Вісник Національного технічного університету "ХПІ", 2019, № 13 (1338)
ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

УДК 621.3.078.3 DOI: 10.20998/2411-0558.2019.13.12

В. С. СУЗДАЛЬ, д-р техн. наук, ст. науч. сотр., Институт сцинтилляционных материалов НАН Украины, Харьков,
И. И. ТАВРОВСКИЙ, канд. техн. наук, Институт сцинтилляционных материалов НАН Украины, Харьков

ИНВАРИАНТНЫЕ ПО ВЫХОДУ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ВЫРАЩИВАНИЕМ ЩЕЛОЧНОГАЛОИДНЫХ МОНОКРИСТАЛЛОВ

На основе необходимых и достаточных условий инвариантности по выходу для линейных стационарных динамических систем к произвольным внешним возмущениям проведен аналитический синтез системы управления диаметром кристалла. Для данного объекта управления получено все множество эквивалентных решений для регуляторов, обеспечивающих инвариантность системы. Ил.: 1. Библиогр.: 8 назв.

Ключевые слова: инвариантные по выходу системы управления; произвольное внешнее возмущение; управление диаметром кристалла.

Постановка проблемы. Анализ современного состояния и тенденций автоматизации процессов выращивания щелочногалоидных монокристаллов показывает, что основной проблемой, стоящей перед разработчиками систем управления ростовыми установками, является повышение эффективности управления с учетом характерных особенностей объекта управления.

Щелочногалоидные монокристаллы выращивают в промышленности из расплава методом Чохральского [1 – 4] на установках, в которых для оценки диаметра растущего кристалла применяют метод измерения падения уровня расплава в результате быстрого дискретного подъема кристалла из расплава на малую величину [5]. В процессе роста монокристалла в тигле автоматически поддерживают постоянный уровень расплава, подпитывая его исходным сырьем, Диаметром растущего кристалла управляют, изменяя тепловые условия выращивания.

В промышленных условиях процесс выращивания обычно проходит в условиях значительных внешних возмущений, что значительно ухудшает качество получаемых монокристаллов. Источником возмущений являются: работа силовых установок, вибрация установок для выращивания, которая вызывается вращением тигля с расплавом и приводит к колебаниям поверхности расплава, и т.д. Для таких процессов целесообразно использовать системы управления, обладающие инвариантными свойствами, в которых качество

ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

функционирования не зависит от возмущений [6].

В линейной постановке в наиболее общем виде задача синтеза инвариантой системы по выходу решена в [7]. Однако в этой работе не найдено все множество эквивалентных решений для регуляторов, обеспечивающих инвариантность системы, что во многом осложняет решение задач исчерпывающего анализа устойчивости системы в целом, качества переходных процессов на выходе системы, возможность конфигурации системы без потери качества и т.д.

Анализ литературы. В [8] предложен новый подход для аналитического синтеза инвариантных систем. Пусть некоторая линейная непрерывная стационарная модель порядка n описывается системой уравнений в пространстве состояний

$$\dot{x} = Ax + Bu + Sw, \quad x(t_0) = x_0, \tag{1}$$

$$y = Cx, \tag{2}$$

$$u = Kx, \tag{3}$$

где $x \in R^n$ – вектор состояния системы, а $u \in R^l$, $y(t) \in R^m$, $w \in R^s$ являются векторами входа, выхода и возмущения в системе. Реализацию в пространстве состояний (1), (2) обозначим четверкой матриц (A, B, C, D) соответствующих размеров, матрица K – регулятор. Компоненты вектора w принадлежат классу произвольных непрерывных функций.

По определению, инвариантность выхода y системы по отношению к произвольному возмущению w связывается с выполнением тождества

$$F_y^w(p) = C\left(pI_n - A_\Sigma\right)^{-1} S \equiv 0, \tag{4}$$

где $A_\Sigma = A + BK$. Здесь $F_y^w(p)$ – передаточная матрица от возмущения к выходу, p – переменная преобразования Лапласа. При решении практических задач наибольший интерес представляет задача синтеза регулятора, обеспечивающего справедливость тождества (4) в случае, когда при $K = 0$ оно не выполняется. Непосредственно использовать тождество (4) для решения в общем виде этой задачи затруднительно вследствие операции обращения матрицы. В [8] на основе решения матричных уравнений методом канонизации найдены необходимые и достаточные условия, выполнение которых гарантирует справедливость тождества (4) при решении задачи синтеза.

Метод канонизации матриц для решения матричных уравнений, основанный на эквивалентных преобразованиях матриц, предложен в

ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

работе [9]. Канонизацией некоторой матрицы M размера $m \times n$ и ранга r называется разложение этой матрицы на четверку матриц $\widetilde{M}^{L}_{r,m}$, $\overline{M}^{L}_{m-r,m}$, $\widetilde{M}^{R}_{n,r}$, $\overline{M}^{R}_{n,n-r}$, удовлетворяющих равенству:

$$\begin{bmatrix} \widetilde{M}^{L}_{r,m} \\ \overline{M}^{L}_{m-r,m} \end{bmatrix} M \begin{bmatrix} \widetilde{M}^{R}_{n,r} & \overline{M}^{R}_{n,n-r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_r & 0_{r,n-r} \\ 0_{m-r,r} & 0_{m-r,n-r} \end{bmatrix},$$

где $\widetilde{M}^{L}_{r,m}$ – левый канонизатор матрицы *M*; $\widetilde{M}^{R}_{n,r}$ – правый канонизатор матрицы *M;* $\overline{M}^{L}_{m-r,m}$ – левый матричный делитель нуля матрицы *M;* $\overline{M}^{R}_{n,n-r}$ – правый матричный делитель нуля матрицы *M*; I_r – единичная матрица размера $r \times r$.

При решении матричных уравнений методом канонизации используется понятие сводного канонизатора $\widetilde{M}$, вычисляемого по формуле $\widetilde{M} \ = \widetilde{M}^{R} \widetilde{M}^{L}$.

Известно несколько алгоритмов формирования матричных делителей нуля [6 – 10]. Наиболее простым и наглядным является, видимо, так называемый "планшетный" способ формирования матричных делителей нуля. Суть процедуры заключается в следующем.

1. Исходная матрица *M* дополняется слева и снизу единичными матрицами в виде "планшета":

$$\begin{array}{c|c} I_m & M \\ \hline & I_n \end{array}.$$

2. Применяется операции Гаусса ко всему "планшету" для преобразования строк и столбцов. Используются такие элементарные преобразования, что указанная выше конструкция приводится к виду:

$$\begin{array}{c|c} \begin{bmatrix} \widetilde{M}^{L} \\ \overline{M}^{L} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \hline & \begin{bmatrix} \widetilde{M}^{R} & \overline{M}^{R} \end{bmatrix} \end{array}.$$

3. Матричный блок, стоящий напротив нулевых строк матрицы *M*, будет левым делителем нуля $\overline{M}^{L}$, матрицы *M*. Блок, находящийся под нулевыми столбцами матрицы *M*, будет соответствовать правому делителю нуля $\overline{M}^{R}$, матрицы *M*.

ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

Если в результате элементарных преобразований не получится ни одной нулевой строки, то это говорит о том, что у матрицы M не существует левого делителя нуля. Если не получится ни одного нулевого столбца, то это говорит о том, что у матрицы M нет правых делителей нуля.

В [8] доказывается следующая теорема.

Теорема. Система (1) – (3) при заданных матрицах A, B, C и S обладает инвариантностью к произвольным внешним возмущениям в смысле выполнения тождества (4) тогда и только тогда, когда выполняется условие $\overline{\overline{C}^R \pi}^L S = 0$, в котором матрица π максимального столбцового ранга, удовлетворяет условию

$$\overline{\overline{\overline{C}^R \pi}^L B}^L \, \overline{\overline{C}^R \pi}^L A \overline{C}^R \pi = 0, \tag{5}$$

и система замкнута любым регулятором из множества

$$\{K\}_{\chi,\gamma} = -\tilde{K}_1 \overline{\overline{C}^R \pi}^L A \overline{C}^R \pi \tilde{K}_2 + \overline{\overline{\overline{C}^R \pi}^L B}^R \chi + \gamma \overline{\overline{C}^R \pi}^L, \tag{6}$$

где $K_1 = \overline{\overline{C}^R \pi}^L B$, $K_2 = (\overline{C}^R \pi)$, χ и γ – матрицы заданных размеров.

В [4] приведен алгоритм, позволяющий вычислить матрицу π при синтезе управления.

Алгоритм:

1. Проверяется условие

$$\overline{CB}^L CA\overline{C}^R = 0. \tag{7}$$

Если это условие выполняется, то принимается $\pi = I_{(n-rankC)}$.

2. Если условие (7) не выполняется, то определяется матрица π_1 по выражению

$$\pi_1 = CB^L CA\overline{\overline{C}^R}^R.$$

Если $\pi_1 = 0$, то система не обладает инвариантностью, алгоритм останавливается. В противном случае проверяется условие (5) при $\pi = \pi_1$.

3. Если условие (5) на предыдущем шаге не выполняется, то шаг i увеличивается на единицу и определяется матрица i-й итерации

$$\pi_1 = \overline{\overline{\overline{C}^R \pi_{i-1}}^L B}^L \, \overline{\overline{\overline{C}^R \pi_{i-1}}^L A \overline{C}^R}^R.$$

ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

Если $\pi_1 = 0$, то система не обладает инвариантностью, алгоритм останавливается. В противном случае проверяется условие (5) при $\pi = \pi_1$.

4. Алгоритм останавливается на k-м шаге при первом выполнении условия (5). Матрица π максимального ранга имеет значение π_1.

Таким образом, предложенный в [8] алгоритм синтеза инвариантного управления системой (1) – (3) сводится к итерационному процессу определения матрицы π максимального столбцового ранга, удовлетворяющей условию (5).

Цель статьи – аналитический синтез инвариантной системы управления для выращивания монокристаллов.

Синтез управления.

Моделирование процесса выращивания как объекта управления (ОУ) проводилось на примере получения активированных монокристаллов NaJ(Tl) диаметром 250 мм. Процесс выращивания рассматривался как двумерный LTI-объект управления с двумя входными величинами – температура донного Td и температура бокового нагревателя Tb и двумя выходами – диаметр кристалла Ds и температура расплава Tp. Данные для идентификации ОУ были получены в реальном масштабе времени при выращивании монокристалла на одном из этапов роста.

Матрицы *A, B, C* объекта управления имеют следующие значения:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1.5483 & 0 & 0 \\ 1 & -5.4529 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.4322 \\ 0 & 0 & 0.5 & -3.1241 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} -0.5019 & 2.1419 \\ 0.2637 & 5.5727 \\ 0.2915 & -0.3939 \\ 1.6988 & -0.8284 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Модель ОУ устойчива, полностью управляема и наблюдаема.

Канонизация матриц проводилась "планшетным" способом. Правый делитель нуля матрицы *C*

ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

$$\overline{C}^{R} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Для матрицы CB левый делитель нуля $\overline{CB}^{L} = 0$. Поэтому $\overline{CB}^{L} CA\overline{C}^{R} = 0$, т.е. условие (6) выполняется. Следовательно $\pi = I_{(n-rankC)}$, т.е. $\pi = I_2$.

Определим множество инвариантных регуляторов по (6) [11]. Вычисляем сводные канонизаторы матриц K_1 и K_2.

$$\widetilde{K}_1 = \begin{bmatrix} 0.0855 & 0.5754 \\ 0.1754 & -0.272 \end{bmatrix},$$

$$\widetilde{K}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

В выражении (6) матрица $\overline{\overline{\overline{C}^{R}\pi}^{L} B}^{R}$ равна нулю, а матрица

$$\overline{\overline{C}^{R}\pi}^{L} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

поэтому множество инвариантных регуляторов для рассматриваемого ОУ определяется выражением

$$\{K\}_{\chi} = \begin{bmatrix} 0.0855 & 0 & 0.2877 & 0 \\ 0.1754 & 0 & -0.01360 & 0 \end{bmatrix} + \gamma \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad (8)$$

Если выбрать матрицу

$$\gamma = \begin{bmatrix} 0 & 0.500 \\ -0.890 & 0.042 \end{bmatrix},$$

то переходная характеристика замкнутой системы по каналу $Td - Ds$ будет иметь следующий вид (рис.)

ISSN 2079-0031 (Print) ISSN 2411-0558 (Online)

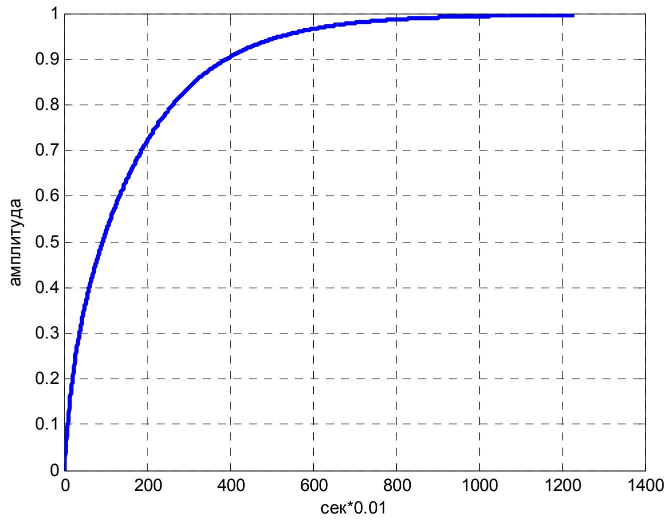

Рис. Переходная характеристика замкнутой системы по каналу $Td - Ds$

Следовательно замкнутая система управления диаметром монокристалла устойчива. Длительность переходного процесса не превышает 10 секунд, что в полной мере удовлетворяет требованиям к качеству управления для рассматриваемого процесса выращивания.

Выводы. Для линейной стационарной динамической системы управления процессом выращивания щелочногалоидных монокристаллов синтезирована система управления диаметром кристалла, инвариантная по выходу к произвольным внешним возмущениям. Для конкретного процесса выращивания найдено все множество регуляторов, решающих эту задачу (выражение 8).

Список литературы:

1. *Chan Y.T.* Numerical simulations of Czochalski silicon growth / *Y.T. Chan, H.J. Gibeling, H.L. Grubin* // Appl. Phys. – 1988. – Vol. 64. – № 3. – P. 1425-1439.

2. *Суздаль В.С.* Оптимизация управления процессами выращивания сцинтилляционных монокристаллов / *В.С. Суздаль, Ю.М. Епифанов*. – Харьков: "ИСМА", 2015. – 110 с.

3. *Avinash M. Kumar*. Numerical simulation of thermal stress distributions in Czochalski-grown silicon crystals / *M. Kumar Aninash, M. Srini Vasan, P. Ramasany* // AIP Conference Proceedings. – Vol. 1942. – 2018.

4. *Muller G.* The Crochalski Method – where we are 90 years after Jan Crochalski'*s* invertion / *G. Muller* // Cryst. Res Technol. – 2007. – Vol. 42. – № 12. – P. 1150-1161.

5. *Горилецкий В.И.* Рост кристаллов / *В.И. Горилецкий, Б.В. Гринев, Б.Г.Заславский*. – Харьков: АКТА, 2002. – 535 с.

6. *Щипанов Г.В.* Теория и методы проектирования автоматических регуляторов / *Г.В. Щипанов* // Автоматика и телемеханика, 1939. – № 1. – С. 49-66.

7. *Уонэм М.* Линейные многомерные системы управления. Геометрический подход / *М. Уонэм*. – М.: Наука, 1980. – 456 с.

8. *Буков В.Н.* Условия инвариантности выхода линейных систем / *В.Н. Буков, А.М. Бронников* // Автоматика и телемеханика, 2005. – № 2. – С. 23-35.
9. *Буков В.Н.* Решение матричных уравнений методом канонизации / *В.Н. Буков, В.Н. Рябченко, В.В. Косьянчук, Е.Ю. Зыбин* // Вестник Киевского ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. Вып. 1. Киев: Изд. Киевского нац. ун-та, 2002. – С. 19-28.
10. *Хорн Р.* Матричный анализ / *Р. Хорн, Ч. Джонсон*. – М.: Мир, 1989. – 398 с.
11. *Буков В.Н.* Анализ и синтез матричных систем. Сравнение подходов / *В.Н. Буков, В.Н. Рябченко, С.В. Горюнов* // Автоматика и телемеханика, 2000. – № 11. – С. 3-43.

References:

1. Chan, Y.T., Gibeling, H.J., and Grubin H.L. (1988), "Numerical simulations of Czochulski silicon growth", *Appl. Phys*, Vol. 64, No. 3, pp. 1425-1439.
2. Suzdal, V.S., and Epifanov, Yu.M. (2015), *Optimization of management of scintillation single crystal growth processes*, Kharkov: "ISML", 110 p.
3. Avinash, M. Kumar, Vasan, M. Srini, and Ramasany, P. (2018), "Numerical simulation of thermal stress distributions in Czochalski-grown silicon crystals", *AIP Conference Proceedings,* vol. 1942.
4. *Muller, G.* (2007), "The Crochalski Method – where we are 90 years after Jan Crochralski'*s* invertion", *Cryst. Res Technol*, vol. 42, No. 12, pp. 1150-1161.
5. Goriletsky, B.T., Grinev, B., and Zaslavsky, B. (2002), *Crystal Growth,* Kharkov: AKTA, 535 p.
6. Shchipanov, G.V. (1939), "Theory and methods of designing automatic controllers", *Automation and Remote Control*, No. 1, pp. 49-66.
7. Wonham, M. (1980), *Linear multidimensional control systems. Geometric approac*, Moskow, Science, 456 p.
8. Bukov, V.N., and Bronnikov, A.M. (2005), "Invariance conditions for the output of linear systems", *Automation and Remote Control*, No. 2, pp. 23-35.
9. Bukov, V.N., Ryabchenko, E.Yu., Kosyanchuk, V.V. and Zibin, E.Yu. (2002), "Solving matrix equations by canonization", *Bulletin of Kiev University. Ser. Phys,-Math. Science*, Issue 1, Kiev, Ed. Kiev nat. Un-ta, pp. 19-28.
10. Horn, R.A., and Johnson, C.R. (1989), *Matrix Analysis,* Moskow, Myr, 398 p.
11. Bukov, V.N., Ryabchenko, V.N., and Goryunov, S.V. (2000), "Analysis and synthesis of matrix systems. Comparison of approaches", *Automation and Remote Control*, No.11, pp. 3-43.

Статью представил д-р физ.-мат. наук, зав отделом 2319 ИСМА НАН Украины Тарасов В.А.

Поступила (received) 10.05.19

Suzdal Viktor, Dr. Sci. Tech., Senior Researcher,
ISMA NAS of Ukraine
Nauki Ave., 60, Kharkov, Ukraine, 61072.
Tel.: (057) 314-01-45, email: suzdal@isma.kharkov.ua
ORCID ID: 0000-0002-3816-9886

Tavrovskyi Ihor , Cand. Sci. Tech., Senior Researcher,
ISMA NAS of Ukraine
Nauki Ave., 60, Kharkov, Ukraine, 61072.
Tel.: (057) 314-01-45, email: tawr@isma.kharkov.ua
ORCID ID: 0000-0001-9175-1667

УДК 621.3.078.3
Інваріантні щодо виходу системи управління вирощуванням лужногалогенових монокристалі / Суздаль В.С., Тавровський І.І. // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Інформатика та моделювання. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2019. – № 13 (1338). – С. 128 – 136.

На основі необхідних і достатніх умов інваріантності по виходу для лінійних стаціонарних динамічних систем до довільних зовнішніх збурень проведено аналітичний синтез системи управління діаметром кристала. Для даного об'єкта управління отримано всі безліч еквівалентних рішень для регуляторів, що забезпечують інваріантність системи. Іл.: 1. Бібліогр.: 11 назв.

Ключові слова: інваріантні щодо виходу системи управління; довільне зовнішнє обурення; управління діаметром кристала.

УДК 621.3.078.3
Инвариантные по выходу системы управления выращиванием щелочногалоидных монокристаллов / Суздаль В.С., Тавровский И.И. // Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Информатика и моделирование. – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2019. – № 13 (1338). – С. 128 – 136.

На основе необходимых и достаточных условий инвариантности по выходу для линейных стационарных динамических систем к произвольным внешним возмущениям проведен аналитический синтез системы управления диаметром кристалла. Для данного объекта управления получено все множество эквивалентных решений для регуляторов, обеспечивающих инвариантность системы. Ил.: 1. Библиогр.: 11 назв.

Ключевые слова: инвариантные по выходу системы управления; произвольное внешнее возмущение; управление диаметром кристалла.

UDC 621.3.078.3
Invariant on output control systems for the growth of alkali halide single crystals / Suzdal V.S., Tavrovsky I.I. // Herald of the National Technical University "KhPI". Series of "Informatics and Modeling". – Kharkov: NTU "KhPI". – 2019. – №.13 (1338). – P. 128 – 136.

On the basis of necessary and sufficient conditions of output invariance for linear stationary dynamic systems to arbitrary external perturbations, an analytical synthesis of the crystal diameter control system was carried out. For the given control object, the entire set of equivalent solutions for regulators is obtained, ensuring the invariance of the system. Figs.: 1. Refs.: 11 titles.

Keywords: invariant of output control systems; arbitrary external perturbations; crystal diameter control.