



ISSN 2411-6602 (Online)

ISSN 1607-2855 (Print)

Том 14 • № 1 • 2018 С. 35 – 41

<https://doi.org/10.18372/2411-6602.14.05>

УДК 528.2

## Апробація методу побудови моделі глобального гравітаційного поля з недиагональною матрицею нормальних рівнянь на основі аномалій сили тяжіння DTU10

О.М. Марченко, Ю.О. Лук'янченко\*

Національний університет «Львівська політехніка», 79013, м. Львів, вул. С. Бандери, 12

*У роботі розглянуто підхід щодо моделювання глобального гравітаційного поля з використанням недиагональної матриці нормальних рівнянь. Використано ортогональні властивості, які виникають внаслідок рівномірного розташування даних на сферичній поверхні. Розглянуто два випадки розташування даних: у вершинах трапеції та для центральних значень трапецій, а також відповідні ортогональні властивості цим випадкам. Застосовано метод розділення матриці нормальних рівнянь на декілька менших лінійно незалежних матриць, внаслідок чого було визначено окремі групи гармонічних коефіцієнтів парних та непарних порядків і ступенів. Це дало змогу розпаралелити процес обчислень, що значно скоротило час виконання даної роботи. Такий підхід може бути рекомендовано для науковців, що займаються моделюванням гравітаційного поля і не мають доступу до потужних обчислювальних кластерів, або при побудові моделей надвисоких ступенів. Такий підхід до визначення гармонічних коефіцієнтів значно розширює сферу науковців, які б могли займатись даним питанням. Побудовано три моделі глобального гравітаційного поля Землі 180, 360 та 720 ступенів з використанням регулярних сіток  $30' \times 30'$ ,  $30' \times 30'$  та  $9' \times 9'$  відповідно. Отримані моделі було порівняно з моделлю EGM2008 у рамках спектральних амплітуд, які були побудовані для кожного ступеня моделі гравітаційного поля Землі та представлені для сигналу моделі, різниць двох сигналів порівнюваних моделей та накопичення таких різниць. На основі отриманих гармонічних коефіцієнтів відтворено аномалії сили тяжіння та порівняно їх із первинними наборами. Обчислено стандартні відхилення різниць первинних та обчислених аномалій, які склали 13,21 мГал, 5,36 мГал та 7,52 мГал для моделей 180, 360 та 720 ступенів відповідно. Обчислено одиницю ваги середньої квадратичної похибки та коваріаційну матрицю, на основі яких виконано апостеріорну оцінку точності отриманих моделей. Показано, що за даними аномалій DTU10 можна побудувати модель глобального гравітаційного поля Землі до 550 ступеня/порядку.*

**Ключові слова:** моделювання глобального гравітаційного поля; аномалії сили тяжіння; метод найменших квадратів.

### 1. ВСТУП

На сьогоднішній день розвиток моделей гравітаційного поля Землі набирає все більших обертів. Це підтверджується появою великої кількості таких моделей протягом останніх років. Запуск все більшої кількості супутникових місій став основною причиною такого бурхливого розвитку моделей гравітаційного поля Землі. Таким чином, для науковців ставали все більш доступними не тільки виміри орбіт різноманітних супутників, але й з'явилися нові типи вимірів, що давали змогу моделювати гравітаційне поле Землі. Спочатку нові виміри були забезпечені за допомогою альтиметричних супутникових місій, які дали змогу відстежувати поверхню Світового океану, яка, як відомо, дуже тісно зв'язана з поверхнею геоїда. З подальшим розвитком технологій з'явилися супутникові місії класу LEO, а саме CHAMP, GRACE та GOCE, висота орбіти цих супутників була меншою за 1000 км.

Такий великий вплив нових даних суттєво прискорив розвиток моделей гравітаційного поля Землі, як в плані їх точності, так і роздільної здатності. Варто зазначити, що зі збільшенням ступеня моделі кількість її коефіцієнтів зростає як квадратична функція. Даний аспект мало враховувався, коли будувалися перші моделі за супутниковими даними. Оскільки тоді можна було визначати довгі довжини хвилі, що не перевищувало 100 ступеня. В такому випадку розв'язання системи нормальних рівнянь із близько 10 000 невідомих не складало великих проблем, хоча і були свої особливості [1, 4–7]. Так, наприклад, перед початком обчислювального процесу всі дані приводяться на сферичну поверхню, яка близька до поверхні Землі. Таким чином, кількість аргументів зводилась до двох (широта і довгота), а радіус-вектор ставав постійною величиною. Продовження вверх такої моделі не складало ніяких проблем оскільки було однозначним і виконувалось за умов гармонічності функції. Саме з цих причин, переважно, завжди вхідна інформація розташовується у вигляді регулярної сітки на сферичній поверхні.

Добре відомо, що гравітаційний потенціал розкладається в ряд за сферичними функціями, при яких стоять гармонічні коефіцієнти. Коефіцієнти певного ступеня відповідають певній півдовжині хвилі. Також відомо, що із збільшенням висоти еквіпотенціальної поверхні стає все більше подібна на сферу.

\* Лук'янченко Юрій Олександрович; ✉ [yurii.o.lukianchenko@lpnu.ua](mailto:yurii.o.lukianchenko@lpnu.ua)

Тобто можна сказати, що чим вище від Землі виконуються виміри, тим менше в них присутня високочастотна складова. Саме з цих причин дані про орбіти супутників використовують для визначення коефіцієнтів низьких ступенів, а наземні виміри краще підходять для визначення низькочастотної складової. Однак не можна сказати, що краще виконувати виміри на земній поверхні чи на супутниковій орбіті. Виміри, виконані вздовж супутникової орбіти, позбавлені шуму, що створюють топографічні маси, але не можуть бути використані для визначення високочастотної складової. Із наземними вимірами все навпаки, вони можуть бути використані для визначення високочастотної складової, однак на них впливають суттєво топографічні маси, і, що більш важливо, тут є великі проблеми із рівномірним глобальним покриттям всієї планети. Оптимальним рішенням цієї проблеми стала супутникова місія GOCE, виміри якої є майже позбавлені впливу топографічних мас і водночас досить низька висота орбіти супутника (250 км) дозволяє вловлювати не тільки низькочастотну складову. Супутникові гравітаційні градієнти, отримані з місії GOCE, були використані для уточнення та побудови моделі гравітаційного поля Землі [12].

Такі події стали вирішальними у подальшому розвитку моделювання гравітаційного поля Землі. Сьогодні вчені намагаються використовувати якомога більше різномісних вимірів та конвертувати їх в набір даних певної трансформанти гравітаційного поля, який розташований на регулярній сітці на сферичній поверхні з радіусом, що близький до земного; наприклад, такими наборами є масив аномалій сили тяжіння у вільному повітрі DTU10 [2].

## 2. ОСОБЛИВОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ ГАРМОНІЧНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ

Перед початком розв'язання системи нормальних рівнянь необхідно привести інформацію на регулярну сітку. Варто зазначити, що точки регулярної сітки було зміщено на півкроку сітки від екватора, що має значення для подальшого використання ортогональних властивостей [13, 14].

Гармонічні коефіцієнти визначаються згідно класичного методу найменших квадратів [7–9]. Обчислення коваріаційної матриці (обертання матриці нормальних рівнянь) виконувалось за допомогою ортогональних властивостей, що дозволило отримати розріджену матрицю.

Оскільки елементи такої матриці обчислюються з використанням виразів, що містять процедуру сумування точок по паралелях і по меридіанах, то можна використати наступні властивості:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{2N} \cos(m_1 \lambda_i) \cos(m_2 \lambda_i) = (1 + \delta_{m_1 0} + \delta_{m_1 N}) N \delta_{m_1 m_2}, \\ \sum_{i=1}^{2N} \sin(m_1 \lambda_i) \sin(m_2 \lambda_i) = (1 - \delta_{m_1 0} - \delta_{m_1 N}) N \delta_{m_1 m_2}, \\ \sum_{i=1}^{2N} \sin(m_1 \lambda_i) \cos(m_2 \lambda_i) = 0, \end{cases}$$

коли точки зміщені на півкроку сітки від екватора (і розташовані рівномірно по паралелі). Варто зазначити, якщо сітка не має такого зміщення (центрально паралель такої сітки співпадає з екватором), тоді дані властивості набувають дещо іншого вигляду:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{2N} \cos(m_1 \lambda_i) \cos(m_2 \lambda_i) = (1 + \delta_{m_1 0} - \delta_{m_1 N}) N \delta_{m_1 m_2}, \\ \sum_{i=1}^{2N} \sin(m_1 \lambda_i) \sin(m_2 \lambda_i) = (1 - \delta_{m_1 0} + \delta_{m_1 N}) N \delta_{m_1 m_2}, \\ \sum_{i=1}^{2N} \sin(m_1 \lambda_i) \cos(m_2 \lambda_i) = 0, \end{cases}$$

( $\delta_{xy}$  — дельта Кронекера, при однакових індексах  $x = y$  вона рівна 1,  $\delta_{xy} = 1$ , при різних  $x \neq y$  вона рівна 0,  $\delta_{xy} = 0$ ). Схожі властивості також розглядалися рядом вчених [3, 6, 11].

Також існують властивості для приєднаних функцій Лежандра. Як відомо функції Лежандра є парними або непарними, отже для непарних функцій їх сума по меридіану буде рівна нулеві. В загальному ця властивість можна записати так:

$$\sum_{i=1}^N P_{n_1 m_1}(\cos \theta_i) P_{n_2 m_2}(\cos \theta_i) = 0, \quad \text{коли } (-1)^{n_1 + n_2 + m_1 + m_2} < 0.$$

Наведемо приклад матриці нормальних рівнянь для першого порядку:

$$\begin{pmatrix} X_{00} \sum_{s=1}^k R_{00}^s R_{00}^s & X_{01} \sum_{s=1}^k R_{00}^s R_{10}^s & X_{01} \sum_{s=1}^k R_{00}^s R_{11}^s & X_{01} \sum_{s=1}^k R_{00}^s S_{11}^s \\ X_{10} \sum_{s=1}^k R_{10}^s R_{00}^s & X_{11} \sum_{s=1}^k R_{10}^s R_{10}^s & X_{11} \sum_{s=1}^k R_{10}^s R_{11}^s & X_{11} \sum_{s=1}^k R_{10}^s S_{11}^s \\ X_{10} \sum_{s=1}^k R_{11}^s R_{00}^s & X_{11} \sum_{s=1}^k R_{11}^s R_{10}^s & X_{11} \sum_{s=1}^k R_{11}^s R_{11}^s & X_{11} \sum_{s=1}^k R_{11}^s S_{11}^s \\ X_{10} \sum_{s=1}^k S_{11}^s S_{00}^s & X_{11} \sum_{s=1}^k S_{11}^s S_{10}^s & X_{11} \sum_{s=1}^k S_{11}^s S_{00}^s & X_{11} \sum_{s=1}^k S_{11}^s S_{11}^s \end{pmatrix},$$

$$R_{nm}^s = P_{nm}(\cos \theta_s) \cos(m\lambda_s), \quad S_{nm}^s = P_{nm}(\cos \theta_s) \sin(m\lambda_s),$$

$X_{ij}$  — коефіцієнт, винесений за знак суми (для кожної із трансформант є різним).

Після використання даних властивостей можна зауважити, що ненульовими елементами матриці нормальних рівнянь є елементи, що містять добутки  $R_{n_1 m_1} R_{n_2 m_2}$  або  $S_{n_1 m_1} S_{n_2 m_2}$ . Більш того, для виконання цієї умови потрібно, щоб  $m_1 = m_2$  та щоб сума  $n_1 + n_2$  приймала парне значення, тобто  $(-1)^{n_1+n_2}$  або, іншими словами,  $n_1, n_2$  мають бути обидва парними або непарними. На рис. 1 приведемо структуру новоутвореної розрідженої матриці до 4-го ступеня після використання даних властивостей.

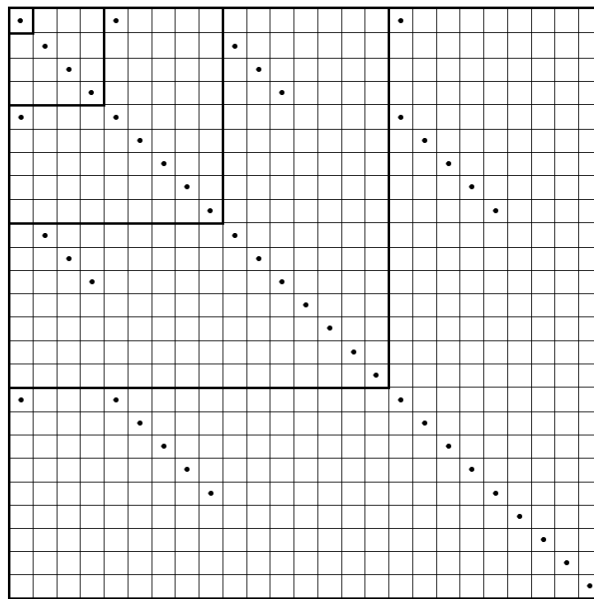


Рис. 1. Структура матриці нормальних рівнянь до 4-го ступеня, крапками позначено ненульові елементи

### 3. ПОБУДОВА МОДЕЛЕЙ ГРАВІТАЦІЙНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛІ НА ОСНОВІ ДАНИХ АНОМАЛІЙ СИЛИ ТЯЖІННЯ DTU10

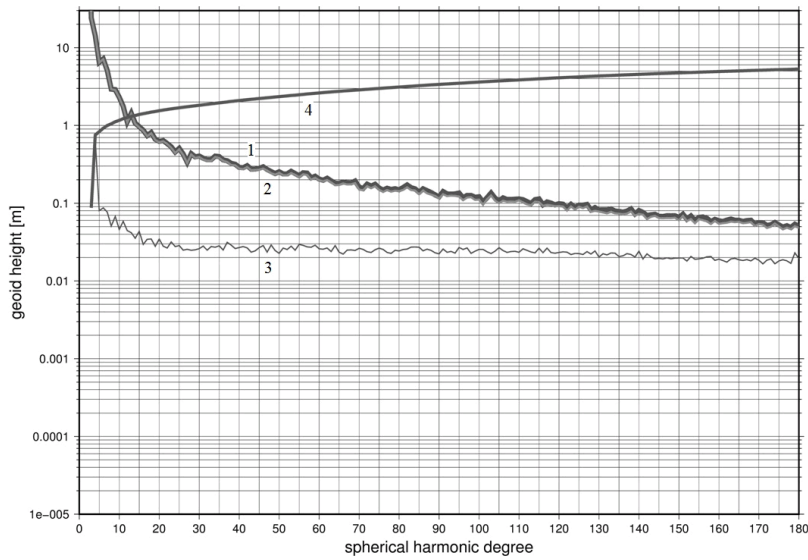
Вхідними даними для всіх побудов є набір аномалій сили тяжіння DTU10, розміщених на регулярній сітці  $2' \times 2'$ . На основі цих даних побудовано три моделі гравітаційного поля Землі (180, 360, 720 ступенів).

Для побудови моделі 180 порядку було використано регулярну сітку  $30' \times 30'$ , яку було утворено способом усереднення значень по трапеціях первинної регулярної сітки  $2' \times 2'$ . Така роздільна здатність може використовуватись для побудови моделі 180 ступеня згідно правила Найквіста. Використовуючи вище описаний алгоритм, було побудовано модель гравітаційного поля Землі у вигляді гармонічних коефіцієнтів  $C_{nm}$  та  $S_{nm}$ .

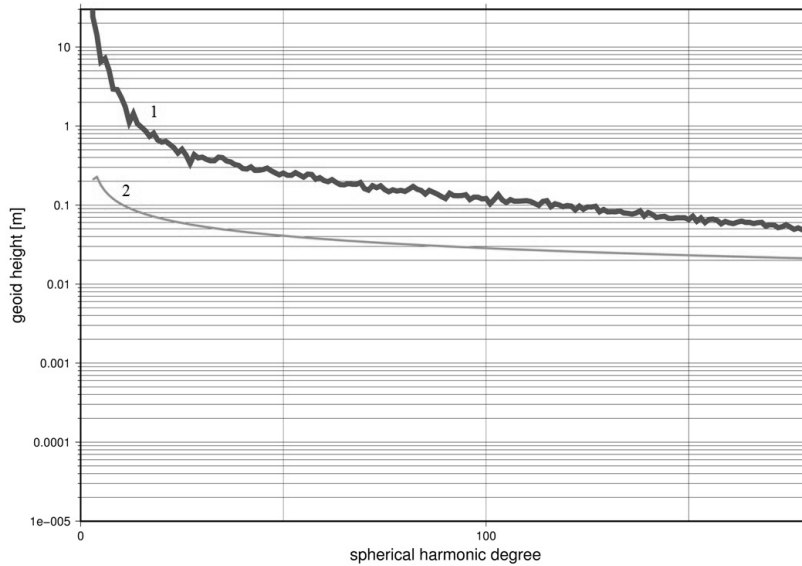
Для аналізу отриманої моделі було побудовано порядкові амплітуди отриманої моделі та порівняно її з EGM2008 (рис. 2).

Для обчислення апостеріорної оцінки точності необхідно обчислити одиницю ваги середньої квадратичної похибки  $\mu = \sqrt{\frac{\vec{v}^T \vec{v}}{n-k}} = 0,00014$ , де  $\vec{v}^T \vec{v}$  — сума квадратів похибок (похибки представлені у вигляді різниць на рис. 2),  $n = 259\,200$  — кількість вимірів,  $k = 32\,761$  — кількість необхідних вимірів (кількість невідомих коефіцієнтів). Порівняння отриманих коефіцієнтів та їх апостеріорної точності в рамках степеневих амплітуд показано на рис. 3.

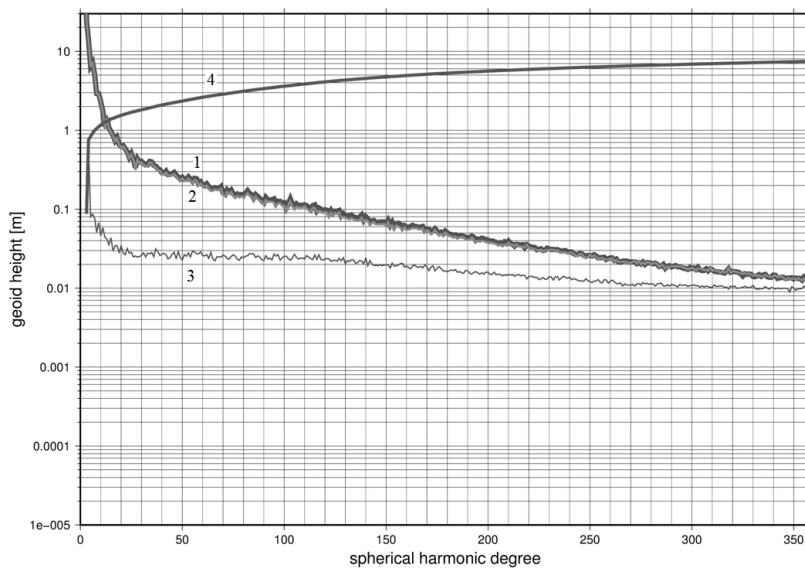
Для проведення оцінки точності отримана модель була використана для побудови аномалій сили тяжіння  $\Delta g$ , далі було отримано різниці аномалій первинного набору DTU10 та аномалій, побудованих за отриманою моделлю. Стандартне відхилення таких різниць становить 13,21 мГал.



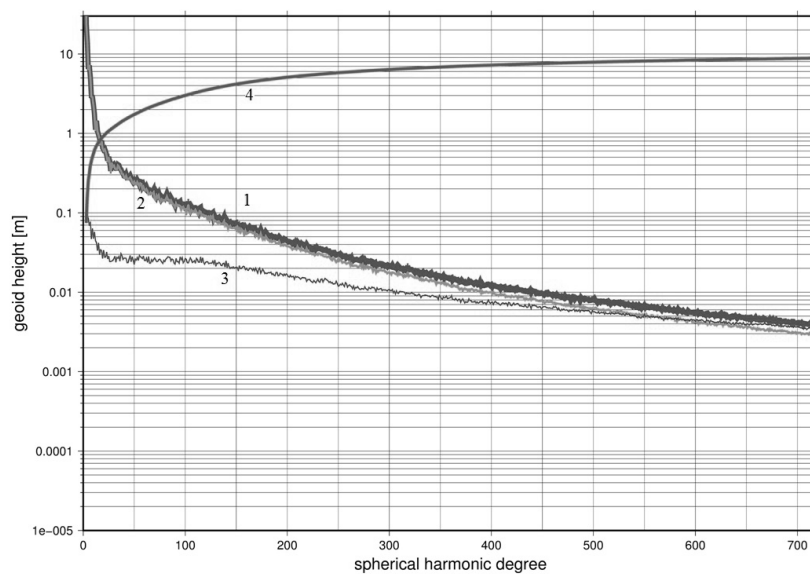
**Рис. 2.** Ступеневі амплітуди внеску у висоти геоїда: 1 — побудована модель 180-го ступеня; 2 — EGM 2008; 3 — різниці двох моделей; 4 — акумульовані різниці



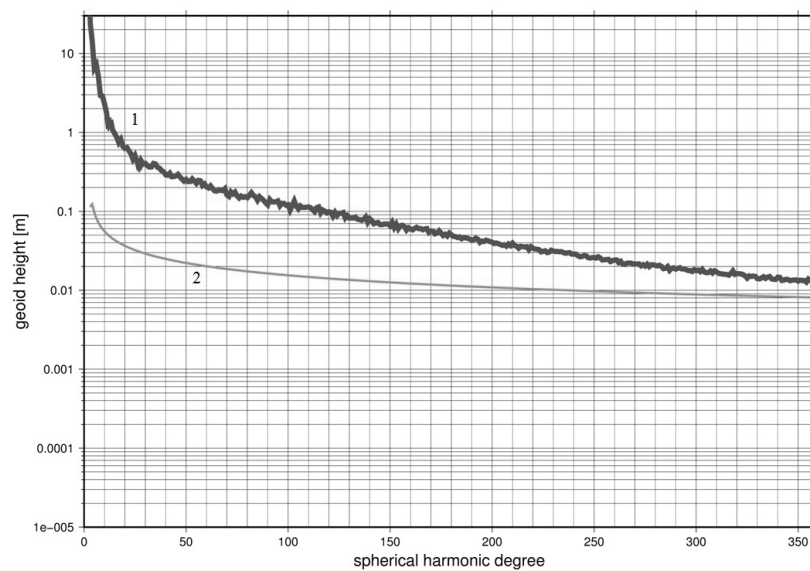
**Рис. 3.** Ступеневі амплітуди гармонічних коефіцієнтів 180-го ступеня (1) та їх апостеріорної оцінки точності (2)



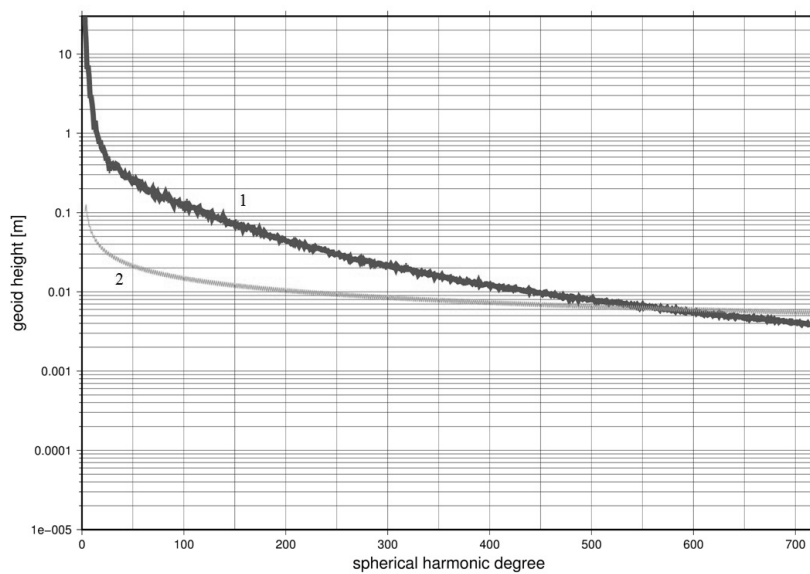
**Рис. 4.** Ступеневі амплітуди внеску у висоти геоїда: 1 — побудована модель 360-го ступеня; 2 — EGM 2008; 3 — різниці двох моделей; 4 — акумульовані різниці



**Рис. 5.** Ступеневі амплітуди внеску у висоти геоїда: 1 — побудована модель 720-го ступеня; 2 — EGM 2008; 3 — різниці двох моделей; 4 — акумульовані різниці



**Рис. 6.** Ступеневі амплітуди гармонічних коефіцієнтів 360-го ступеня (1) та їх апостеріорної оцінки точності (2)



**Рис. 7.** Ступеневі амплітуди гармонічних коефіцієнтів 720-го ступеня (1) та їх апостеріорної оцінки точності (2)

**Таблиця 1.** Порівняльна характеристика різниць аномалій сили тяжіння для різних порядків

Ступінь	Крок ґриду	Кількість точок	Кількість коефіцієнтів	$\Delta g(\text{DTU10}) - \Delta g(\text{модельне}), \text{мГал}$				М
				min	Max	mean	SD	
180	30' × 30'	259 200	32 761	-191	292	-0,001	13,21	0,00014
360	30' × 30'	259 200	130 321	-84	83	-0,001	5,36	0,000076
720	9' × 9'	2 880 000	519 841	-187	298	-0,017	7,52	0,00026

Аналогічні обчислення проведені для 360 та 720 ступенів. У табл. 1 подано детальнішу інформацію щодо отриманих різниць аномалій сили тяжіння за побудованими моделями та первинними аномаліями DTU10.

На рис. 4 та рис. 5 показано ступеневі амплітуди отриманих моделей та EGM 2008 для внеску у висоти геоїда. На рис. 6, 7 показано порівняння отриманих коефіцієнтів та їх апостеріорної оцінки точності.

#### 4. ВИСНОВКИ ТА УЗАГАЛЬНЕННЯ

На основі даних аномалій сили тяжіння було побудовано три моделі гравітаційного поля Землі 180, 360 та 720 ступенів. Аналізуючи рис. 5 та 7 можемо бачити, що різниці (для рис. 5) та оцінка точності (для рис. 7) починають перевищувати значення самих коефіцієнтів близько 550 ступеня. З цього можна сказати, що даний набір аномалій сили тяжіння може бути використаний для побудови моделі 550 ступеня. Також це підтверджується порівнянням стандартних відхилень моделей 180, 360 та 720 ступенів (табл. 1). Як видно з таблиці, стандартне відхилення для 180 ступеня становить 13,21 мГал, далі для 360 ступеня воно покращується до 5,36 мГал і для моделі 720 ступеня погіршується до 7,52 мГал, що підтверджує те, що коефіцієнти моделі, вищі за 550 ступінь, вже недоцільно визначати з такого набору аномалій сили тяжіння. Також варто зазначити, що певною ознакою даного методу є визначення гармонічних коефіцієнтів перших ступенів. Це добре видно на рис. 2, 4 та 5, крива акумульованих різниць різко зростає на перших ступенях. Це може бути пов'язано з тим, що в методі використовується недиагональна матриця нормальних рівнянь, в той час як для побудови моделей гравітаційного поля Землі, зазвичай, використовується метод Гауса, в якому матриця нормальних рівнянь зводиться до діагональної.

1. Лук'янченко Ю.О. Застосування супутникових та наземних даних для побудови моделей гравітаційного поля Землі. — Національний університет «Львівська політехніка», 2016. — 112 с.
2. Лук'янченко Ю.О. Побудова нормальних рівнянь для опрацювання даних місії GOCE // Геодинаміка. — 2013. — № 1(14). — С.34–37.
3. Alkhatib H., Schuh W.-D. Integration of the Monte Carlo covariance estimation strategy into tailored solution procedures for large-scaled least squares problems // J. Geodesy. — 2007. — Vol. 70. — P.53–66. <https://doi.org/10.1007/s00190-006-0034-z>
4. Andersen Ole. B. The DTU10 Global Gravity field and mean sea surface — improvements in the Arctic. — DTU Space, Technical University of Denmark, IGFS-2, Fairbanks, Alaska, Sept 2010.
5. Eicker A. Gravity field refinement by radial basis functions from in-situ satellite data // Institut für Geodäsie und Geoinformation der Universität Bonn, Januar 2008.
6. Barthelmes F. Definition of Functionals of the Geopotential and Their Calculation from Spherical Harmonic Models: Scientific technical Report STR09/02. — Helmholtz-Zentrum Potsdam 2009.
7. Blais J.A.R., Provins D.A. Spherical harmonic analysis and synthesis for global multiresolution applications // Journal of Geodesy. — 2002. — № 76. — P.29–35. <https://doi.org/10.1007/s001900100217>
8. Colombo O.L. Numerical Methods for Harmonic Analysis on there Sphere. — The Ohio State University Department of Geodetic Science, 1981.
9. Golub G.H., Plemmons R.J. Large scale geodetic least squares adjustment by dissection and orthogonal decomposition. — Department of Computer Science School of Humanities and Sciences Stanford University, STAN-CS-79-774, November 1979.
10. Gruber T. High-resolution gravity field modeling with full variance-covariance matrices // Journal of Geodesy. — 2001 — № 75. — P.505–514. <https://doi.org/10.1007/s001900100202>
11. Moritz H. Least-Squares Estimation in Physical Geodesy. — München, 1970.
12. Marchenko A.N., Marchenko D.A., Lopushansky A.N. Gravity field models derived from the second degree radial derivatives of the GOCE mission: A case study // Annals of geophysics. — 2016. — Vol. 59. — P.6.
13. Pail R., Plank G., Schuh W.-D. Spatially restricted data distributions on the sphere: the method of orthonormalized functions and applications // Journal of Geodesy. — 2001. — № 75. — P.44–56. <https://doi.org/10.1007/s001900000153>

14. Sneeuw N. Global spherical harmonic analysis by least-squares and numerical quadrature methods in historical perspective. — Physical Geodesy. Springer, 1994. — P.713.  
<https://doi.org/10.1111/j.1365-246x.1994.tb03995.x>

**Апробация метода построения модели глобального гравитационного поля с недиагональной матрицей нормальных уравнений на основе аномалий силы тяжести DTU10**

*Марченко А.Н., Лукьянченко Ю.А.*

Национальный университет «Львовская политехника», 79013, г. Львов, ул. С. Бандеры, 12

В работе рассмотрен подход по моделированию глобального гравитационного поля с использованием недиагональной матрицы нормальных уравнений. Используются ортогональные свойства, которые возникают вследствие равномерного расположения данных на сферической поверхности. Рассмотрены два случая расположения данных: в вершинах трапеций и для центральных значений трапеций, а также соответствующие ортогональные свойства этим случаям. Применен метод разделения матрицы нормальных уравнений на несколько меньших линейно независимых матриц. В результате были определены отдельные группы гармонических коэффициентов четных и нечетных порядков и степеней. Это позволило распараллелить процесс вычислений и значительно сократило время выполнения данной работы. Такой подход может быть рекомендован для ученых, занимающихся моделированием гравитационного поля и не имеющих доступа к мощным вычислительным кластерам, или при построении моделей сверхвысоких степеней. Такой подход к определению гармонических коэффициентов значительно расширяет сферу ученых, которые могли бы заниматься данным вопросом. Построено три модели глобального гравитационного поля Земли 180, 360 и 720 степеней с использованием регулярных сеток  $30' \times 30'$ ,  $30' \times 30'$  и  $9' \times 9'$  соответственно. Полученные модели сравнивались с моделью EGM2008 в рамках спектральных амплитуд, которые были построены для каждой степени модели гравитационного поля Земли и представлены для сигнала модели, разницы двух сигналов сравниваемых моделей и накопления таких разниц. На основе полученных гармонических коэффициентов воспроизведены аномалии силы тяжести и сравнены с первичными наборами. Вычислено стандартные отклонения разниц первичных и вычисленных аномалий, которые составили 13,21 мГал, 5,36 мГал и 7,52 мГал для моделей 180, 360 и 720 степеней соответственно. Вычислена единица веса средней квадратичной погрешности и ковариационная матрица, на основе которых выполнена апостериорная оценка точности полученных моделей. Показано, что по данным аномалий DTU10 можно построить модель глобального гравитационного поля Земли до 550 степени/порядка.

**Ключевые слова:** моделирование глобального гравитационного поля; аномалии силы тяжести; метод наименьших квадратов.

**Approbation of the global gravity field model constructing method with a non-diagonal normal equations matrix based on the DTU10 gravity anomalies**

*Marchenko A.N., Lukianchenko Yu.O.*

Lviv Polytechnic National University, 79013, Lviv, S. Bandery street 12

In this paper we considered approach for the modeling of a global gravitational field using a non-diagonal normal equations matrix. Orthogonal properties are used that are caused due to the uniform location of data on a spherical surface. Two cases of data placement, at the peaks of trapezium and for the central values of the trapezium, and the corresponding orthogonal properties of these cases are considered. The method of dividing the matrix of normal equations into several smaller linearly independent matrices is applied. As a result, certain groups of harmonic coefficients of even and odd orders and degrees were determined. This made it possible to parallelize the calculation process, which greatly reduced the time of execution of this work. This approach can be recommended for scientists involved in gravitational field modeling and have no access to powerful computing clusters, or for constructing of ultrahigh-level models. Such an approach to the definition of harmonic coefficients significantly expands the scope of scientists who could deal with these issues. Three models of the global gravitational field of the Earth 180, 360 and 720 degrees were constructed using the regular grids of  $30' \times 30'$ ,  $30' \times 30'$  and  $9' \times 9'$  respectively. The obtained models were compared with the model EGM2008 within the spectral amplitudes, which were constructed for each degree of the model of the gravitational field of the Earth and presented for the signal model, the differences between the two signals of the comparable models and the accumulation of such differences. Based on the obtained harmonic coefficients, gravity anomalies were reproduced and compared with the original sets. The standard deviations of the differences between the primary and the calculated anomalies were calculated with next standard deviations 13.21 mGal, 5.36 mGal and 7.52 mGal for models 180, 360 and 720 degrees, respectively. The unit of weight of the mean square error and the covariance matrix were calculated, after this a posteriori estimation of the accuracy of the obtained models was performed. It is shown that according to the anomalies DTU10 it is possible to construct a global gravity field model of the Earth up to 550 degree/order.

**Keywords:** global gravitational field modeling; gravity anomalies; least squares.

Надійшла до редакції / Received	31.07.2018
Виправлена авторами / Revised	28.08.2018
Прийнята до друку / Accepted	5.09.2018