

УДК 625.717

**Т. В. Козлова**, кандидат технічних наук, доцент  
кафедри землевпорядних технологій  
Національного авіаційного університету  
**Є. О. Шквар**, доктор технічних наук, професор  
кафедри вищої та обчислювальної математики  
Національного авіаційного університету

### МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ГРАВІТАЦІЙНОЇ ТЕЧІЇ В ШАРІ СТОКУ ВОДИ НА ШОРСТКІЙ ПОХИЛІЙ ПОВЕРХНІ

*Побудовано математичну модель і метод розрахунку течії водної плівки в шарі стоку дощових опадів на плоскій похилій штучно шорсткій поверхні на основі спрощеної форми рівнянь руху в'язкої рідини та напівемпіричного опису турбулентності з урахуванням особливостей взаємодії потоку рідини з нерегулярною структурою рельєфу поверхні.*

*Построены математическая модель и метод расчета течения водной пленки в слое стока дождевых осадков на плоской наклонной искусственно шероховатой поверхности на основе упрощенной формы уравнений движения вязкой жидкости и полумпирического описания турбулентности с учетом особенностей взаимодействия потока жидкости с нерегулярной структурой рельефа поверхности.*

*The mathematical model and method of calculation of the rainfall water film flow on a flat inclined artificially rough surface is proposed. Elaborated model is based on a simplified form of the viscous liquid motion governing equations and semi-empirical description of turbulence together with accounting the phenomena of liquid flow and irregular surface structure interaction.*

**Ключові слова.** Шар стоку, дощові води, ухил поверхні, шорсткість, математична модель, турбулентна течія, течія водної плівки.

© Т. В. Козлова, Є. О. Шквар, 2012

**Вступ.** Найважливішою проблемою експлуатації авіаційного транспорту є забезпечення безпеки польотів, яка значною мірою визначається дією на повітряне судно (ПС) несприятливих метеорологічних явищ і, зокрема, інтенсивних опадів. Для відведення дощових вод зі злітно-посадкової смуги (ЗПС) застосовується симетричний поперечний ухил її поверхні  $i$  (тангенс кута між нею та горизонтальною площиною, або, враховуючи малість останнього, самий кут, рад.), який регламентується Сертифікаційними вимогами до цивільних аеродромів України [1] та Керівництвом із сертифікації аеродромів ІКАО [2] та має значення  $i = 0,015$  для ЗПС класів А–Г та  $i = 0,02$  для ЗПС класів Д, Е. У Додатку 14 до Конвенції про міжнародну цивільну авіацію [3] формулюються рекомендації щодо поперечного ухилу, який має бути симетричним, не бути меншим за  $i = 0,01$  та не перевищувати вищенаведених значень.

Наведені рекомендації у частині визначення норм поперечних ухилів не зазнали суттєвих змін у порівнянні з відповідними регламентаційними документами, прийнятими на початку 80-х рр. [4, 5], у тому числі і з Керівництвом з проектування аеродромів ІКАО [6], які, у свою чергу, наслідували відповідні документи середини 75-х рр. Водночас, важливість забезпечення і достовірного експериментального визначення коефіцієнта зчеплення визначається Керівництвом з аеропортових служб ІКАО [7] як пріоритетна проблема, що викликає загальне занепокоєння. Необхідність вивчення дії зливових опадів на характеристики повітряних суден підтверджується результатами аналізу ряду авіаційних катастроф, пов'язаних з погодними умовами [8–10]. Поширення та інтенсифікація експлуатації нових зразків авіаційної техніки від надважких широкофюзеляжних до легких і надлегких ПС обумовлюють зростання інтересу до обґрунтованого оцінювання необхідних величин поперечних ухилів та розробки надійних методів їх визначення.

Відповідно до матеріалів Міжнародної організації цивільної авіації (ІКАО) [7, 11] мокра ЗПС є однією з причин скокування або викочування літака на етапах розбігу та пробігу. Так, під час точного заходу на посадку волога на смузі була причиною 64 % викочувань літака. Виконання завдання з належного відведення води з ЗПС здійснюється на основі експериментальних даних або шляхом використання простих емпіричних моделей стоку. Оскільки подібні залежності для визначення товщини шару стоку не завжди приводять до результатів, що узгоджуються між собою, а також з відомими експериментальними даними [12] в широкому діапазоні умов, які цікаві для вирішення даного завдання, правомірним є висновок про необхідність удосконалення вживаних підходів до опису формування стоку.

Розгляд завдань формування течій рідких плівок актуальне не тільки для авіації, а й для автомобільного транспорту, хімічної промисловості та енергомашинобудування. Великий внесок у вирішення подібних питань зробили експериментальні праці школи професора М. Е. Дейча [13], створені в Московському енергетичному інституті, а також експериментальні й теоретичні розробки, що здійснюються впродовж тривалого періоду під керівництвом професора О. М. Яхна на кафедрі гідроаеродинаміки та механотроніки НТУУ “КПІ” [14]. Відомі нині праці з математичного моделювання течій водних плівок обмежені, значною мірою, розглядом ламінарних режимів течій як плівок, так і супутнього потоку газу [15]. Реальна течія водної плівки на поверхнях ПС і ЗПС, а також рух супутнього потоку повітря в примезовому шарі на елементах ПС формуватимуться під впливом турбулізації від крапель дощу і шорсткості обтічної поверхні (наприклад, поверхні ЗПС), що вже не дозволяє розглядати такі течії, як ламінарні.

Таким чином, завдання моделювання течій водних плівок з урахуванням впливу шорсткості обтічної поверхні, дій зовнішніх чинників та турбулентності актуальне як у теоретичному, так і в

прикладному аспектах.

**Постановка завдання.** Мета статті – розробка математичної моделі стоку дощових вод з шорсткої похилої плоскої поверхні, яка дозволить за заданою інтенсивністю дощу і для будь-якого заданого перерізу шару стоку від початку його формування визначати товщину водної плівки, розподіл швидкості за товщиною, а також середню швидкість у цьому перерізі.

**Математична модель гравітаційної течії водної плівки в шарі стоку дощових опадів на шорсткій поверхні.** В основу розробки цієї моделі покладено гіпотезу про подібний до розвинутого турбулентний характер руху рідини в шарі водної плівки попри малу товщину останньої, що обумовлено дією дощових крапель і шорсткістю поверхні. Як відомо [16], розподіл швидкості глибиною потоку під час турбулентного режиму течії на шорсткій поверхні за винятком безпосередньої близькості до неї досить надійно можна описати формулою

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{k} \ln \frac{y}{\Delta} + B, \quad (1)$$

де  $u$  – швидкість течії на відстані  $y$  від поверхні (м/с);  $y$  – нормальна до обтічної поверхні координата;  $u_* = \sqrt{\tau_w / \rho_L}$  – динамічна швидкість, що визначається за напруженням зсуву  $\tau_w$ ;  $\rho_L$  – густина рідини;  $\Delta$  – середня висота виступів шорсткості обтічної поверхні;  $B$  – стала логарифмічного закону, що є функцією параметра  $\Delta u_* / \nu_L$ ;  $\nu_L$  – кінематичний коефіцієнт в'язкості рідини;  $k$  – емпірична стала Кармана.

Результати реалізованої на першому етапі дослідження спроби безпосереднього інтегрування формули (1) за товщиною водної плівки для визначення середньої швидкості та глибини водної плівки не збігаються з відомими експериментальними даними [12, 17]. Причина в тому, що формула (1) традиційно застосовувалася для опису розподілу швидкості в турбулентних приміжових шарах, товщина яких  $h$  значно перевищує середню висоту виступів рельєфу шорстких поверхонь  $\Delta$  [16], тоді як для шару стоку з ЗПС висота  $\Delta$  є сумірною, а в деяких випадках значно перевищує товщину водної плівки  $h$ . Отже, для такої течії значна частина шару води рухається між елементами шорсткості. Тому, крім опису впливу шорсткості поверхні на розподіл швидкості формулою (1), слід врахувати також ефект захаращення потоку елементами шорсткості. У праці [18] для моделювання цього ефекту введено коефіцієнт захаращення  $\beta$ , визначений як відношення відкритої для потоку частини площі поверхні всередині шорсткості до площі повної поверхні.

Адаптуємо цей підхід для моделювання течії частини шару стоку всередині шару шорсткості, який має той самий порядок, що й товщина зсувного потоку. За компактного розташування елементів шорсткості поблизу їх основи  $\beta \rightarrow 0$ , а на вершинах  $\beta \rightarrow 1$ . У загальному випадку для визначення залежності  $\beta$  від координати  $y$  уведемо таку функцію

$$\beta = \left( \frac{y}{\Delta} \right)^p, \quad (2)$$

де  $p$  – показник степеня, що враховує характер зміни поперечних розмірів елементів шорсткості по їхній висоті.

Урахування ефекту захаращення поблизу основ бугорків шорсткості приводить до нефізичних результатів відносно розподілу напруження тертя  $\tau$  за  $y \rightarrow 0$ . З цієї причини, а також у зв'язку з втратою справедливості формулою (1) за  $y \rightarrow 0$  вважатимемо справедливим припущення, що товщина шару стоку  $h$  визначатиметься лише його логарифмічною ділянкою, яка починається на деякій відстані  $y_s$  від основи елементів шорсткості. Розподіл швидкості за  $y < y_s$  апроксимуватимемо лінійною функцією:

$$u = u_s \frac{y}{y_s}, \quad (3)$$

де  $u_s$  визначається за  $y = y_s$ . Можливість такого підходу обумовлена як важкістю достовірного визначення для реальних поверхонь розташування площини, яку слід вважати основою елементів шорсткості, так і сильною загальмованістю течії біля неї внаслідок значного захаращення.

Спрощене рівняння руху в'язкої рідини без урахування захаращення, в якому враховано дію сили тяжіння і знехтувано конвективними складовими та дифузійним членом у напрямку розвитку течії, може бути подано у вигляді

$$\frac{1}{\rho_L} \frac{d\tau}{dy} = -g \sin i, \quad (4)$$

де  $\tau$  – дотичне напруження в шарі стоку.

Застосування (4) з урахуванням зроблених вище припущень справедливе для вже усталеної ділянки течії, яка за даними [19] починається на відстані  $L = 50\bar{h}$  від початку стоку ( $\bar{h}$  – середня глибина шару стоку). Крім того, рівняння (4) строго справедливо для частини шару стоку над шорсткістю і приблизно справедливо в частині шару стоку між елементами шорсткості, де захаращення ще не значне, тобто за  $y_s < y < \Delta$ .

Інтегрування (4) спільно з граничною умовою на зовнішній межі стоку  $\tau = 0$  за  $y = h + y_s$  дозволяє знайти розподіл  $\tau(y)$  у вигляді

$$\tau = \rho_l g(\sin i) h \left(1 - \frac{y - y_s}{h}\right) \quad (5)$$

За  $y = y_s$  з (5) визначимо найбільше значення  $\tau$  для шару стоку  $\tau_s = \rho_l g(\sin i) h$ .

В області  $0 \leq y \leq y_s$  течія має істотно тривимірний характер, теоретичний опис якого зробити проблематично. У зв'язку із цим, а також ураховуючи малу товщину даної області, припустимо, що зміна  $\tau$  за її товщиною в межах  $0 \leq y \leq y_s$  відсутня. Таким чином, напруження тертя на поверхні  $\tau_w$  дорівнюватиме  $\tau_s$ , що дозволяє визначити динамічну швидкість так:

$$v_* = \sqrt{\tau_w / \rho_l} = \sqrt{gh \sin i} \quad (6)$$

Згідно зі сформульованими припущеннями схематично зобразимо розподіли швидкості  $u(y)$  та  $\tau(y)$  у шарі стоку та виділимо три характерні області досліджуваної течії, які відповідають таким умовам:  $0 < y \leq y_s$ ,  $y_s < y \leq \Delta$ ,  $\Delta < y \leq h + \Delta$  (рис. 1).

Шляхом інтегрування формули Буссінеска  $\tau_{yz} = \rho_l v_{yz} \frac{du}{dy}$  в області  $y_s < y < h$ , де турбулентна в'язкість  $v_{yz}$  значно перевищує молекулярну ( $v_{yz} \gg v_l$ ), нехтуючи останньою і задаючи кінематичний коефіцієнт турбулентної в'язкості відповідно до відомих алгебраїчних підходів напівемпіричного моделювання пристійної турбулентності [119, 121] виразом  $v_{yz} = kv_* u$ , а для опису турбулентних напружень, застосовуючи (6), одержуємо формулу для розподілу швидкості

$$\frac{u}{v_*} = \frac{1}{k} \ln \frac{y}{\Delta} - \frac{y}{hk} + \frac{y_s}{hk} \ln \frac{y v_*}{v_l} + B \quad (7)$$

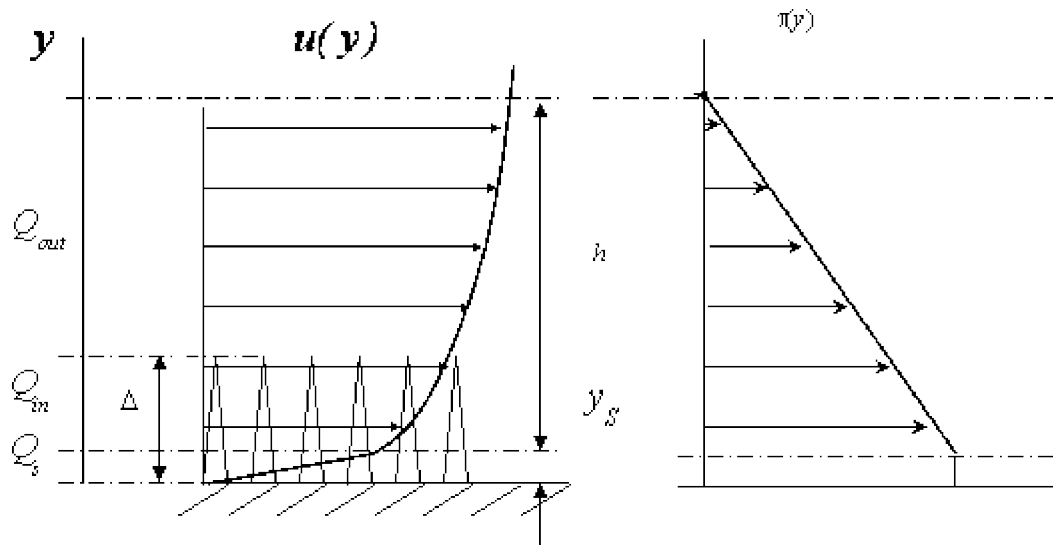


Рис. 1. Схематизація розподілів швидкості  $u(y)$  та напруження тертя  $\tau(y)$  у шарі стоку

Формула (7) враховує змінність  $\tau$  за глибиною шару плівки рідини, тому для виконання цього завдання віддамо перевагу їй, а не (1). Саме формула (7) використовується надалі для опису розподілу швидкості за  $y_s \leq y \leq h$ . Середню за товщиною швидкість течії визначатимемо так:

$$v_{\text{ср}} = \frac{Q}{h + y_s} \quad (8)$$

де  $Q$  – об'ємна витрата рідини через поперечний перетин шару стоку одиничної ширини, що визначається як сума витрат у визначених вище його характерних областях, а саме

$$Q = Q_s + Q_m + Q_{out}, \quad (9)$$

де  $Q_s$  – витрата рідини в області  $0 < y < y_s$ ;  $Q_m$  – витрата в області  $y_s < y \leq \Delta$ ;  $Q_{out}$  – витрата в частині шару стоку, що перебуває вище шорсткості  $\Delta < y \leq h + \Delta$ .

Знайдемо  $Q_s$ , виконавши інтегрування формули (3), помноженої на коефіцієнт захаращення глибиною шару стоку в області  $0 < y < y_s$ , тобто

$$Q_s = \int_0^{y_s} \beta u \phi y, \quad (10)$$

де  $\beta = \left(\frac{y}{\Delta}\right)^p$ . Під час визначення  $Q_m$  можливо два випадки. У першому випадку вся водна плівка перебуває нижче за верхню межу шорсткості  $\Delta$ , тоді як у другому випадку частина шару стоку перебуває вище за цю межу. Визначимо  $Q_m$ , інтегруючи формулу (7), помножену на коефіцієнт захаращення  $\beta$  глибиною шару стоку в областях  $y_s < y \leq h + y_s$  – для першого випадку ( $Q_{m1}$ ),  $y_s < y \leq \Delta$  – для другого випадку ( $Q_{m2}$ ).

$$\begin{aligned} Q_{m1} &= \frac{\beta_{(h+y_s)} (h+y_s)}{p+1} \left[ \frac{1}{k} \left( \ln \frac{h+y_s}{\Delta} - \frac{1}{p+1} \right) + \right. \\ &+ \left. \frac{1}{kh} \left\{ y_s \left( \ln \frac{(h+y_s) v_*}{v_l} - \frac{1}{p+1} \right) - (h+y_s) \frac{p+1}{p+2} \right\} + B \right] - \\ &- \frac{y_s \beta_{(y_s)}}{p+1} \left[ \frac{1}{k} \left( \ln \frac{y_s}{\Delta} - \frac{1}{p+1} \right) + B + \frac{1}{kh} \left\{ y_s \left( \ln \frac{y_s v_*}{v_l} - \frac{1}{p+1} \right) - y_s \frac{p+1}{p+2} \right\} \right], \\ Q_{m2} &= \frac{\beta_{(\Delta)} \Delta}{p+1} \left[ -\frac{1}{k(p+1)} + \frac{1}{kh} \left\{ y_s \left( \ln \frac{\Delta v_*}{v_l} - \frac{1}{p+1} \right) - \Delta \frac{p+1}{p+2} \right\} + B \right] - \\ &- \frac{y_s \beta_{(\Delta)}}{p+1} \left[ \frac{1}{k} \left( \ln \frac{y_s}{\Delta} - \frac{1}{p+1} \right) + B + \frac{1}{kh} \left\{ y_s \left( \ln \frac{y_s v_*}{v_l} - \frac{1}{p+1} \right) - y_s \frac{p+1}{p+2} \right\} \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Об'ємну витрату в частині шару водної плівки, що перебуває вище за шорсткість  $Q_{out}$ , визначимо безпосередньо інтегруванням формули (3) за товщиною течії в області  $\Delta < y \leq h + y_s$ .

$$\begin{aligned} Q_{out} &= (h+y_s) \left[ \frac{1}{k} \left( \ln \frac{h+y_s}{\Delta} - 1 \right) + B \right] + \frac{h+y_s}{hk} \left[ y_s \left( \ln \frac{(h+y_s) v_*}{v_l} - 1 \right) - \right. \\ &- \left. \frac{h+y_s}{2} \right] - \Delta \left[ B - \frac{1}{k} \right] - \frac{\Delta}{hk} \left[ y_s \left( \ln \frac{\Delta v_*}{v_l} - 1 \right) - \frac{\Delta}{2} \right]. \end{aligned} \quad (12)$$

Витрата  $Q_{out}$  розраховується тільки для другого випадку, а в першому випадку вважається, що  $Q_{out} = 0$ .

З урахуванням запропонованої структури течії товщину шару стоку  $h$  можна визначити з інтегральної форми рівняння нерозривності, що описує баланс витрат в шарі стоку

$$(h+y_s) v_{сп} = aL \quad \text{або} \quad h = \frac{aL}{v_{сп}} - y_s, \quad (13)$$

де  $a$  – інтенсивність опадів.

Для остаточного замикання розробленої моделі течії водної плівки на шорсткій поверхні слід визначити значення величин  $k$ ,  $y_s$ ,  $B$ ,  $p$ . Сталу  $k$  відповідно до результатів [20] вважаємо  $k = 0,45$ . Відмінність обраного значення від загальноприйнятих  $k = 0,4 - 0,41$  пояснюється особливостями формування водної плівки, викликаними збуджуючими впливами шорсткості та крапель дощу. Значення  $y_s$  визначається по-різному. Проте за значного діапазону висот шорсткості, для якого розроблялася математична модель, найістотніше та

найдоцільніше визначити величину  $J_s$  пропорційною  $\Delta$ . Прийнятні результати дає підхід до визначення  $J_s$  як висоти, на яку зменшується товщина шару рідини всередині шорсткості, якщо знехтувати захаращенням елементами шорсткості шару водної плівки. У цьому разі залежність  $J_s = f(\Delta)$  задається виразом

$$J_s = \frac{P}{P+1} \Delta \quad (14)$$

Стала логарифмічного закону  $B$  визначається як функція параметра  $\Delta u_* / v_*$ , причому вигляд цієї функції залежить від виду шорсткості. Оскільки різні види покриття, використовувані в дорожньому та аеродромному будівництві, мають дуже різну структуру шорсткості, а також через відсутність експериментальних даних з розподілу локальної швидкості водної плівки, проведено обчислювальний експеримент. Мета цього експерименту полягала у виборі виду залежності  $B = f(\Delta u_* / v_*)$ , а також у визначенні показника степеня  $P$ , який найкраще відповідає течіям на певних покриттях. Основа обчислювального експерименту – це описана вище математична модель, експериментальні дані із середньої швидкості стоку Л. Т. Абрамова для цементобетонних покриттів ( $\Delta = 0,3$  мм) [16], а також експериментальні та розрахункові результати ІСАО за товщиною шару стоку на бетонних покриттях ( $\Delta = 0,3$  мм) [12]. За результатами обчислювального експерименту найкраща відповідність розрахунків експериментальним даним досягається, якщо  $P = 0,3$  і залежність  $B = f(\Delta u_* / v_*)$  має вигляд

$$B = 5,75 + 2,75 \ln \frac{\Delta u_*}{v_*} \quad (15)$$

Розглянемо докладніше структуру і властивості цієї формули. З її структури випливає, що за малих значень  $\Delta u_* / v_*$  аргумент гіперболічного тангенса буде також малий, що дозволяє, використовуючи асимптотичні властивості функції  $\ln$ , спростити (15) до

$$B = 5,75 + 2,75 \ln \frac{\Delta u_*}{v_*}$$

Одержана формула за значеннями коефіцієнтів близька до виразу

$$B = C + \frac{1}{k} \ln \frac{\Delta u_*}{v_*},$$

яке за його використання для визначення постійної логарифмічного закону  $B$  у рівнянні (1) приведе до

$$\frac{u_*}{v_*} = \frac{1}{k} \ln \frac{J_s v_*}{v_*} + C,$$

що відповідає режиму гідродинамічної гладкості обтічної поверхні. У цих формулах  $\Delta$  – усталений діапазон значень константи логарифмічного закону під час турбулентного обтікання гладкої поверхні.

За великих величин  $\Delta u_* / v_*$  значення  $B$  відповідно до рівняння (15) перестане змінюватися і стає  $B = 8,5$ . Ця ситуація відповідає виходу на автомобільний (розвинений) режим впливу шорсткості [17, 20].

Таким чином, формула (15) коректно описує фізичний прояв асимптотичних властивостей впливу шорсткості як за малих, так і за великих значень приведеної до масштабу закону стінки її висоти  $\Delta u_* / v_*$ . Разом з тим визначення залежності  $B = f(\Delta u_* / v_*)$  у вигляді (15) обумовлено тим, що спроби використання апроксимацій відповідних даних як для піщаної щільноупакованої, так і для технічної шорсткості [17, 20] (рис. 2) не привели до прийнятної точності одержуваних результатів.

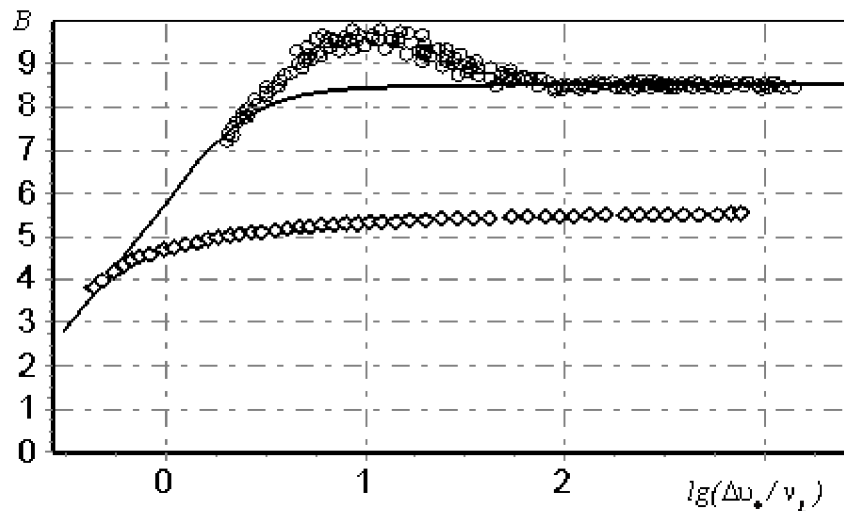


Рис. 2. Порівняння експериментальних залежностей  $B(\Delta u_* / v_*)$  для піщаної щільноупакованої (кола) та технічної (ромби) шорсткості поверхні [20] з розрахунком за формулою (15) (лінія)

Наведене на рис. 2 зіставлення демонструє, що формула (15) щодо прояву впливу піщаної щільноупакованої шорсткості модифікує лише область, яка відповідає перехідному від гідродинамічної гладкості до автотурбулентності режиму, усуваючи немонотонність залежності  $B = f(\Delta u_* / v_*)$  на цій ділянці. Необхідність проведеної модифікації дозволяє припустити, що для широкого діапазону умов формування шару стоку дощових опадів з похилих штучно шорстких поверхонь реалізується саме перехідний режим прояву шорсткості. Таким чином, визначення залежності  $B = f(\Delta u_* / v_*)$  повністю завершує розробку математик-

ної моделі шару стоку, яка є набором формул (3)–(15). Зважаючи на громіздкість одержаних формул, зупинимося докладніше на питанні побудови процедур розрахунку для різних практично актуальних розрахункових випадків.

Формули (8)–(15) утворюють систему трансцендентних нелінійних рівнянь, розв'язання якої дає можливість визначити значення товщини  $h$  і середньої швидкості  $u_{\text{ср}}$  водної плівки за заданих значень  $a$ ,  $L$  та  $i$ .

Розв'язок цієї системи можна одержати методом ітерацій. У разі потреби знаходження  $u_{\text{ср}}$  за заданого значення  $h$  розрахункова процедура спрощується і зводиться до розв'язання рівняння (8) спільно з виразами (9)–(12), (14), (15), в які входить  $h$ . Вирази (3) і (7) описують розподіл швидкості в шарі водної плівки, а за (5) розраховується розподіл дотичного напруження за товщиною шару стоку.

Описані вище алгоритми розрахунків було реалізовано як відповідні програми для швидкого виконання розрахунків характеристик шару стоку. Це, у свою чергу, дозволяє перейти до розгляду питань, пов'язаних з тестуванням моделі шляхом порівняння розрахованих на її основі характеристик шару стоку з експериментальними і розрахунковими результатами інших авторів.

*Результати тестування моделі течії в шарі стоку.* На рис. 3 (лінія 1) подано результати розрахунків середньої швидкості течії в шарі стоку  $u_{\text{ср}}$  залежно від її товщини  $h$  за розробленою вище моделлю у вигляді формул (8)–(15), які порівнюються з розрахунками за рядом відомих емпіричних формул [21–27], а саме:  $u_{\text{ср}} = 0,381(\sin i)^{0,47} h^{0,87}$  (лінія 2); Манінга  $u_{\text{ср}} = h^{1/3} \sqrt{i/n}$  (лінія 3); Павловського  $u_{\text{ср}} = C \sqrt{hi}$ ,  $C = h^2/n$ ,  $y = 2,5\sqrt{h} - 0,75\sqrt{h} - 0,13$  (лінія 4); Агроскіна  $u_{\text{ср}} = C \sqrt{hi}$ ,  $C = 1/n + 17,72 \lg h$  (лінія 5); Бурке  $u_{\text{ср}} = 472,6 h i^{0,4}$  (лінія 6); Альтшуля  $u_{\text{ср}} = C \sqrt{hi}$ ,  $C = 25[h/((80n)^4 + 0,025/\sqrt{hi})]^{1/4}$  або  $C = 24 \lg[2h/(\Delta + 0,036/\sqrt{hi})]$  (лінії 7, 8); Полякова  $u_{\text{ср}} = C \sqrt{hi}$ ,  $C = h^2/n$ ,  $y = 3,9 n^{0,75}$  (лінія 9); Гончарова  $u_{\text{ср}} = 23,9(h/\Delta)^{0,3} \sqrt{hi}$  (лінія 10); для умов, що відповідали експериментам Абрамова (ухил обтічної поверхні  $i = 0,01$  середня висота виступів шорсткості поверхні  $\Delta = 0,3$  мм) (кола) [16]. Тут  $n$  – гідралічний коефіцієнт шорсткості, який для зазначених вище умов  $n = 0,012$ ,  $C$  – коефіцієнт Шезі. З проведеного порівняння видно, що результати розрахунків за розробленою моделлю лежать у межах розкиду розрахункових даних, одержаних за іншими формулами, але водночас демонструють наявність систематичної похибки  $u_{\text{ср}}$  відносно до

використаних експериментальних даних. Завищені щодо розрахованих експериментальні значення можуть бути пояснені як доволі грубим наближенням методом визначення середньої швидкості (використання кульок-індикаторів і поплавків), так і тим, що вимірювання таким способом здійснювалися лише в шарі стоку, який перебував над верхньою межею шорсткості, де локальні значення швидкості перевищують її середнє значення. Крім того, варто зазначити суттєву перевагу розробленої моделі перед іншими гідравлічними залежностями, що полягає в більшому рівні теоретичного підґрунтя, яке дає можливість урахувати ефекти в'язкої взаємодії потоку та складного рельєфу обтічної поверхні й особливості формування процесів турбулентного обміну в досліджуваній течії, а також отримувати не лише інтегральні, а й локальні характеристики розвитку течії. Зокрема, розраховані на підставі (3, 7, 15) профілі швидкості для різних значень товщини шару стоку  $h$  для розглянутих вище умов експерименту Абрамова подано на рис. 4.

Урахування зазначених чинників, а також несуперечливості поведінки побудованої залежності  $v_{\text{ср.}}(h)$  щодо експериментальних даних і прикладів застосування використаних емпіричних формул дозволяють кваліфікувати отримані результати розрахунків як цілком задовільні, а розроблену математичну модель (8)–(15) – як теоретично довершенішу і перспективнішу з позицій подальшого вдосконалення та розвитку.

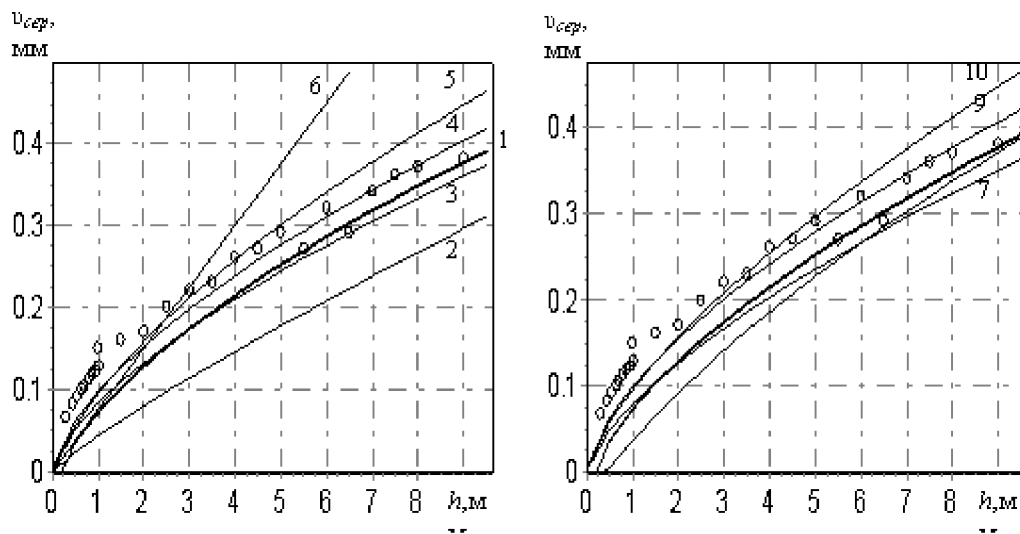


Рис. 3. Порівняння розрахованої за розробленою математичною моделлю залежності  $v_{\text{ср.}}(h)$  з результатами обчислень за емпіричними залежностями деяких авторів та експериментальними даними Абрамова [16]

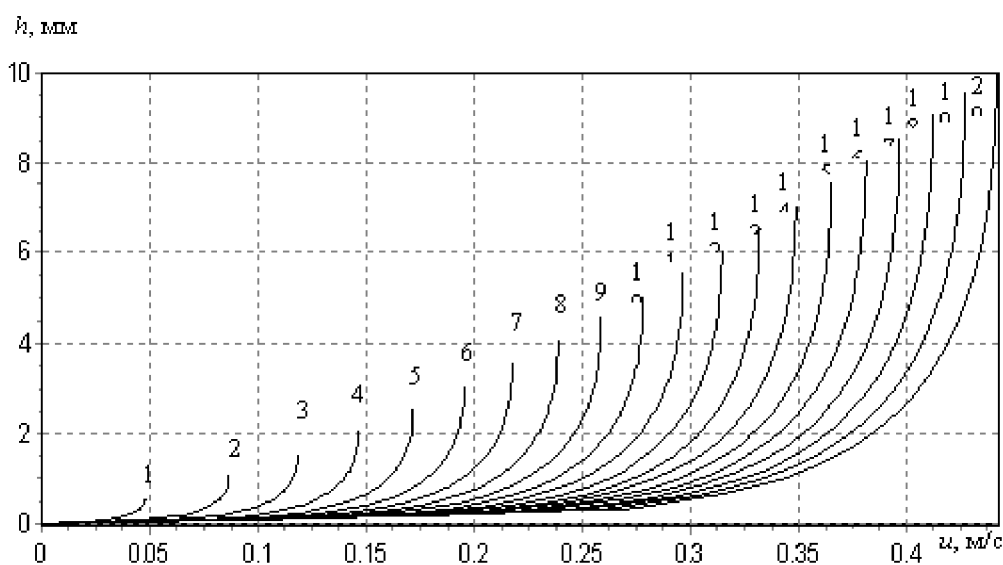


Рис. 4. Профілі швидкості  $u(y)$  для різних значень висоти шару стоку  $h$ , мм: 0,5 – (1); 1 – (2); 1,5 – (3); 2 – (4); 2,5 – (5); 3 – (6); 3,5 – (7); 4 – (8); 4,5 – (9); 5 – (10); 5,5 – (11); 6 – (12); 6,5 – (13); 7 – (14); 7,5 – (15); 8 – (16); 8,5 – (17); 9 – (18); 9,5 – (19); 10 – (20)

**Висновки.** Розроблена модель течії шару стоку з похилої штучно шорсткої плоскої поверхні теоретично обґрунтованіша, ніж відомі підходи, оскільки заснована на використанні спрощених рівнянь руху в'язкої рідини, напівемпіричної теорії пристінної турбулентності, універсального логарифмічного розподілу швидкості за товщиною течії, детального врахування захарашення потоку шаром шорсткості, причому містить параметри, що враховують не лише середню висоту елементів шорсткості, але і їхню форму. Це робить модель придатною для різноманітних практичних застосувань за деякого ускладнення розрахункових формул, що компенсується простотою програмної реалізації останніх.

Запропонована математична модель інформативніша, оскільки дає можливість розрахувати розподіл швидкостей і напружень тертя за товщиною течії.

Найістотніша перевага розробленої математичної моделі – можливість її узагальнення на складніший практично вагомий розрахунковий випадок, пов'язаний з урахуванням впливу вітру на формування шару стоку дощових вод з похилої шорсткої поверхні, що буде пріоритетом у подальших дослідженнях авторів.

#### Література

1. Сертифікаційні вимоги до цивільних аеродромів України : наказ Державіаслужби від 17.03.2006 № 201. – Режим доступу : [www.avia.gov.ua/uploads/documents/7475.doc](http://www.avia.gov.ua/uploads/documents/7475.doc).
2. Руководство по сертификации аэродромов / Doc 9774 ICAO. – Монреаль : ICAO, 2006.
3. Аэродромы. Конвенция про міжнародну цивільну авіацію. – 5-те вид. – ICAO, 2009. – Т. 1, дод 14.
4. Руководство по проектированию аэродромных покрытий : 01.01.1983. – М. : ГПИ и НИИ ГА. – 307 с.
5. СНиП П-47-80 Аэродромы / Госстрой СССР. – М. : ЦИТП Госстроя СССР, 1980. – 59 с.
6. Руководство по проектированию аэродромов : Часть 3. Покрытия. – 2-ое изд. (Doc 9157-AN/901). – Монреаль : ICAO, 1983. – 359 с.
7. Руководство по аэропортовым службам. Состояние поверхности покрытия : Часть 2. Состояние поверхности покрытия. – 4-ое изд. (Doc 9137 - AN/898). – Монреаль : ICAO, 2002.
8. Дитенбергер М. А. Реконструкция условий авиакатастрофы в Новом Орлеане / М. А. Дитенбергер, П. А. Хейнс, Дж. К. Луэрс // Аэрокосм. техн. – 1976. – № 5. – С. 3–5.
9. Шибанов Г. П. Оценка безопасности полетов ЛА с использованием рейтинговой шкалы Купера-Харпера / Г. П. Шибанов // Проблемы безопасности полетов. – ВИНТИ, 1993. – № 9. – С. 44–48.
10. Weener E. F. Key elements of accident avoidance / E. F. Weener // World Aerosp. Technol. 91: Int. Rev. Aerosp. Des and Dev. – London, 1991. – P. 35–38.
11. Соколов В. С. Современные проблемы проектирования, строительства и эксплуатации аэродромов (по материалам ICAO) / В. С. Соколов, А. П. Виноградов. – М., 1976. – 28 с.
12. Международная организация гражданской авиации : Восьмая аэронавигационная конференция. – Рабочий документ AN Conf /8-WP/33 от 16.01.1974. – 4 с.
13. Дейч М. Е. Газодинамика двухфазных сред / М. Е. Дейч, Г. А. Филиппов. – М. : Энергоиздат, 1981. – 470 с.
14. Каминер А. А. Гидромеханика в инженерной практике / А. А. Каминер, О. М. Яхно. – К. : Техника, 1987. – 175 с.
15. Бояджиев Х. Массоперенос в движущихся пленках жидкости / Х. Бояджиев, В. Бешков. – М. : Мир, 1988. – 136 с.
16. Немчинов М. В. Сцепные качества дорожных покрытий и безопасность движения автомобилей / Немчинов М. В. – М. : Транспорт, 1985. – 231 с.
17. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М. : Наука, 1974. – 711 с.
18. Тейлор Р. П. Расчет турбулентного поверхностного трения на шероховатой стенке методом дискретных элементов / Р. П. Тейлор, Х. В. Коулман, Б. К. Ходж // Теоретические основы инженерных расчетов. – 1985. – № 2. – С. 163–170.
19. Леви И. И. Моделирование гидравлических явлений / Леви И. И. – Л. : Энергия, 1967. – 235 с.
20. Михайлов В. Н. Влияние шероховатости корпуса судна на сопротивление воды / В. Н. Михайлов, Г. Н. Ткачук. – Л. : Судостроение, 1971. – 152 с.
21. Querneigung und Fahrsicherheit : Mogliche Einflusse der nevativen Querneigung // Institut fur Strapenund Verkehrswesen der Teschnischen Universitat. – Berlin, 1974. – 173 Н.
22. Справочник по гидравлике / Большаков В. А., Константинов Ю. М., Попов В. Н. и др. – К. : Вища шк., Головное изд., 1984. – 343 с.
23. Альтшуль А. Д. Гидравлические сопротивления. – М. : Недра, 1982. – 224 с.
24. Штеренлихт Д. В. Гидравлика. – М. : Энергоатомиздат, 1984. – 640 с.
25. Примеры гидравлических расчетов : учеб. пособие для ВУЗов / Константинов Н. М., Петров Н. А., Александров В. А. и др. – М. : Транспорт, 1987. – 440 с.
26. Поляков А. В. Водоотвод и дренаж на аэродромах / А. В. Поляков // ЛВИКА. – Л. : ЛВИКА им. А. Ф. Можайского, 1966. – 471 с.
27. Burke K. E. A. Road geometry as it affects surface drainage-Pavement surface drainage / K. E. A. Burke / Pavement surface drainage sumposium Sydney, 1980. – P. 1–19, 42–62.