

**Г. И. ЛЬВОВ**, д-р техн. наук, профессор, НТУ «ХПИ»;

**В. А. ЛЕВАШОВ**, канд. техн. наук, зав. отд., ПАО «Сумское НПО им. М.В.Фрунзе»;

**О. А. КОСТРОМИЦКАЯ**, научн. сотр., НТУ «ХПИ»

## **УСТАЛОСТНАЯ ПРОЧНОСТЬ РАБОЧИХ КОЛЕС ЦЕНТРОБЕЖНЫХ КОМПРЕССОРОВ**

На основании расчетов напряженно-деформированного состояния колеса сделан прогноз усталостной долговечности. Результаты показывают взаимосвязи между количеством циклов до разрушения и максимально допустимыми напряжениями и перемещениями. Исследуется зависимость поврежденности от числа циклов для разных режимов вибрации на резонансных частотах.

**Ключевые слова:** многоцикловая усталость, долговечность, поврежденность, циклическое нагружение.

**Введение.** Необходимость оценки усталостной прочности обусловила как развитие теоретических основ усталости материалов, так и разработку нормативных документов и стандартов [1,2].

В численных методах решения задач механики деформируемого твердого тела развиваются два основных подхода к решению вопроса условий разрушения конструкций [3, 4]. Первый подход – моделирование развития дефектов (поры, трещины и т.п.) с учетом изменения граничных условий в рассматриваемом элементе конструкции и перестроение сетки при изменении размеров дефекта [5]. Второй подход – оценка степени поврежденности материала в элементах конструкции при условии, что дефекты и их рост в явном виде не рассматриваются [6,7].

Первый подход является индивидуальным для каждой конкретной задачи и приводит к написанию собственного программного обеспечения или макросов в существующих системах конечно-элементного анализа (ANSYS и т.п.).

Второй подход позволяет получить наглядную картину степени поврежденности конструкции на основе используемых моделей накопления повреждений. Этот подход соответствует требованиям, предъявляемым к методам исследования процессов разрушения в системах конечно-элементного анализа, используемых при решении инженерных задач. К недостаткам данного подхода можно отнести то, что не учитывается влияние деградации свойств материала вследствие накопления повреждений при анализе напряженно-деформированного состояния (НДС) рассматриваемых элементов конструкций. Для учета деградации необходимо написание пользовательских программ, меняющих свойства материала в зависимости от накопленной поврежденности. В ANSYS, например, такая программа должна заменить анало-

гичную стандартную, затем после компиляции нового исполняемого файла Ansys.exe расчеты можно проводить с пользовательским материалом.

Для многоциклового усталости второй подход применяется в системе ANSYS с учетом таких допущений: процесс накопления повреждений, приводящий к разрушению конструкций, локализован в малой области, размеры которой много меньше характерных размеров конечных элементов конструкций; разрушение происходит при напряжениях, меньших предела текучести; в процессе разрушения не происходит изменения геометрических размеров конструкций и их элементов.

Колеса центробежных компрессоров для магистральных газопроводов в процессе эксплуатации подвергаются центробежным нагрузкам на рабочих угловых скоростях, действию давления и температуры перекачиваемого газа.

## **1 Этапы расчета долговечности при многоциклового усталости**

При решении задачи оценки усталостной долговечности традиционно выделяют ряд основных этапов [8]:

- назначение опасной точки;
- определение истории нагружения в выбранной опасной точке;
- формирование эквивалентного напряжения;
- подсчет усталостной долговечности.

Далее рассматривается каждый из указанных выше этапов применительно к задаче расчета многоциклового усталости рабочего колеса центробежного турбокомпрессора газоперекачивающего агрегата СПЧ 16/76-1.7. Геометрическая модель колеса построена в формате dwg. Импорт геометрической модели в программный комплекс ANSYS осуществлялся с использованием формата x\_t. Разбиение на конечные элементы выполнено в комплексе ANSYS (рис. 1) с помощью конечного элемента SOLID92.

### **1.1 Назначение опасной точки**

В качестве опасной точки выбран узел 33210 с максимальным эквивалентным напряжением (рис. 2), полученным при расчете собственных значений преднапряженного центробежными силами колеса, на резонансной частоте с 6-ю узловыми диаметрами. Как известно, результаты расчетов на собственные значения получаются с точностью до масштабного коэффициента (sf). Его значения выбираются так, чтобы максимальное суммарное перемещение колеса составляло около 1 мм при одновременном вращении и колебаниях на указанной частоте.

### **1.2 Определение истории нагружения**

В общем случае история нагружения представляет собой случайную функцию, а напряженное состояние, как правило, является многоосным.

Принято разбивать все нагружения на два основных типа: регулярное нагружение и случайное нагружение [9]. Все методы оценки усталостной

долговечности используют нагрузку в виде, характерном для описания регулярного нагружения, – цикла нагружения, характеризующегося средним и амплитудным значениями [9, 10].

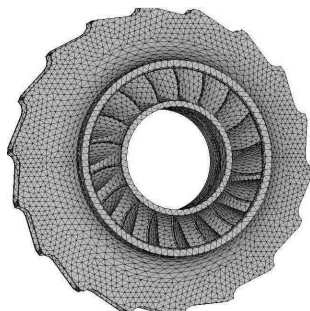


Рисунок 1 – Конечно-элементная модель рабочего колеса

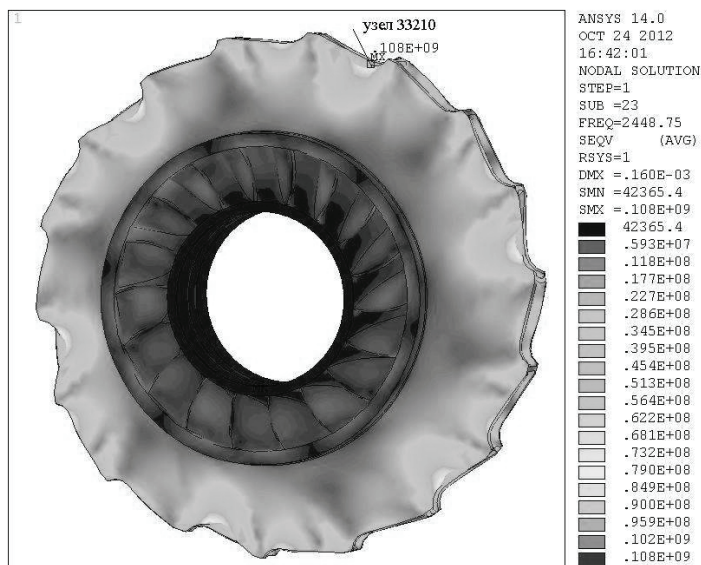


Рисунок 2 – Напряжения эквивалентные по Мизесу Seqv, Па

Исходя из имеющихся исходных данных, для построения цикла предварительно проводились два расчета рабочего колеса:

- расчет НДС, назовем его НДС1, колеса, вращающегося с рабочей угловой скоростью;
- расчет собственных частот и форм, а также НДС (назовем его НДС2) колебаний вращающегося колеса на резонансной частоте, форма которой

имеет шесть узловых диаметров.

На основе двух предварительных расчетов выбран следующий цикл нагружения всего колеса и в том числе опасной точки:

1-ое нагружение– НДС1 при вращении колеса с заданной угловой скоростью, соответствует среднему значению эквивалентного напряжения цикла;

2-ое нагружение – НДС при колебании вращающегося колеса на рассматриваемой частоте, является результатом вычитания НДС2 из НДС1;

3-е нагружение – НДС при колебании вращающегося колеса на рассматриваемой частоте, вычисляется как НДС1+НДС2.

В табл. 1 приведены эквивалентные по Мизесу напряжения и суммарные перемещения в опасной точке для трех видов нагружения.

Таблица 1 – Перемещения и эквивалентные напряжения в опасной точке

	1 нагружение	2 нагружение	3 нагружение
Seqv, Па	$433 \cdot 10^9$	$534 \cdot 10^9$	$338 \cdot 10^9$
Usum, м	$0.846 \cdot 10^{-3}$	$0.951 \cdot 10^{-3}$	$0.748 \cdot 10^{-3}$

В инженерных приложениях для характеристики истории нагружения используется подход, при котором внешнее воздействие описывается зависимостью компонент тензора напряжений в опасной точке от времени [9].

Для перехода от реальной истории нагружения к ее схематизированному аналогу, который может быть сопоставлен с экспериментальными данными, применяются различные подходы, основное отличие которых состоит в последовательности выполнения следующих операций: схематизация истории нагружения, переход от многоосного к одноосному НДС и переход от асимметричного к симметричному нагружению.

### 1.3 Формирование эквивалентного напряжения

Одноосное НДС, эквивалентное по поврежденности данному многоосному состоянию, описывается следующими соотношениями в соответствии с гипотезами максимального касательного напряжения (Треска–Сен-Венана) и удельной энергии формоизменения (Губера-Мизеса-Генки), соответственно

$$\sigma_{eqv} = |\sigma_1 - \sigma_3|, \quad (1)$$

$$\sigma_{eqv} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}, \quad (2)$$

где  $\sigma_{eqv}$  – эквивалентное напряжение,  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  – главные напряжения данного НДС.

Для описания перехода от асимметричного к симметричному циклу нагружения используются зависимости, связывающие амплитуду напряжения эквивалентного по повреждаемости симметричного цикла нагружения  $\sigma_{aeqv}$  с амплитудным и средним напряжением данного асимметричного цикла нагружения.

Одна из таких зависимостей – зависимость Гудмана

$$\sigma_{a_{eqv}} = \sigma_a + \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_B} \sigma_m, \quad (3)$$

где  $\sigma_a$ ,  $\sigma_m$  – амплитудное и среднее напряжение данного асимметричного цикла нагружения,  $\sigma_{-1}$  – предел усталости при симметричном цикле нагружения ( $\sigma_m = 0$ ),  $\sigma_B$  – предел прочности.

Результатом процесса схематизации и сведения к эквивалентным значениям истории нагружения является последовательность значений эквивалентных амплитуд напряжений при одноосном симметричном цикле нагружения  $\sigma_{a_{eqv}}^l$ , где  $l = \overline{1, N_b}$ , где  $N_b$  – число циклов, выделенных при схематизации нерегулярного нагружения.

При многоциклового усталости основной характеристикой материала, используемой для описания его долговечности, является кривая Велера. На рис. 3 приведены исходная кривая Велера [11] и пересчитанная, как показано ниже, используемая кривая Велера.

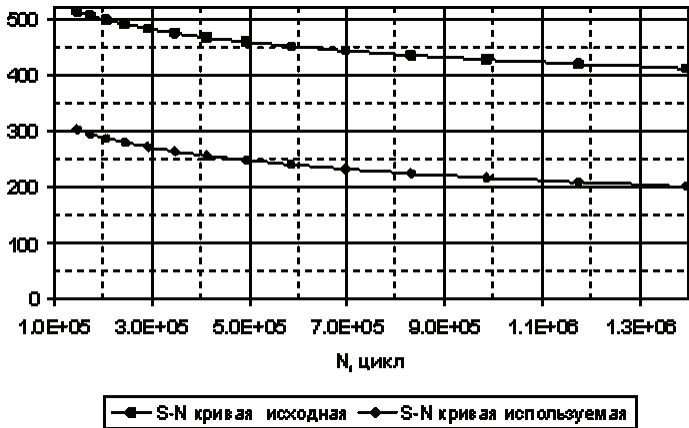


Рисунок 3 – Результаты испытаний на усталость плоских образцов из стали X3CrNiMo13.4

Исходная кривая на рис. 3 аппроксимирована уравнением [11, ч.2]:

$$\sigma_a = A + B \lg N, \quad (4)$$

где  $N$  – число циклов до разрушения при  $\sigma_a$ ;  $A = 1050 \cdot 10^6$  и  $B = -104,14 \cdot 10^6$ .

Для описания перехода от асимметричного к симметричному циклу нагружения используется зависимость Гудмана (3). Из [11, ч.1] выбираем  $\sigma_B = 845,3$  МПа,  $\sigma_{-1} = 410$  МПа. Среднее значение  $\sigma_m = 433$  МПа берем из статического расчета (табл.1). Тогда добавка к амплитудному значению  $\sigma_a$  будет равна

$$\frac{\sigma_{-1}}{\sigma_B} \sigma_m = \frac{410}{845,3} \cdot 433 \approx 210 \text{ МПа}. \quad (5)$$

На основании этого можно пересчитать значения на кривой Велера для случая несимметричного нагружения (используемая кривая на рис. 3).

#### 1.4 Подсчет усталостной долговечности

Процедура оценки степени поврежденности, возникающей в опасной точке конструкции, в модуле *Fatigue* системы ANSYS в соответствии с ASME Boiler and Pressure Vessel Code [1] содержит следующие шаги:

1. Каждое нагружение сравнивается с каждым другим нагружением и определяется максимальное касательное напряжение.

A. Подсчитывается вектор разностей напряжений:

$$\{\sigma\}_{i,j} = \{\sigma\}_i - \{\sigma\}_j, \quad (8)$$

где  $\{\sigma\}_i$  – вектор напряжений для нагружения  $i$ ,  $\{\sigma\}_j$  – вектор напряжений для нагружения  $j$ .

В данной работе три нагружения,  $i = \overline{1,3}$ ;  $j = \overline{1,3}$ . На данном этапе работы определяются компоненты напряжений в Па в опасной точке в глобальной декартовой системе координат для первого, второго и третьего нагружений.

B. Для каждого  $\{\sigma\}_{ij}$  находится эквивалентное напряжение  $\sigma_l(i,j)$  по критерию Треска по формуле

$$\sigma_l = \max \{ \|\sigma_1 - \sigma_2\| \|\sigma_2 - \sigma_3\| \|\sigma_3 - \sigma_1\| \}. \quad (9)$$

C. Далее, вычисляется максимальное касательное напряжение

$$\sigma_{ij}^c = \frac{\sigma_l(i,j)}{2}. \quad (10)$$

2. Общее число возможных комбинаций нагружений равно  $l/2(l-1)$ , где  $l$  – число нагружений. Следующим шагом является сортировка нагружений (в соответствии с методом падающего дождя) таким образом, чтобы первым было наибольшее значение  $\sigma_{ij}^c$ .

Результаты работы ANSYS на данном этапе, содержат все напряжения  $\sigma_{ij}^c$  за историю нагружения. При этом определяется, что амплитудное напряжение  $\sigma_{23}^c$  между вторым нагружением и третьим является наибольшим и составляет 111,03 МПа. Это значение сравнивается с кривой Велера, которая вводится таблично, и участвует в дальнейшем расчете поврежденности и количества циклов до разрушения.

3. Пусть  $M_T$  – число повторений амплитуды  $\sigma_{ij}^c$  в процессе нагружения. Нам надо оценить поврежденность после  $M_T = 146600$  циклов – минимального значения числа циклов на кривой Велера. Подсчет фактора поврежденности Usage factor осуществляется по методу Минера:

$$f_u = M_T / M_A, \quad (11)$$

где  $f_u$  – параметр поврежденности;  $M_A$  – число циклов до разрушения при амплитуде напряжения  $\sigma_{ij}^c$ , определяемое с использованием кривой Велера. Полученное значение  $f_u$  добавляется в  $f_u^c$  – накопленную поврежден-

НОСТЬ:

$$f_u^c = \sum f_u . \quad (12)$$

Для одного события, одного цикла из трех нагружений  $f_u^c = f_u$ .

В данном случае за 146600 циклов, каждый из которых состоит из трех нагружений с амплитудой 111,03 МПа, накопленная поврежденность равна 0,10485. Число циклов до разрушения изучаемого элемента конструкции равно 0,1398E+07.

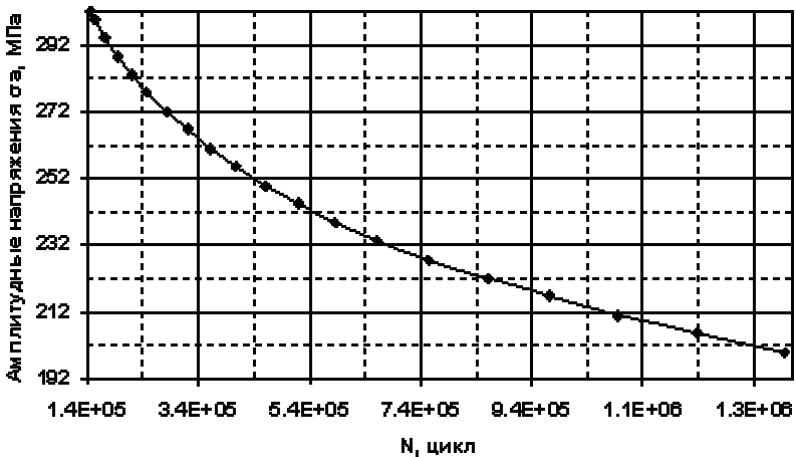


Рисунок 4 – Зависимость числа циклов до разрушения от амплитудных напряжений  $\sigma_a = \sigma_{23}$  в опасной точке

## 2 Результаты расчета усталостной долговечности рабочего колеса

Проведена серия из 22-х расчетов с различными масштабными коэффициентами  $sf$ , значения которых меняются от 0,000200 до 0,000544. Задаваемые значения обеспечивают, что амплитудные эквивалентные напряжения находятся в области значений напряжений кривой Велера (рис. 3). При  $sf = 0,000200$  максимальное суммарное перемещение (нагружение 2) в опасном узле равно 0,9509 мм, для  $sf = 0,000544$  – равно 1,143 мм. При этом эквивалентное напряжение в опасной точке не превышает предела текучести:  $S_{eqv} = 711,447$  МПа  $< \sigma_T = 791,4$  МПа [11, ч.1].

Для разных значений  $sf$  решаются задачи по описанному в разделе 1.5 алгоритму. Результаты получены в виде числа циклов до разрушения при различных значениях амплитудных и максимальных эквивалентных напряжений и суммарных перемещений (нагружение 2) в опасной точке. Если значения напряжений и перемещений меньше соответствующих минимальных, указанных на рисунках (4-6), а это имеет место при  $sf < 0,00036$ ;  $U_{sum} < 1,039$  мм;  $S_{eqv} < 615,9$  МПа;  $\sigma_{23}^c < 199,85$  МПа, то усталостное разрушение не наступает.

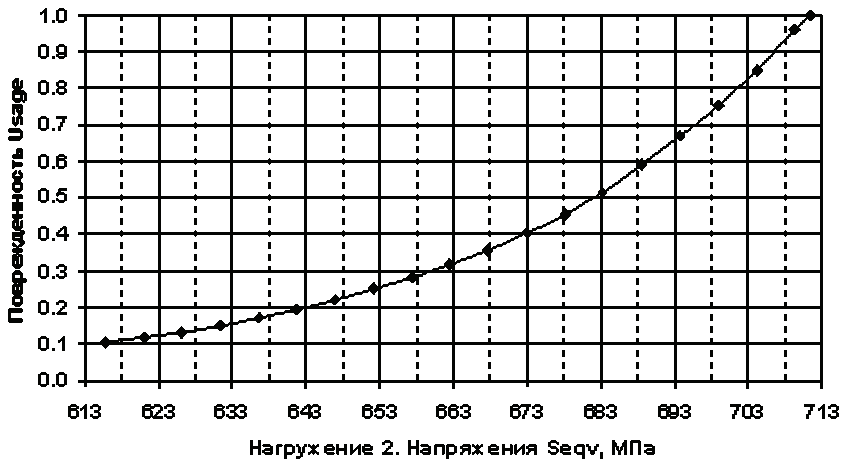


Рисунок 5 – Зависимость поврежденности, оцениваемой за 146600 циклов, от максимальных напряжений в опасной точке

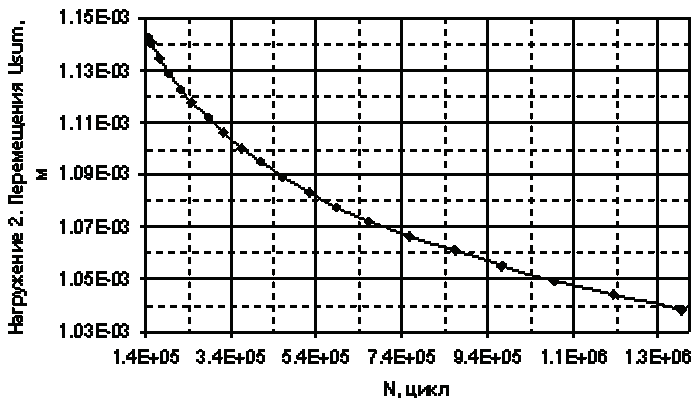


Рисунок 6 – Зависимость циклов до разрушения от перемещений в опасной точке

**Заключение.** Предложена методика оценки усталостной прочности рабочих колес центробежных компрессоров на резонансных режимах. Методика основана на результатах конечно-элементных расчетов двух типов:

- статического анализа НДС колеса под действием центробежных сил;
- анализа собственных частот и форм колебаний рабочих колес с учетом влияния центробежных сил.

Вычисление повреждения проводится в одной точке, узле, в котором наблюдаются максимальные эквивалентные напряжения на резонансной частоте. На основании расчетов НДС рабочего колеса сделан прогноз долговечности с помощью модуля Fatigue ANSYS. Результаты показывают взаимосвязи между количеством циклов до разрушения и максимально допустимыми на-



пряжениями и перемещениями. Исследуется рост накопленной поврежденности в зависимости от числа циклов для различных режимов вибрации на резонансных частотах. На основании выполненных расчетов установлены предельные уровни амплитуд вибраций, при которых усталостное разрушение не наступает.

**Список литературы:** 1. ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Section VIII, Rules for construction of pressure vessels, Division 2 – Alternative rules // ASME, 2003. 2. European Standard for Unfired Pressure Vessels // EN 13445: 2002, BS EN 13445:2002 // BSI, London, 2002. 3. *Болотин В. В.* Прогнозирование ресурса машин и конструкций. – М.: Машиностроение, 1984. – 312 с. 4. *Проников А. С.* Параметрическая надежность машин. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 560 с. 5. *Карзов Г. П., Марголин Б. З., Швецова В. А.* Физико-механическое моделирование процессов разрушения. – СПб.: Политехника, 1993. – 391 с. 6. ANSYS theoretical manual. 7. *Hanq D. A., Walters A. J., Beuth J. L.* Development of an object-oriented fatigue tool // Engineering with computers. – 2000. – V. 16. – P. 131-144. 8. *Берендеев Н. Н.* Применение системы ANSYS к оценке усталостной долговечности. Учебно-методический материал по программе повышения квалификации «Новые подходы в исследованиях и разработках информационно-телекоммуникационных систем и технологий». – Нижний Новгород, 2006. – 84 с. 9. *Когаев В. П.* Расчеты на прочность при напряжениях переменных во времени. – М.: Машиностроение, 1993. – 364 с. 10. *Павлов П. А.* Основы инженерных расчетов элементов машин на усталость и длительную прочность. – Л.: Машиностроение, 1988. – 321 с. 11. Исследование сопротивления усталости основного металла, сварных и паяных соединений стали X3CRNIMO13.4 (W.NR1.4313) EN10028/EN10088-3 применительно к изготовлению рабочих колес ГПА. – Этап №№ 2,1, х/д № 1373 от 06.10.2009 г. Киев 2010. – с. 10-12.

*Поступила в редакцию 30.08.2013*

УДК 539.3

**Усталостная прочность рабочих колес центробежных компрессоров / Г. И. Львов, В. А. Левашов, О. А. Костромицкая // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2013. – № 58 (1031). – С. 110-119. – Бібліогр.: 11 назв.**

За допомогою чисельних розрахунків напружено-деформованого стану колеса зроблений прогноз втомної довговічності. Результати показують взаємозв'язки між кількістю циклів до руйнування і максимально допустимими напруженнями і переміщеннями. Досліджується залежність пошкодженості від числа циклів для різних режимів вібрації на резонансних частотах.

**Ключові слова:** багаточиклова втома, довговічність, пошкодженість, циклічне навантаження.

On the basis of numerical calculations of the stressed-deformed state of wheel the prognosis of life time is done. The results are shown relations between the number of cycles to failure and maximally possible stresses and displacements. Relation of cumulative fatigue damage is researched depending on the number of cycles for the different modes of vibration on resonances frequencies.

**Keywords:** high-cycle fatigue, life time, damageability, cyclic loading.