 36 3B 7C 8C 9A

102. 12 13 14 15 26 67 68 79 8A 9B AC
17 19 23 34 35 36 57 78 8B 9A BC
1B 25 29 2C 3B 48 49 5B 6A 6C 7B
16 1A 28 2A 3C 4A 4C 58 6B 7C 9C
18 27 2B 37 38 4B 56 59 5A 5C 7A
1C 24 39 3A 45 46 47 69 89 8C AB

103. 12 13 14 15 26 67 68 79 8A 9B BC
17 19 24 34 45 46 57 78 8B 9A AC
1A 1B 23 35 36 37 49 4A 69 89 8C
16 27 28 28 2C 3A 3B 4B 56 59 5A
18 2B 39 3C 47 48 5B 5C 6B 7C AB
1C 25 2A 38 4C 58 6A 6C 7A 7B 9C

104. 12 13 14 15 26 67 68 79 9A 9B AC
19 24 2B 2C 38 48 58 69 6A 6B 78
16 17 18 25 35 45 56 7B 9C AB BC
1A 2A 39 3B 3C 46 47 4C 5B 7A 8A

1B 23 34 36 37 57 59 5A 89 8B 8C
105. 12 13 14 15 26 67 68 79 9A AB AC
18 23 34 37 3B 58 5C 6A 6B 6C 89
1B 2B 36 38 3C 47 49 4A 5B 7B 9C
106. 12 13 14 15 26 67 68 79 9A AB BC
17 1A 24 34 45 46 57 78 9B 9C AC
19 25 29 37 3A 49 4B 56 58 5C 7B
107. 12 13 14 15 26 67 78 79 8A AB AC
18 1B 23 34 36 38 57 59 5A 9B BC
1A 24 28 3A 47 49 4C 5B 6A 6B 8B
108. 12 13 14 15 26 67 78 79 8A 8B AC
18 2B 2C 38 49 4A 4B 58 5A 68 7B
1A 1C 23 34 36 37 57 59 8C 9B 9C
109. 12 13 14 15 26 67 78 79 8A 9B AC
18 24 3B 3C 47 49 4C 5A 68 6B AB
1B 27 28 2A 2C 39 3A 46 59 5B 69
110. 12 13 14 15 26 67 78 79 8A AB BC
18 19 23 34 36 37 57 58 8B 9C AC
1B 27 28 29 2A 38 3B 46 4C 5C 6B
111. 12 13 14 15 26 67 78 89 8A 9B 9C
18 19 23 34 36 38 59 5B 5C 7C AC
1B 28 29 2C 3A 3B 48 4A 58 6B 7B

1C 27 28 29 3A 49 4A 4B 5C 6C 7C
16 17 19 25 35 45 56 7A 8A 8B 8C
1A 27 29 2C 3A 46 48 4B 4C 57 5A
1C 24 28 2A 39 59 69 78 7C 9B BC
16 28 2A 2B 3C 4C 59 5A 69 7C 8C
18 27 2C 38 3B 47 5B 6B 6C 89 8A
1B 1C 23 35 36 39 48 4A 6A 7A 8B
16 17 25 35 45 56 7A 7B 89 9A 9C
19 2C 37 39 46 4A 4B 5C 69 7C 8C
1C 27 29 2A 2B 3B 3C 48 58 68 6C
16 17 25 35 45 56 7A 7C 89 9A AB
19 24 39 3C 47 48 4C 5B 69 6A 6B
1B 27 28 29 2A 3B 3C 46 5C 6C BC
16 17 25 35 45 56 7A 7B 8B 9A 9C
19 1A 23 34 36 37 57 58 89 8C BC
1C 29 2B 38 48 4A 4B 5C 6A 6C 7C
16 17 25 35 45 56 7A 7B 89 8C 9A
1A 24 39 3A 47 48 4B 5A 5B 69 6C
1C 2B 2C 3C 49 4A 59 68 6A 7C 9B
16 17 25 35 45 56 7A 8B 9A AB BC
1A 24 37 39 47 4B 4C 5A 68 69 6A
1C 27 2A 2B 3C 46 49 57 6C 79 8C

Крім того, побудовано *T*-факторизації для 10 неізоморфних допустимих дерев порядку 12 з $\Delta(T) = 5$.

1. 12 13 14 15 16 27 28 29 3A 4B 7C
18 23 2B 34 35 36 37 48 49 4A 5C
1A 1B 24 3B 47 5B 67 79 7B 8C BC
2. 12 13 14 15 16 27 28 29 3A 4B AC
18 1A 24 39 47 59 67 78 79 7B 9C
1B 23 2B 34 35 36 37 48 49 4A 5C
3. 12 13 14 15 16 27 28 29 3A 7B 8C
18 25 35 45 57 58 68 6B 7A 89 9C
1A 2B 37 39 4A 4C 5A 69 8A 9A 9B
4. 12 13 14 15 16 27 28 29 3A 7B AC
18 25 35 45 57 58 68 6A 7C 89 BC
1A 23 3C 49 59 69 7A 8A 8B 9A 9C
5. 12 13 14 15 16 27 28 39 7A 9B BC
18 23 24 37 3A 3B 3C 48 5C 69 6C
1A 29 2A 34 4A 4C 5A 6A 79 7B 8C
6. 12 13 14 15 16 27 28 39 7A AB BC
18 24 34 3B 3C 47 48 49 5A 6A 6B
1A 26 2B 36 46 58 5C 67 68 89 AC
7. 12 13 14 15 16 27 28 39 9A AB BC
18 23 29 37 38 3A 3B 4C 58 69 6C
1A 1C 26 2A 36 46 5C 67 68 89 8B
8. 12 13 14 15 16 27 38 49 7A AB BC
18 29 3A 3C 47 5B 5C 68 78 89 8A
1A 23 24 39 48 4A 4B 4C 57 6C 79
9. 12 13 14 15 16 27 38 79 7A 8B BC
18 25 35 45 49 56 57 78 8C 9A AB
1B 28 2B 37 39 3C 4A 5B 6B 7B 8A

17 25 2C 39 45 56 57 58 69 6A 6B
19 26 38 4C 5A 68 78 89 8A 9B 9C
1C 2A 3C 46 59 6C 7A 8B 9A AC
17 25 2C 3C 45 56 57 58 69 6A 6B
19 2A 3B 46 5B 6C 7A 8A 9B AB BC
1C 26 38 4C 5A 68 7C 89 8B 8C 9A
17 1C 26 2A 36 46 56 67 78 79 8B
19 2C 34 47 48 49 4B 5B 6A AB BC
1B 23 24 38 3B 3C 59 5C 6C 7C AC
17 1C 26 2A 36 46 56 67 78 79 AB
19 2C 34 47 48 4B 4C 5A 5C 6C 9B
1B 24 2B 37 38 39 3B 4A 5B 6B 8C
17 1B 25 35 45 49 56 57 78 9A AC
19 26 2C 36 46 58 5B 67 68 8A 9C
1C 2B 38 47 4B 59 6B 7C 89 8B AB
17 1B 25 35 45 4A 56 57 78 9B 9C
19 2A 38 3A 4B 59 69 79 7C 8B 9A
1C 23 29 2C 37 4C 5B 6C 7B 8A 8C
17 25 35 45 4A 56 57 78 9B 9C AC
19 24 2C 34 48 49 4B 59 6A 7A 7C
1B 2B 3C 47 5A 5B 6B 79 7B 8A 8C
17 2A 2C 34 3B 5A 6B 7B 8B 9B 9C
19 25 2B 35 45 58 59 67 6A 7C 8C
1B 1C 26 28 36 37 46 56 69 9A AC
17 1A 24 29 3A 47 48 4B 4C 59 69
19 26 2A 36 46 5C 67 68 89 9B AC
1C 23 2C 34 3B 58 5A 6A 6C 7C 9C

10. 12 13 14 15 16 27 38 79 8A 9B 9C	17 1A 25 35 45 48 56 57 89 AB AC
18 23 37 39 3B 3C 4A 4C 5A 6A 78	19 26 2B 36 46 58 59 67 68 9A BC
1B 29 2A 2C 34 47 5B 69 6B 7B 8B	1C 24 28 3A 49 4B 5C 6C 7A 7C 8C

Висновки. Враховуючи всі згадані вище результати про існування *T*-факторизацій порядку 12, формулюємо підсумковий результат.

Лема. Не менше, ніж 219 попарно неізоморфних допустимих дерев порядку 12 допускають *T*-факторизації.

Зазначимо, що всього існує, з точністю до ізоморфізму, 551 дерево порядку 12. З них 31 дерево не є допустимим, тому для них *T*-факторизації не існують, а для 32 допустимих дерева неіснування *T*-факторизацій доведено в [9]. Таким чином, задачу Байнеке розв'язано більше, ніж для половини дерев порядку 12.

We investigate Beineke problem on the existence of T-factorizations in the case n=12. With computer aid we construct the tree factorizations for 61 trees of order 12. On the moment, T-factorizations are constructed for about 219 trees of order 12.

Література

1. Beineke L.W., Decomposition of complete graphs into forests // Magy. tud. akad. mat. kut. int. közl. – 1964. –№ 9. –P. 589–594
2. Huang C., Rosa A., Decomposition of complete graphs into trees // Ars Combinatoria – 1978. –№ 5. – P.23–63.
3. Petrenjuk A.J., On tree factorizations of K_{10} // Journal of Combin. Math. and Combin. Computing –2002. – 41. – P.193–202.
4. Петренюк А.Я., Древесные факторизации полных графов: существование, построение, перечисление // Материалы 7 Международного семинара "Дискретная математика и ее приложения" (Москва, 29 января – 2 февраля 2001 г.), М.– 2001. – С. 26–30.
5. Петренюк А.Я., Півобертові деревні факторизації повних графів // Укр. матем. журнал. – 2001. –53, №5. – С. 710–716.
6. Петренюк А.Я., Необхідні умови існування *T*-факторизацій // Доповіді НАНУ. –2002. – 3. – С.71–73.
7. Петренюк А.Я., Екстремальні розклади повних графів: існування, перелік // Докторська дис., Київ, 2002.– 266 с.
8. Petrenjuk A.J., Nonisomorphic double star factorizations of order 12 // Наукові праці академії: випуск IV, частина 1 (за ред. Р.М.Макарова).–Кіровоград: Видавництво ДЛАУ, 1999. - С. 212–214.
9. Петренюк А.Я., Неіснування деяких Т-факторизацій порядку 12 // Укр. матем.журн.(здано до друку).
10. Петренюк Л.П., Петренюк А.Я., Існування деяких Т-факторизацій порядку 12 (здано до друку)
11. Petrenjuk L. P. Petrenjuk A. J., On the existence of *T*-factorizations of order 12 // Матеріали II Міжнародної науково-практичної конференції "Динаміка наукових досліджень'2003", 20–27 жовтня 2003 року, Дніпропетровськ–Кіровоград–Одеса, Т. 32. - Математика. Дніпропетровськ. - "Наука і освіта", 2003. - С. 21–23.
12. Petrenjuk A. J. Petrenjuk D. A., The nonexistence of some *T*-factorizations // Матеріали II Міжнародної науково-практичної конференції "Динаміка наукових досліджень'2003", 20–27 жовтня 2003 року, Дніпропетровськ–Кіровоград–Одеса, Т. 32, Математика. Дніпропетровськ, "Наука і освіта", 2003. - С. 19–20.
13. Петренюк Л.П. Петренюк А.Я., 100 новых *T*-факторизаций порядка 12. // Материалы 8 Международного семинара "Дискретная математика и ее приложения" (Москва, 29 января – 2 февраля 2004 г.), М.– 2004, С. 355–357.
14. Петренюк Л.П, Петренюк А.Я. Построение Т-факторизаций порядка 12 для деревьев с $\Delta(T)=4$ (підготовлено до друку)

Одержано 16.12.2004 р.