

УДК 532.6

В.М. КАПИНОС, д-р техн. наук, В.Н. ПУСТОВАЛОВ, канд. техн. наук,
Е.Н. ИВАНЧЕНКО

Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»,
г. Харьков, Украина

АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ДЛЯ ТЕЧЕНИЙ С ПОВЫШЕННОЙ СТЕПЕНЬЮ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ВНЕШНЕГО ПОТОКА

Розглянуто систему рівнянь, що описують алгебраїчну модель турбулентності, яка враховує ступінь турбулентності зовнішнього потоку. Порівняння розрахункових величин інтегральних характеристик турбулентного прикордонного шару та їхніх значень по експериментальним даним підтверджують ефективність запропонованої моделі турбулентності.

The system of equations is considered which describes an algebraic turbulent model, which takes into account the free-stream turbulence level. Comparison of calculated and experimental values of integral characteristics of a turbulent boundary layer confirm effectiveness of the proposed model of turbulence

Математическое моделирование турбулентных потоков среды является одной из важнейших задач гидрогазодинамики. Даже частичная замена физического эксперимента вычислительным на ЭВМ дает существенное ускорение и удешевление исследований в направлении поиска оптимального варианта проектируемых конструкций.

Характерной особенностью течений рабочего тела и охладителя у поверхностей деталей турбомашин является высокая степень турбулентности потока за пределами пограничного слоя.

Влияние степени турбулентности внешнего потока на профиль скорости турбулентного пограничного слоя экспериментально исследовано Эвансом [1]. Опытные данные получены при обтекании компрессорной лопатки потоком со степенью турбулентности 0,7 %, 2,1 % и 5,2 %, при измерении на расстоянии 1,5 хорды вверх по потоку. Исследовался пограничный слой на выпуклой части профиля при угле атаки 4°. Турбулизация пограничного слоя достигалась при помощи проволоки,

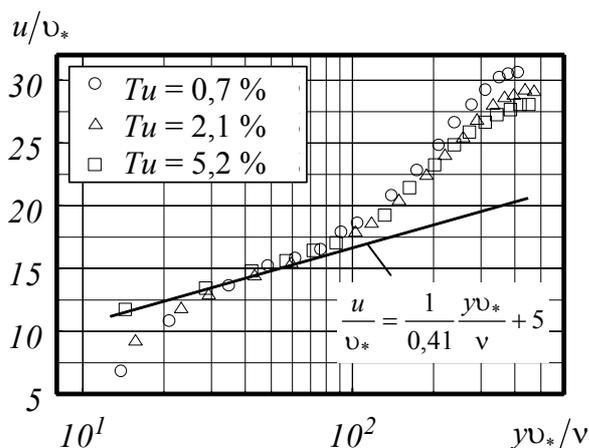


Рис. 1. Профили скорости в пограничном слое при повышенной степени турбулентности [1]

расположенной на расстоянии 0,1 хорды от входной кромки. Опыты проведены при числе Рейнольдса, вычисленном по входной скорости и хорде, равном $5 \cdot 10^3$.

На рис. 1 показано расположение кривых $u/v_* = f(yv_*/\nu)$ при различных значениях степени турбулентности Tu (условные обозначения – общепринятые в гидродинамике). Согласно приведенным графикам увеличение степени Tu натекающего потока оказывает существенное влияние на профиль скорости во внешней области пограничного слоя, что согласно работе [1] является следствием увеличения

заполняемости профиля скорости в этой области в результате перемешивания с потоком повышенной турбулентности.

В данной работе предложен вариант закона стенки, который позволяет учесть данное явление посредством введения в число аргументов, определяющих параметры турбулентного пограничного слоя, степень турбулентности внешнего потока. Это достигается посредством использования профиля Коулса для определения напряжения трения в области, где $yu_*/\nu > 30$. Согласно опытным данным Эванса [1] при повышенной степени турбулентности в исходном трехпараметрическом профиле скорости Коулса функцию следа необходимо домножить на $(1 - 5Tu)$, так что профиль скорости принимает вид

$$\frac{u}{u_\ell} = \omega \left[\frac{1}{k} \ln \frac{y\omega u_\ell}{\nu} + B + (1 - 5Tu) \frac{\Pi}{k} w \right], \quad (1)$$

где $k = 0,41$; $\omega = \sqrt{0,5c_f}$; c_f – коэффициент трения; u_ℓ – скорость на внешней границе пограничного слоя; y – поперечная координата; $B = 5,0$; Π – параметр.

Значение функции следа в (1) по предложению Хинце можно аппроксимировать зависимостью

$$w\left(\frac{y}{\delta}\right) = 1 - \cos\left(\pi \frac{y}{\delta}\right), \quad (2)$$

где δ – толщина пограничного слоя. Параметр Π в уравнении (1) можно исключить. Для этого полагаем $y \rightarrow \delta$, тогда из (1) при $Tu = 0$ следует

$$1 = \omega \left[\frac{1}{k} \ln \frac{y\omega u_\ell}{\nu} + B + \frac{2\Pi}{k} \right]. \quad (3)$$

Отсюда

$$\Pi = \frac{k}{2} \left[\frac{1}{\omega} - \frac{1}{k} \ln \frac{y\omega u_\ell}{\nu} - B \right]. \quad (4)$$

После подстановки (4) в (1) будем иметь

$$\frac{u}{u_\ell} = \omega \left[\frac{1}{k} \ln \frac{y\omega u_\ell}{\nu} + B + (1 - 5Tu) \frac{w}{2} \left(\frac{1}{\omega} - \frac{1}{k} \ln \frac{\delta\omega u_\ell}{\nu} - B \right) \right] \quad (5)$$

или, после дифференцирования,

$$\frac{du}{dy} = \frac{\omega u_\ell}{k} \left[\frac{1}{y} + \frac{\pi k}{2\delta} (1 - 5Tu) \sin \pi \frac{y}{\delta} \left(\frac{1}{\omega} - \frac{1}{k} \ln \frac{\delta\omega u_\ell}{\nu} - B \right) \right]. \quad (6)$$

Напряжение трения во внешней части пограничного слоя по Клаузеру будет равно

$$\tau_T = 0,0168\rho\delta^* u_\ell \gamma_k \frac{du}{dy}, \quad (7)$$

где δ^* – толщина вытеснения; γ_k – функция перемежаемости, введенная Клебановым,

$$\gamma_k = \frac{1}{1 + 5,5(y/\delta)^6}.$$

Для определения толщины пограничного слоя и толщины вытеснения, которые входят в расчетные зависимости, выполним следующие преобразования. Вычтем из уравнения (3) уравнение (1) и будем иметь

$$1 - \frac{u}{u_\ell} = \omega \left[(1 - 5Tu) \frac{\Pi}{k} \left(1 + \cos \pi \frac{y}{\delta} \right) - \frac{1}{k} \ln \frac{y}{\delta} \right]. \quad (8)$$

Интегрирование уравнения (8) в пределах от 0 до δ дает

$$\delta^* = \frac{\omega \delta}{k} [1 + (1 - 5Tu)\Pi]. \quad (9)$$

После подстановки значения Π по формуле (4) и упрощений окончательно находим

$$\delta = 2\delta^* / \left[2 \frac{\omega}{k} + (1 - 5Tu) \left(1 - \frac{\omega}{k} \ln \frac{\delta \omega u_\ell}{\nu} - B\omega \right) \right]. \quad (10)$$

Из уравнения (10) следует, что с ростом степени турбулентности толщина пограничного слоя увеличивается. Этот результат согласуется с данными работы [2], где отмечается также существенное влияние на толщину пограничного слоя масштаба турбулентности.

Система уравнений (5) – (7), (9) и (10) описывает предлагаемую алгебраическую модель турбулентности, которая содержит в числе аргументов степень турбулентности внешнего потока. Решение рассмотренной системы уравнений совместно с дифференциальным уравнением движения турбулентного пограничного слоя отыскивается в последовательных приближениях.

На рис. 2 и 3 приведено сравнение интегральных характеристик пограничного слоя: δ^* – толщины вытеснения, θ – толщины потери импульса и формпараметра H , вычисленных по рассмотренной модели турбулентности, с опытными данными Арнала [3]. В опытах серии А1 степень турбулентности составляла 0,6 %, в опытах серии А2 – 5,4 %. Сравнимые параметры достаточно хорошо согласуются между собой в обеих сериях опытов, что свидетельствует об эффективности предложенной алгебраической модели турбулентности.

Помимо того, что использование универсального профиля Коулса позволяет ввести в алгоритм расчета пограничного слоя степень турбулентности внешнего потока, заслуживает внимания также возможность вычислять диффузионный член в уравнении движения не в конечных разностях, как это принято, например, в наиболее распространенных алгебраических моделях турбулентности Себеси-Смита и Болдвина-Ломакса, а аналитически, дифференцированием уравнения профиля скорости Коулса, что повышает точность расчета. Аналитически может быть вычислен и один из

инерционных членов уравнения движения, который содержит производную по поперечному направлению пограничного слоя.

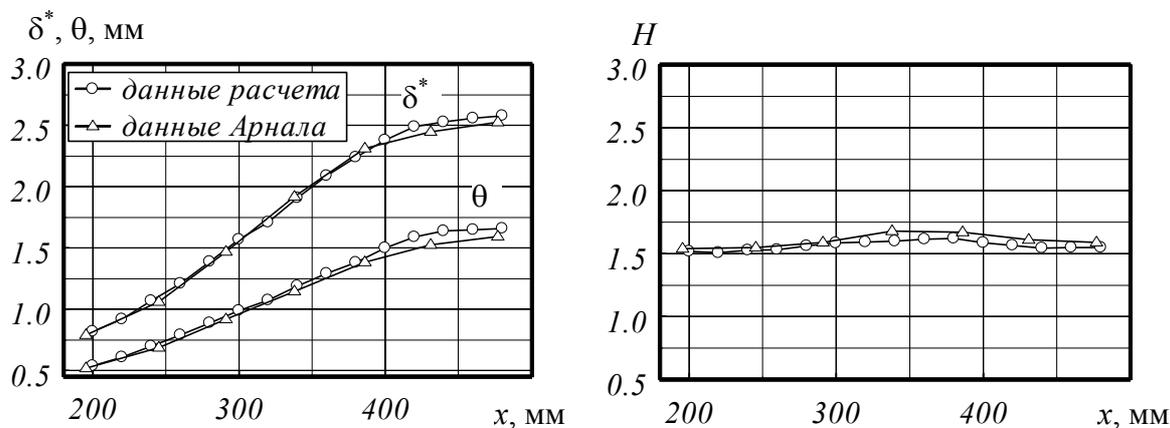


Рис. 2. Результаты расчета интегральных характеристик с использованием предложенной модели турбулентности для течений с повышенной степенью турбулентности внешнего потока (течение A1)

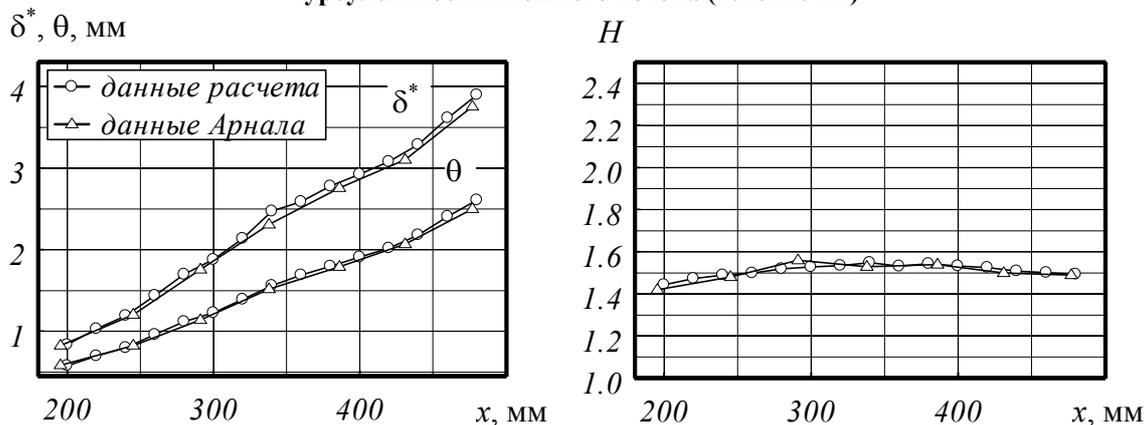


Рис. 3. Результаты расчета интегральных характеристик с использованием предложенной модели турбулентности для течений с повышенной степенью турбулентности внешнего потока (течение A2)

Литература

1. Evans R.J. Free Stream Turbulence Effects on Turbulent Boundary Layers in an Adverse Pressure Gradient // AIAA Journal. – 1985. – Vol. 23, № 11. – P. 1814-1816.
2. Хэнкок П.Е., Брэдшоу П. Влияние турбулентности невозмущенного потока на характеристики турбулентных пограничных слоев // Теоретические основы инженерных расчетов. – 1983. – Т. 105, № 3. – С. 126-133.
3. Arnal D. Influence de la turbulence de l'écoulement general sur les couches limites en fluide incompressible // Note techicul Onera. – 1977. – P. 75-98.

© Капинос В.М., Пустовалов В.Н., Иванченко Е.Н., 2008