УДК 620.179

В. П. Малайчук, доктор технических наук,
профессор кафедры радиоэлектронной автоматики
Днепропетровского национального университета
им. Олеся Гончара
А. В. Кошулян, аспирант Днепропетровского
национального университета им. Олеся Гончара
А. И. Федорович, аспирантка Днепропетровского национального
университета им. Олеся Гончара

ОБРАБОТКА ИЗМЕРЕНИЙ В ЗАДАЧАХ ДЕФЕКТОСКОПИИ ЛИНЕЙНО ПРОТЯЖЕННЫХ ОБЪЕКТОВ ПО КРИТЕРИЮ МИНИМУМА УСЛОВНОГО РИСКА

Досліджується ефективність прийняття рішень про стан лінійно протяжних об'єктів за критерієм мінімуму середнього ризику в умовах нестачі апріорних даних про статистичні закономірності вимірювань, якщо вартості помилкових рішень вибираються обернено пропорційними ймовірностям їх появи.

Исследуется эффективность принятия решения о дефектности линейно протяженных объектов при недостатке априорных данных о статистических закономерностях измерений по критерию минимума среднего риска при условии, что значения стоимостей принятия ошибочных решений выбираются обратно пропорциональными вероятностям их появления.

A decision making efficiency of extended objects testing is investigated by the criterion of the average-risk minimum for the case of priori information deficiency about statistical relationships of measurements when values of wrong decisions conditional costs are chosen inversely related to their occurrence probabilities.

Ключевые слова. Принятие решений, критерий среднего риска, контроль, линейно протяженный объект.

Введение. Существующие критерии условного среднего риска и Неймана–Пирсона позволяют решать задачи безэталонной дефектоскопии линейно протяженных объектов, что на сегодняшний день является актуальной задачей для неразрушающего контроля изделий металлургических предприятий [1]. В работах [2, 3] подробно рассмотрена возможность принятия решения о состоянии объекта контроля при использовании критерия минимума условного среднего риска, однако не проведена сравнительная характеристика с критерием Неймана–Пирсона. В [4] рассмотрена возможность использования критерия Неймана–Пирсона для поддержки принятия правильного решения в условиях отсутствия априорной информации об объекте контроля. Однако никто из авторов (В. П. Малайчук, А. В. Мозговой, Ю. Н. Матвеев, И. Н. Каневский, В. Р. Милов, В. Г. Баранов, А. Ю. Эпштейн, И. В. Шалашов) не проводил анализа по сравнению эффективностей указанных критериев. В результате возникла задача исследования их работоспособности при одинаковых входных данных для выявления наиболее эффективного метода.

Постановка задачи. Рассматривается задача обнаружения изменений при сканировании линейно протяженных объектов датчиками дефектоскопов ультразвуковых, вихретоковых, магнитной памяти. Предполагается, что сигнал $S(t)$, содержащий информацию о дефектности контролируемого объекта, искажается модулирующей (контактной) помехой $m(t)$ и измерительным шумом ($n(t)$)

$$x(t) = m(t)S(t) + n(t). \tag{1}$$

После аналого-цифрового преобразователя выборка измерений $x(k)$, (k = 1, 2, ..., N) запоминается и обрабатывается. Измерения $x(k)$ – последовательность дискретных автокоррелированных случайных величин с неизвестным законом распределения вероятностей и его параметрами. Предполагается, что статистические закономерности на дефектных и бездефектных участках отличаются, однако координаты, размеры и число дефектных участков неизвестны.

Контролируемый объект может находиться или в состоянии нормы (N) или в состоянии брака ($Б$). Их числовые показатели – вероятности этих случайных событий $P(N)$ и $P(Б)$, характеризующие качество производства или состояние на момент контроля. Введем для решений, принимаемых при контроле, обозначения: N^* – решение о бездефектности объекта и $Б^*$ – решение о дефектности. Тогда результаты контроля описываются следующими случайными событиями: 1) два правильных решения NN^* и $ББ^*$; 2) два ошибочных решения $NБ^*$ (перебраковка) и $БN^*$ (пропуск дефекта). Если для стоимостей принятия ошибочных решений ввести обозначения $C(NБ^*) = C_1$ и $C(БN^*) = C_2$, то математическое ожидание стоимости принятия ошибочных решений (средний риск) запишется в виде

$$\bar{C} = M[C] = P(N)C_1P(Б^*/N) + P(Б)C_2P(N^*/Б), \tag{2}$$

где $P(Б^*/N)$ и $P(N^*/Б)$ – условные вероятности ошибочных решений [4].

Решающее правило контроля путем обработки выборки измерений $x(k)$ будет оптимальным, если его применение сопровождается минимальным средним риском.

Результаты исследования

Обработка измерений по критерию среднего риска

Классическая технология контроля линейно протяженных объектов заключается в разделении их на элементарные участки, размеры которых соответствуют размерам сканирующих датчиков. Тогда каждому *j*-му участку соответствует выборка измерений $x(i/j)$, $i = 1, 2, ..., n$. Участки могут быть дефектными D_j или бездефектными H_j ($j = 1, 2, ..., m$). Так как координаты дефектов неизвестны, должны контролироваться все участки, и по каждому из них принимается решение о дефектности $Д^*$ или бездефектности (норме H^*). По этим данным должно формироваться решение о состоянии объекта контроля.

Рассмотрим самые неблагоприятные для контроля условия, когда объект может содержать только один дефектный участок. В этом случае выражение для среднего риска (2) запишется в виде

$$\bar{C} = \left[P\left(H^*/H\right)\right]^{M-1}\left(P(N)C_1P\left(Д^*/H\right) + P(Б)C_2P\left(H^*/Д\right)\right). \tag{3}$$

Из (3) следует известное решающее правило контроля элементарного участка линейно протяженного объекта [4, 110]. Если хотя бы для одного из вычисленных по выборкам измерений $|x_j| = |x_1x_2\ldots x_n|_j$ отношения функций правдоподобия выполняется неравенство

$$\ell_j(|x|) = \frac{W_j(|x|/Д)}{W_j(|x|/H)} > \ell_o = \frac{P(N)C_1}{P(Б)C_2}, \tag{4}$$

то должно приниматься решение о дефектности объекта. Здесь и $W_j(|x|/H)$ – многомерные условные законы распределения. Близкие к оптимальным результатам контроля можно получить, если принимать решения по средним значениям выборок измерений. В этом случае условные законы распределения средних $\bar{x}_j$ можно аппроксимировать гауссовыми функциями с параметрами a_{1j} и σ_{1j}^2 для дефектных и a_{2j} и σ_{2j}^2 для бездефектных участков. Решающее правило в этом случае запишется в виде неравенств [4, 102].

$$\left[\left(\frac{\bar{x}_j - a_{2j}}{\sigma_{2j}}\right)^2 - \left(\frac{\bar{x}_j - a_{1j}}{\sigma_{1j}}\right)^2\right] > 2\ln\left(\frac{\sigma_{1j}}{\sigma_{2j}}\ell_0\right). \tag{5}$$

Реализовать решающее правило (5) не представляется возможным, так как неизвестны параметры a_{1j}, σ_{1j}^2, a_{2j} и σ_{2j}^2, $P(N)$ и стоимости и $C_2 = C\left(БN^*\right)$. Однако длина выборки $x(k)$ значительно превышает размеры выборки на дефектном участке, поэтому можно заменить математическое ожидание a_2 и дисперсию σ_2 их оценками

$$a_2^* = \frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N} x(k), \quad \left(\sigma_2^*\right)^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{k=1}^{N}\left(a_2^* - x(k)\right)^2 = D_{2j}^*. \tag{6}$$

Полагая при этом, что $\sigma_1^2 \approx \left(\sigma_2^*\right)^2$, решающее правило (5) преобразуем к виду

$$\bar{x} > z_0 = a_2^* + \frac{a_1 - a_2^*}{2} + \frac{D^* \ln\ell_0}{a_1 - a_2^*}. \tag{7}$$

Исследование ошибочных решений по критерию условного среднего риска

В реальных условиях производства и эксплуатации объектов контроля потери за счет пропуска бракованных изделий значительно превышают потери за счет перебраковки $C\left(БN^*\right) > C\left(NБ^*\right)$. Учитывая, что число бракованных объектов, поступающих на контроль, значительно меньше числа изделий в норме, то можно выбрать стоимости ошибочных решений обратно пропорциональными вероятностям их появления [1, 58]. В этом случае $P(N)C\left(NБ^*\right) = P(Б)C(БN^*)$ и пороговое значение отношения функции правдоподобия равно $\ell_0 = 1$, а $\ln\ell_0 = 0$. Оптимальное значение порога сравнения зависит только от значения a_1 – параметра дефектного участка. Полагая этот параметр известным, исследуем потенциальные возможности контроля. Определив вероятности ошибочных решений для гауссовой модели средних, получим

$$P(Д^*/H) = P(H^*/Д) = 1 - \Phi\left(\frac{a_1 - a_2^*}{\sqrt{D^*}}\right), \tag{8}$$

где $\Phi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} exp\left(-\frac{x-\xi}{2\sigma}\right)^2 dx$ – интеграл вероятности Гаусса.

При использовании критерия Неймана–Пирсона полагаем, что вероятность перебраковки не должна превышать величину $P_{нп}(Д^*/H)$. В этом случае вероятность пропуска дефектного участка будет равна

$$P_{нп}(H^*/Д) = 1 - \Phi\left(\frac{a_1 - a_2^*}{\sqrt{D^*}} - \Psi\left(1 - P_{нп}(Д^*/H)\right)\right), \tag{9}$$

здесь – функция, обратная интегралу вероятности

Сравним между собой условные вероятности обнаружения дефектных участков $P(Д^*/Д) = 1 - P(H^*/Д)$, вероятности ошибочных решений $P(Д^*/H)$ и ожидаемых потерь $\bar{C}$ при использовании для контроля критерия условного среднего риска и критерия Неймана–Пирсона в зависимости от нормированной разности $a_1 - a_2^*$. Отношение ожидаемых потерь описывается выражением

$$\frac{\bar{C}_{ср}}{\bar{C}_{нп}} = \frac{2\left(1 - \Phi\left(\frac{a_1 - a_2^*}{\sqrt{D^*}}\right)\right)}{1 + P(Д^*/H) - \Phi\left[\frac{a_1 - a_2^*}{\sqrt{D^*}} - \Psi\left(1 - P(Д^*/H)\right)\right]}. \tag{10}$$

Эти зависимости представлены на рис. 1.

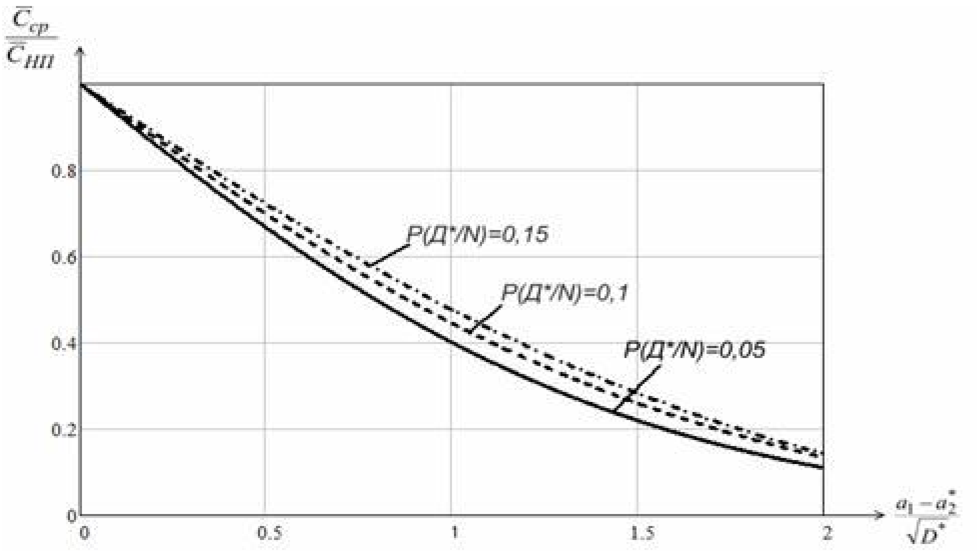

Рис. 1. Сравнение вероятностей и ожидаемых потерь

Из приведенных результатов сравнительного анализа следует, что использование в задачах распознавания критерия условного среднего риска по сравнению с критерием Неймана–Пирсона более эффективно как по вероятности обнаружение дефектов, так и по ожидаемым потерям за счет ошибочных решений. Реализовать обнаружение дефектного участка по критерию условного среднего риска можно следующим образом. Поскольку $a_1 > a_2^*$, то сфор-

мируем ряд дефектных участков с ожидаемыми параметрами $a_1(m)$, $m = 1, 2, \ldots, M$. Для обнаружения дефекта с такими параметрами необходим многопороговый обнаружитель с параметрами $z_0, z_1, z_2 \ldots z_M$, где $a_1(1)$ – минимальное значение параметра, который должен обнаруживаться с заданной вероятностью P_0 (например 0,7). Так как по критерию минимума среднего риска порог сравнения равен $z_0 = 0{,}5(a_1 + a_2)$, то, полагая $a_1(m) = a_2^* + \lambda m\sqrt{D^*}$, для порога сравнения получим формулу [*4*, 115]:

$$z_0(m) = a_2^* + \frac{\lambda m\sqrt{D^*}}{2}. \tag{11}$$

Здесь $\sqrt{D^*} = \Delta a$ дискретность модели параметра $a_1(m)$, $\lambda = 2\Psi(P_0)$. В этом случае вероятность обнаружения дефекта *m*-й интенсивности определим по формуле [*5*, 189]:

$$P_m(Д^*/Д) = \Phi\left(\frac{\lambda m}{2}\right). \tag{12}$$

Для вероятности перебраковки получим формулу

$$P(Д^{*}/H) = 1 - \Phi\left(\frac{\lambda m}{2}\right). \quad (13)$$

Результаты обработки измерений проконтролированного объекта можно представить в виде матрицы, элементы которой равны.

$$R(m/j) = sgn\left[\bar{x}_j - z_0(m)\right], \quad (14)$$

где $sgn(z)$ – функция единичного скачка.

Если теперь просуммировать значения каждого из столбцов матрицы решения

$$R(j) = \sum_{m=0}^{M} R(m/j), \quad (15)$$

то получим статистический портрет контроля линейно протяженного объекта, содержащий данные для принятия решения о его дефектности (координаты дефектов, их интенсивность и размеры). Относительное число бездефектных участков определяется по формуле

$$\frac{N_0}{N} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} sgn\left[z_0(1) - \bar{x}(j)\right]. \quad (16)$$

Результаты обработки измерений представляются в виде графика и таблицы основных показателей контроля.

Выводы. Последовательная обработка измерений контроля по критерию условного среднего риска, когда неизвестные стоимости принятия ошибочных решений выбираются обратно пропорциональными неизвестным вероятностям их появления, позволяют решить задачу безэталонной дефектоскопии линейно протяженных объектов. Эффективность этого метода принятия решений в условиях недостатка априорных данных о статистических закономерностях измерений и о показателях качества производства по вероятности обнаружения дефектов значительно превосходит метод, основанный на использовании критерия Неймана–Пирсона.

Литература

1. Матвеев Ю. Н. Основы теории систем и системного анализа : учебно-методическое пособие для вузов / Матвеев Ю. Н. – Тверь : ТГТУ, 2007. – Ч. 1. – 100 с.

2. Каневский И. Н. Неразрушающие методы контроля : учебн. пособие / И. Н. Каневский. – Владивосток : Изд-во ДВГТУ, 2007. – 243 с.

3. Милов В. Р. Прогнозирование состояния дискретных стохастических систем в условиях неопределенности на основе байесовской методологии / В. Р. Милов, В. Г. Баранов, А. Ю. Эпштейн, И. В. Шалашов // Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р. Е. Алексеева. – № 2 (81). – 2010. – С. 70–76.

4. Малайчук В. П. Математическая дефектоскопия : монография / В. П. Малайчук, А. В. Мозговой. – Днепропетровск : Системные технологии, 2005. – 180 с.

5. Кобзарь А. И. Прикладная математическая статистика / Кобзарь А. И. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 816 с.